

ハイパースペクトル画像を用いた単層膜のBRDF推定

小林 由枝[†] 森本 哲郎^{††} 佐藤 いまり^{†††} 向川 康博^{††††} 池内 克史^{†††††}

[†] 東京大学大学院情報理工学系研究科

^{††} 凸版印刷株式会社

^{†††} 国立情報学研究所

^{††††} 大阪大学産業科学研究所

^{†††††} 東京大学 学際情報学環

E-mail: [†]{yoshie,ki}@cvl.iis.u-tokyo.ac.jp, ^{††}tetsuro.morimoto@toppan.co.jp, ^{†††}imarik@nii.ac.jp,
^{†††††}mukaigaw@am.sanken.osaka-u.ac.jp

あらまし 干渉や回折といった光学現象による構造色をレンダリングする様々な手法がコンピュータグラフィックス分野において提案されている。しかし、これらの手法では反射特性モデルのパラメータが既知である必要がある。本研究では、ハイパースペクトル画像を用いて、干渉による構造色を有する単層膜の反射パラメータを推定し、さらに推定パラメータを用いてCG再現を行った。提案手法では干渉により強め合いを起こす特定の波長を利用することで、従来手法と比べて、推定時間の高速化や精度向上を実現した。実験では推定された屈折率、膜厚、BRDFの精度検証を行い、提案手法の有効性も示す。

キーワード BRDF, 分光反射率, 屈折率, 膜厚, 薄膜干渉

1. はじめに

コンピュータグラフィックスでは物体の質感を再現する様々な手法が提案されている。これらは、映画、ゲーム、文化遺産のデジタル化などに用いられており、対象とする物体も散乱、吸収、回折、屈折、干渉といった複雑な反射特性を持つ。これらの反射特性を計測し、再現することは難しく、中でも干渉は非常に複雑な反射特性を持つ。その色彩は、視線・光源方向によって変化するためである。この色変化は顔料によるものではなく、物理現状によるものであり、そのため干渉による色変化は構造色と呼ばれる。

本稿では、二層からなる薄膜干渉に焦点を当てる。薄膜干渉による色変化が観測される物体としては、ラミネートフィルム、シャボン玉、油膜などがある。本研究の目的は、これらの薄膜干渉のBRDFを推定し、その色彩を正確に再現することである。また、ハイパースペクトルカメラを用いることで、本研究は空間的に不均一な各ピクセルのBRDFを推定可能である。

薄膜干渉のBRDF推定は、工業、生物学、考古学、薬学など様々な分野で応用可能である。例えば、コンピュータグラフィックスでは薄膜干渉のBRDF推定が可能となれば、シャボン玉のレンダリングがより正確に行える。更に、工業分野では、流出した油の分布推定が可能となる。工業デザインでは、デジタルデータとして新商品のリアルな見えを再現し確認することが可能となる。

干渉現象は、薄膜の上層における入射・反射光波間の位相差により引き起こされるものである。位相差は上層

の屈折率・膜厚に依存する。そのため、屈折率・膜厚を推定することで薄膜のBRDFを得ることが出来る。そのため、我々は、各ピクセルのBRDFを推定する手法の提案を行う。

本稿の内容は以下の通りである。2章ではBRDFの取得と推定、屈折率・膜厚の推定に関する手法の紹介を行う。3章では、薄膜干渉の反射モデルの説明を行う。4章では、屈折率・膜厚の推定手法について述べる。5章では、パラメータが既知の対象を用いた提案手法の精度実験について述べる。6章では、まとめと今後の課題について述べる。

2. 関連研究

近年、正確な反射特性の取得と色彩の再現を行う様々な手法が提案されている。BRDFは視線・光源方向の色彩を表す関数である。BRDF取得手法には3つの代表的な手法がある。

1つ目は、光源、センサ、対象の関係を光源・視線方向を制御しBRDFの計測を行うゴニオリフレクトメータである[1],[2]。しかし、この手法は構造色のような光源・視線方向によって七色に色変化する物体の反射特性を取得するには時間がかかる。2つ目の手法は、楕円鏡を用いる手法である[3][4]。この手法はBRDFを短時間で計測可能であるが、取得データが高次元になってしまい、物体の色彩を再現することが難しい。3つ目の手法は、Sato[5]らによって提案された手法である。彼らはイメージベース手法を用いて物体の色彩を表現したが、この手法は計測されていない部分は表せない。

これらの問題を解決するため、簡潔な手法で高次元のデータを表す様々な BRDF モデル [6] [7] [8] [9] が提案されてきた。Dong [10] らはハンドヘルド BRDF 取得デバイスの開発を行い、Boosting 手法により空間変位する BRDF (SVBRDF) の取得を行った。しかし、これらの手法は薄膜による位相差を考慮していないため、薄膜干渉による色変化を正確に表現することは出来ない。Morimoto ら [11] は層の厚さとレイヤーの不透明度を推定し、任意の層の厚さにおけるレイヤー表面の見えの再現を行った。しかし、この手法は薄膜の干渉現象を扱えない。

コンピュータグラフィックスでは、構造色の色変化を記述する様々な手法が提案されてきた。Iwasaki ら [12] は、薄膜干渉の物理モデルを用いることでシャボン玉のレンダリングを行った。Hirayama ら [13], [?] は、多層膜干渉の物理モデルを用い、眼鏡や真珠のレンダリングを行った。Sun ら [15] は、CD の微細構造をモデル化することにより、よりリアルに CD のレンダリングを行った。Sadeghi ら [17] は、レイトレーシングにより水蒸気の屈折光を計算し、より正確に虹のレンダリングを行った。更に、Cuypers ら [18] は、ウィグナー分布関数が回折格子の BRDF を表せることを示し、物理モデルとしても正しいことを示した。これらのレンダリング手法は、物理モデルのパラメータを手法で設定している。そのため、実物体の構造色の反射特性を表現するには、これらのパラメータを推定する必要がある。

光学分野では、薄膜のパラメータである膜厚の推定手法が提案されている。代表的な手法は二つあり、まず一つ目は分光干渉法 [19] である。これは、干渉により強め合いを起こす波長から膜厚を推定する。二つ目は、エリプソメトリ [20] と呼ばれ、垂直偏光と平行偏光間の振幅比と位相差を用いるものである。これらの手法は屈折率が既知である必要があり、ワンポイントのみの計測となる。したがって、未知の屈折率下で空間変位する膜厚を推定することは困難である。

本稿では、薄膜 BRDF のパラメータである屈折率と膜厚を推定する手法を提案する。提案手法では、干渉により強め合いを起こす波長 (ピーク波長) に焦点を当て、その波長が光路差の整数倍になることを利用する。したがって、ピーク波長においてより簡易な方法で屈折率と膜厚を決定することが出来る。更に、ハイパースペクトルカメラを用いることで、スペクトル画像として薄膜物体の反射率を計測できる。

3. 薄膜干渉反射率モデル

光学分野では、薄膜干渉の反射率モデル [21] が提案されている。このモデルは、視線・光源方向によって変化する光路差による薄膜干渉の色変化を表すことが可能である。薄膜の色変化は入射角のみに依存する。そのため、このモデルは入射角に沿った薄膜の色変化を表している。

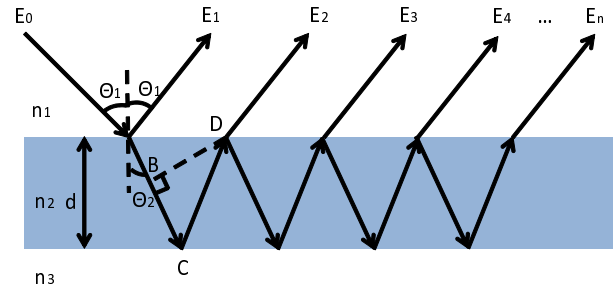


図 1 多重反射を考慮した際の薄膜干渉の略図である。\$n_1, n_2\$ は屈折率、\$d\$ は膜厚、\$\theta_1\$ は入射角、\$\theta_2\$ は屈折角である。

したがって、この反射率モデルは薄膜干渉の BRDF であると言える。

図 1 に示すように多重反射を考慮すると、点 \$E_n\$ において観察される反射光は下記の式で表される。

$$\begin{aligned}
 E &= E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + \dots \\
 &= E_0(r_{12} + t_{12}t_{21}r_{23}e^{i\Delta} + t_{12}t_{21}r_{23}^2r_{21}e^{2i\Delta} \\
 &\quad + t_{12}t_{21}r_{23}^3r_{21}^2e^{3i\Delta} + \dots) \\
 &= E_0(r_{12} + t_{12}t_{21}r_{23}e^{i\Delta}(1 + r_{23}r_{21}e^{i\Delta} \\
 &\quad + r_{23}^2r_{21}^2e^{2i\Delta} + \dots)) \\
 &= E_0(r_{12} + t_{12}t_{21}r_{23}e^{i\Delta} \frac{1}{1 - r_{23}r_{21}e^{i\Delta}}) \quad (1)
 \end{aligned}$$

\$r_{12}, r_{23}, r_{21}\$ はフレネル反射係数、\$t_{12}, t_{21}\$ はフレネル透過係数である。\$\varphi\$ は図 1 に \$BC + CD\$ として示される光路差である。\$\Delta\$ は位相差であり、式 (3) により表される。

$$\varphi = 2dn_2 \cos \theta_2 \quad (2)$$

$$\Delta = \frac{2\pi\varphi}{\lambda} \quad (3)$$

\$r_{21} = -r_{12}, t_{21}t_{12} + r_{12}^2 = 1\$ となることから、反射率の振幅は式 (4) となる。

$$\begin{aligned}
 r &\equiv \frac{E}{E_0} \\
 &= r_{12} + t_{12}t_{21}r_{23}e^{i\Delta} \frac{1}{1 - r_{23}r_{21}e^{i\Delta}} \\
 &= \frac{r_{12} - r_{12}r_{23}r_{21}e^{i\Delta} + (1 - r_{12}^2)r_{23}e^{i\Delta}}{1 - r_{23}r_{21}e^{i\Delta}} \\
 &= \frac{r_{12} + r_{23}e^{i\Delta}}{1 + r_{23}r_{12}e^{i\Delta}} \quad (4)
 \end{aligned}$$

反射率は式 (5) に示すように、式 (4) の絶対値の二乗となる。

$$R = |r|^2 \quad (5)$$

式 (4) のフレネル反射係数は、垂直偏光 (S 偏光)、平行偏光 (P 偏光) に対して、屈折率、膜厚によって定められる。図 1 に示すように 2 つの異なる屈折率 \$n_1, n_2\$ の媒質間に光線が入射すると、フレネル反射係数は式 (6), (7) で表される。図 1 中の \$n_2, n_3\$ の媒質間でも、フレネ

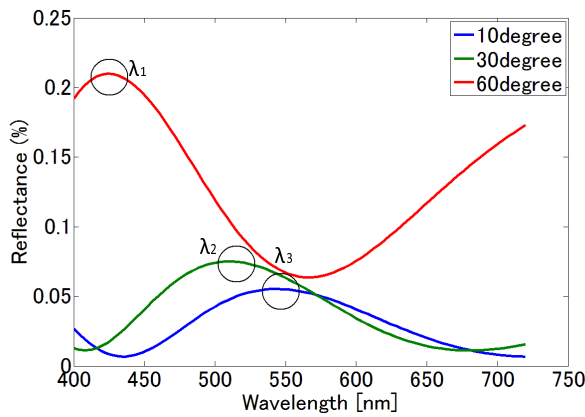


図2 入射角が10度, 30度, 60度の時の薄膜干渉反射率. 丸で囲まれた波長がピーク波長である. 図中の反射率は, 屈折率が1.37, 膜厚が400[nm]のものである. 青, 緑, 赤の線はそれぞれ入射角が10度, 30度, 60度の時の反射率である.

ル反射係数は式(6), (7)と同様の式で表される.

$$r_{12}^s = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad (6)$$

$$r_{12}^p = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} \quad (7)$$

式(6), (7), (4)を式(5)に代入すると, 式(5)は屈折率, 膜厚, 入射角を用いて記述されることが分かる. 式(5)は光源・視線方向に沿ったS偏光, P偏光のスペクトルを表しており, 薄膜干渉のBRDFモデルであるといえる. したがって, 屈折率と膜厚の推定が行えれば, 式(5)を用いて薄膜のBRDFを再現することが出来る.

4. BRDFパラメータ推定

前章で述べたように, 屈折率と膜厚は薄膜BRDFを表すのに必要なパラメータである. 本章では, これらのパラメータの推定手法について述べる.

提案手法では以下の3つの条件が整っていると仮定する. まず, 入射角は既知であるという仮定である. 3章で述べたように, 薄膜干渉のBRDFモデルのパラメータには入射角も含まれる. しかし, 入射角まで道とした場合, 計測される反射率よりも未知の係数の数が大きくなり推定が困難となる. 次は, 反射率画像の各ピクセルに対して屈折率は均一であるという仮定である. 最後に膜厚は各ピクセルにおいて異なるが, 滑らかに変化するというものである. 屈折率と膜厚をより安定に推定するには, 計測誤差の影響を軽減する必要があり, 2つ目と3つ目の仮定が必要となる.

また, 本稿におけるパラメータ推定手法においては, 二乗誤差最小化法による推定が一般的には安定であると考えられる. それは, 反射率モデルと計測反射率の間には局所解が非常に多く存在しているためである. しかし, この手法はオーダーが $O(mn^2)$ となり, 計算コストが非

常に大きい. m はピクセルの数, n は屈折率と膜厚の離散サンプル数である.

そこで, 計算コストの問題を解決するため, 本稿では干渉による強め合いが起きるピーク波長を用いて推定を行った. 図2の丸で囲まれた部分がピーク波長であり, この波長において光路差が波長の整数倍となっている. また, ピーク波長は入射角が大きくなるにつれて, 短波長側に移動するという性質があるため, 同じ整数倍の波長を検出することが容易である. そこで, 以下に述べる手法を用いて推定を行う.

まず, ピーク波長を用いて屈折率の推定を行う. 次に, 推定された屈折率から膜厚の候補を絞り, 反射モデルと計測された反射率の二乗誤差最小化により膜厚の決定を行う. 本手法のオーダーは $O(ml)$ である. l は膜厚の候補の数である.

4.1 屈折率推定

本節では, 屈折率の推定手法の説明を行う. 式(2)は光路差であり, スネルの法則により入射角 θ_1 を用いて式(8)と書ける.

$$\varphi = 2d\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \theta_1} \quad (8)$$

d は膜厚, n_2 は屈折率, θ_1 は入射角である. この光路差がピーク波長の整数倍となることから, 式(9)と表される.

$$m\lambda = \varphi \quad (9)$$

異なる入射角 $\theta_{1_1}, \theta_{1_2}$ で屈折率と膜厚が同一であると仮定すると, 光路差は式(10), (11)に示すようなピーク波長の整数倍として表される.

$$m\lambda_1 = 4\pi d\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_{1_1}} \quad (10)$$

$$m\lambda_2 = 4\pi d\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_{1_2}} \quad (11)$$

m は整数, $\theta_{1_1}, \theta_{1_2}$ は入射角, λ_1, λ_2 はピーク波長である. 式(10), (11)から屈折率は式(12)で計算できる.

$$n_2 = \sqrt{\frac{\lambda_2^2 \sin^2 \theta_{1_1} - \lambda_1^2 \sin^2 \theta_{1_2}}{\lambda_2^2 - \lambda_1^2}} \quad (12)$$

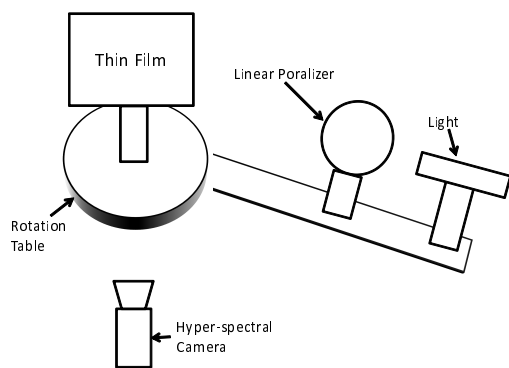
4.2 膜厚推定

本節では, 推定された屈折率を用いた膜厚の推定手法について述べる. 式(10), (11)から膜厚 d は式(13)で表される.

$$d = \frac{m\lambda_{1,2}}{2\sqrt{n_2^2 - \sin^2 \theta_{1,2}}} \quad (13)$$

式(13)において整数 m のみが未知であり, m が決定できれば膜厚を推定することができる. そこで, 式(14)に示すように反射率モデルと計測反射率との二乗誤差の最小化を行うことで, この整数 m の推定を行う.

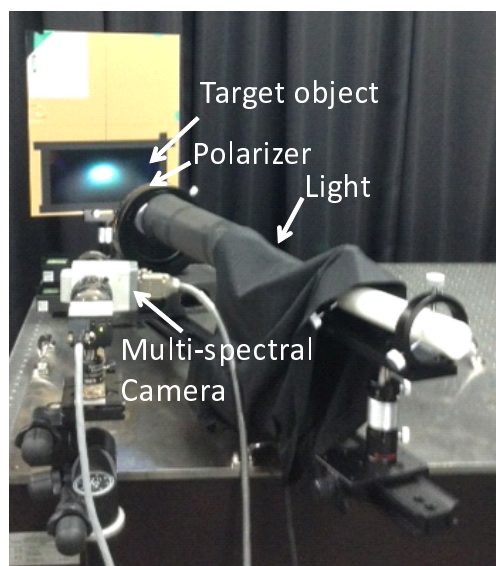
$$\left| R_{model} - R_{measured} \right|_m \rightarrow \min \quad (14)$$



(a) セットアップの模式図



(a) 真空蒸着機



(b) 実際の様子

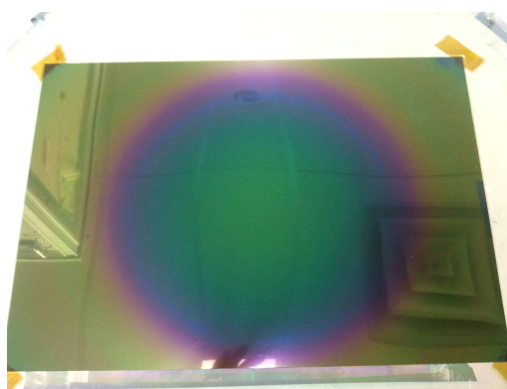
図 3 薄膜干渉の反射率計測のための実験セットアップ. (a) セットアップの模式図. (b) 実際のセットアップ. 光源と薄膜の距離は約 0.8[m] である. カメラと薄膜の距離は約 0.6[m] である.

5. 実験

推定された BRDF の精度を検証するため, パラメータが既知の対象を用いて実験を行った. 実験では, 推定された屈折率・膜厚の精度検証も行った. また, 推定されたパラメータを用いて, 入射角に沿った色差と RMSE の評価も行った. 推定パラメータを用いた CG の再構築も行い, 実物体との比較も行った.

5.1 計測方法

図 3 に実験のセットアップを示す. 計測対象と光源は回転台に取り付けられており, この回転台によって入射角の調整を行う. 入射角は 10 度から 50 度まで 10 度ごとに変え, 計測する. 薄膜の反射率はハイパースペクトルカメラによって計測される. ハイパースペクトルカメ



(b) MgF_2 を 600[nm] で蒸着した結果

図 4 (a) PET フィルムに金属を蒸着する機械 (b) MgF_2 を 600[nm] で蒸着した薄膜サンプル

ラは, 液晶チューナブルフィルタ (LCTF) とモノクロカメラから構成されている. LCTF は電気制御により透過波長を変えることができる. LCTF のバンド幅は 4[nm] である. また, LCTF は本実験の場合, S 偏光のみを透過させる. そのため, 光源の前にも S 偏光版を設置した. カメラの画角は約 30 度である.

計測対象としてポリエチレンテレフタレート (PET) フィルムに金属を蒸着させた 3 つの薄膜サンプルを用いた.

- Sample 1 材質: MgF_2 膜厚: 400 nm
- Sample 2 材質: MgF_2 膜厚: 600 nm
- Sample 3 材質: ZnS 膜厚: 500 nm

これらの金属を上記の膜厚で蒸着させるため, われわれは図 4(a) に示す真空蒸着機を用いた. 真空蒸着機は水晶振動子マイクロバランスにより膜厚の制御を行える. 蒸着薄膜の例を図 4(b) に示す.

5.2 精度評価

図 5(a), (c), (e) は各サンプルに対する推定膜厚分布である. また, 図 5(b), (d), (f) に推定膜厚誤差分布を示す. 誤差は $|d_{true} - d_{estimated}|$ で計算される. 表 1

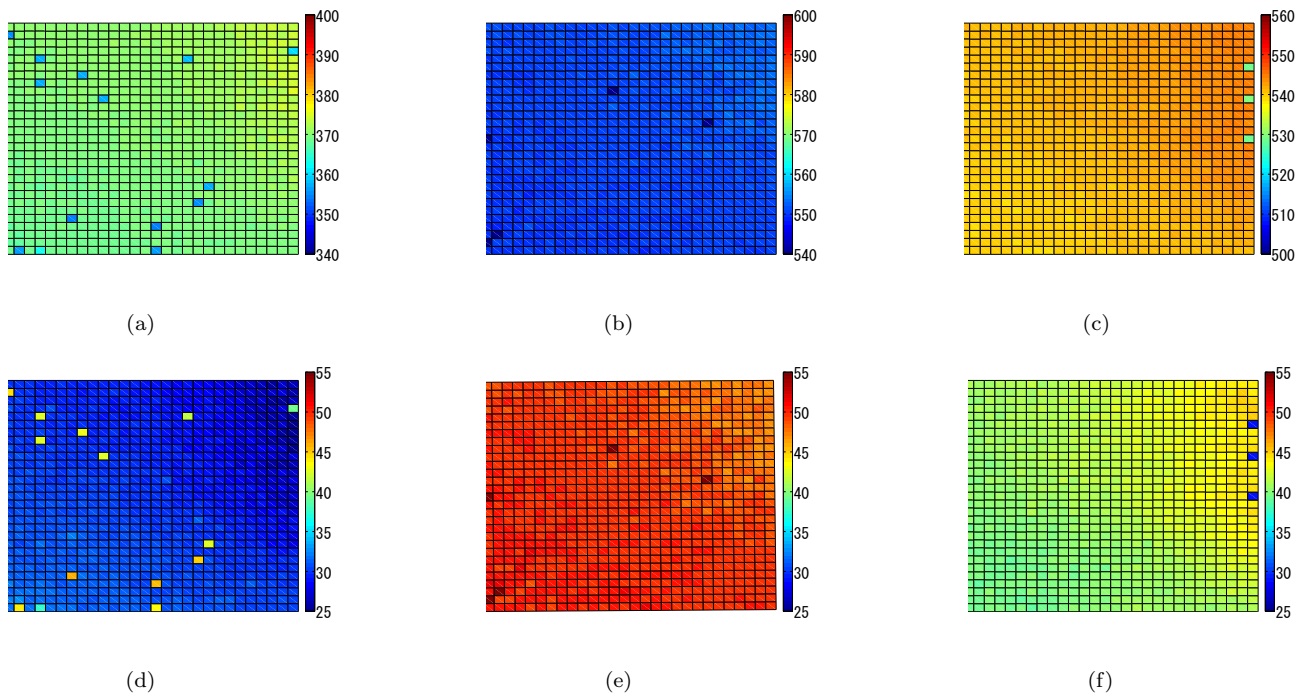


図 5 上段の画像は各計測対象の推定膜厚の分布である．下段の画像は推定膜厚の誤差分布になる．(a)，(d) は Sample1，(b)，(e) は Sample2，(c)，(f) は Sample3 に対応する．

| サンプル | 真値の屈折率 | 推定屈折率 | 真値の膜厚 [nm] | 推定膜厚 [nm] | 色差 | RMSE |
|----------|--------|-------|------------|-----------|------|------|
| Sample 1 | 1.370 | 1.374 | 400 | 370 | 0.72 | 0.04 |
| Sample 2 | 1.370 | 1.367 | 600 | 551 | 1.21 | 0.07 |
| Sample 3 | 2.370 | 2.674 | 500 | 541 | 5.63 | 0.18 |

表 1 推定屈折率と図 5 の平均膜厚．色差と RMSE は全入射角と図 5 に示す全ピクセルの平均値である．

に推定屈折率と図 5(a)，(c)，(e) の推定平均膜厚を示す．表 1 の屈折率の真値は材質から求められる．これらの結果を比較すると，Sample1，Sample2 については推定屈折率の誤差がおおよそ 0.02 となる．Sample3 については 0.3 となる．Sample1，Sample2，Sample3 の推定膜厚誤差はそれぞれ 30[nm]，50[nm]，40[nm] となる．

表 1 はまた全入射角・全ピクセルに対する平均の色差と RMSE も示す．色差は式 (15) により計算される．

$$\Delta E^*_{ab} = \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2} \quad (15)$$

表 2 は色差の度合いである．これは人がどの程度色の違いを知覚できるかの指標となる．Sample1，Sample2 の色差はそれぞれ 0.72，1.21 である．これは表 2 からわずかに異なると知覚される．また，Sample3 については 5.63 となり，これは著しく異なると知覚される．

表 1 には RMSE も示している．RMSE は式 (16) により計算される．

$$RMSE = \sqrt{(R_{true}(\lambda) - R_{estimated}(\lambda))^2 / N} \quad (16)$$

N は反射率の次元である．反射率は 1 を超えないことから，表 1 の RMSE は Sample1 では 4%，Sample2 は 7%，Sample3 は 18% となる．

| 色差の程度 | ΔE^*_{ab} |
|-------------|-------------------|
| きわめてわずかに異なる | 0 ~ 0.5 |
| わずかに異なる | 0.5 ~ 1.5 |
| 感知し得るほど異なる | 1.5 ~ 3.0 |
| 著しく異なる | 3.0 ~ 6.0 |
| きわめて著しく異なる | 6.0 ~ 12.0 |
| 別の色系になる | 12.0 以上 |

表 2 色差の程度の評価

5.3 レンダリング結果

表 1 の推定パラメータを用いて CG のレンダリングを行った．レンダラーは PBRT [22] である．図 6 中の右図はレンダリング結果で，左図は実物体の画像である．左右の画像を比較すると，Sample1 と Sample2 については色変化がよく似ていることが分かる．しかし，Sample3 については BRDF パラメータの推定誤差の影響により，

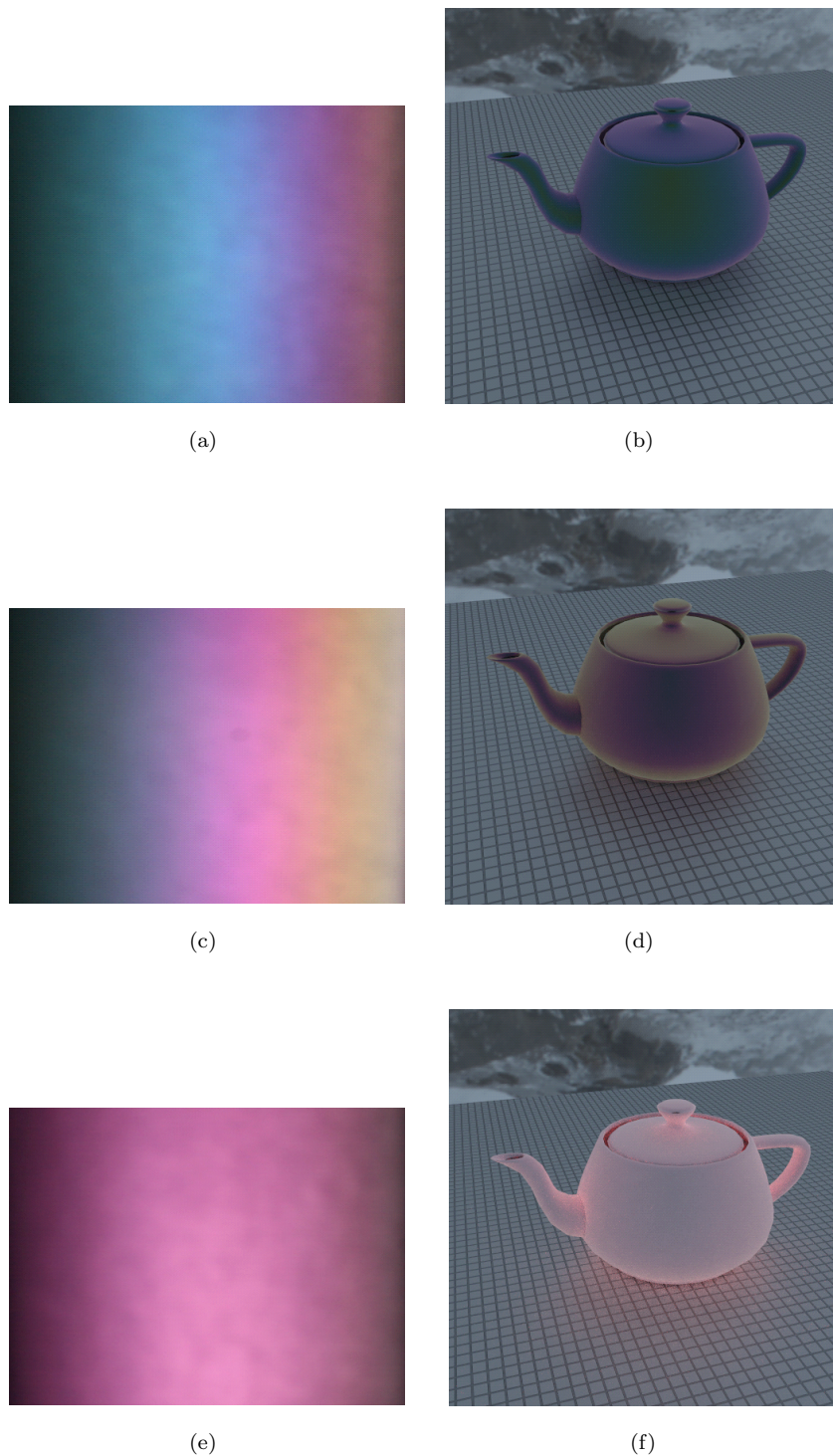


図6 左の画像は金属を蒸着した薄膜サンプルである．右の画像は推定されたパラメータからレンダリングした結果である．(a) MgF_2 400 nm. (b) 屈折率:1.374 膜厚:370 nm (c) MgF_2 600 nm. (d) 屈折率:1.367 膜厚:551 nm (e) ZnS 500 nm. (f) 屈折率:2.674 膜厚:541 nm

色が異なることが分かる．

5.4 考察

前節ではの推定結果から，Sample2の膜厚誤差が大き
いにも関わらず色差は十分小さく，Sample2よりも膜厚
誤差の小さいSample3において誤差が大きくなるという

結果になった．そのため，Sample3の色差は著しく異な
ると知覚される数値となり，RMSEも18%となった．本
節では，これらの誤差の要因について議論する．

まず，Sample2の膜厚誤差が大きいのにも関わらず色
差が小さくなった要因について議論する．この色差と

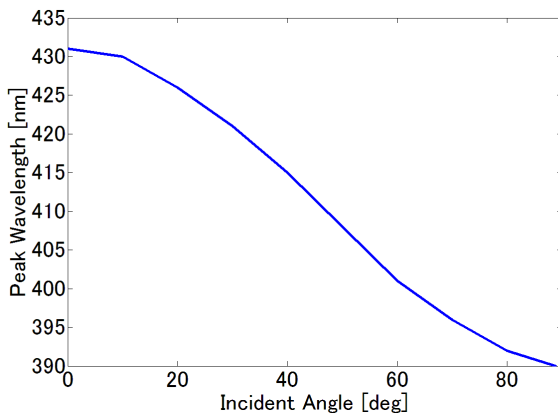


図7 材質が ZnS 、膜厚が $500[nm]$ の時の入射角に沿ったピーク波長

RMSE は、薄膜干渉の色変化の要因となる光路差の誤差により影響を受ける。光路差は屈折率と膜厚の掛け算により定義される。光路差の誤差を比較すると、Sample2 は屈折率の誤差が小さいために十分小さくなると言える。したがって、Sample2 の色差と RMSE は十分小さな値となる。

次に、Sample3 の推定誤差が大きくなる要因について議論する。Sample3 の推定誤差が大きくなるのは隣り合う入射角間でピーク波長が非常に近いためである。図7 に Sample3 の入射角に沿ったピーク波長の変化を示す。図7 に示すように、隣り合う入射角間のピーク波長の間隔は $4.1[nm]$ である。この波長間隔はハイパースペクトルカメラの $4[nm]$ のバンド幅に近い。そのため、計測誤差などの影響により、ピーク波長を正確に検出することが難しく、そのため屈折率と膜厚の推定誤差が大きくなったと考えられる。したがって、色差・RMSE が大きくなったと言える。

この推定誤差を小さくするには、隣り合うピーク波長の間隔より十分小さいバンド幅を持つハイパースペクトルカメラを用いればよい。しかし、この解決案は同時に提案手法の限界も示している。式 (18) から隣り合うピーク波長の間隔に γ が影響している。式 (17) に示すように、 γ は屈折率に依存している。屈折率が大きくなればなるほど、式 (??) の変化率は小さくなる。したがって、十分な精度で推定可能な屈折率の上限があるといえる。

$$\gamma = \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \theta_1} - \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \theta_2} \quad (17)$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = \frac{2d\gamma}{m} \quad (18)$$

n_2 は屈折率、 θ_1, θ_2 は入射角、 λ_1, λ_2 はピーク波長、 d は膜厚、 m は整数となる。

6. まとめと今後の課題

本稿では、薄膜干渉の BRDF を推定し、正確に見えを再構成する手法の提案を行った。屈折率の推定では、

光路差の整数倍となるピーク波長に注目し、屈折率がピーク波長を用いて簡易に表されることを示した。さらにピーク波長と推定された屈折率から膜厚の候補が絞られ、反射率モデルと計測反射率から解を定めることができた。実験では、提案手法の精度検証を行い、提案手法により薄膜干渉の BRDF を十分に推定できることが示された。しかし、BRDF の推定誤差から隣り合うピーク波長がスペクトルカメラのバンド幅より小さくなるような屈折率においては高精度な推定が難しいことが分かった。また、本稿では入射角が既知という条件のため、計測対象の形状は平面や円筒に限られる。そこで、より複雑な形状を有する薄膜物体の形状と BRDF 推定が今後の課題として考えられる。

謝 辞

本研究の一部は、総合科学技術会議により制度設計された最先端・次世代研究開発支援プログラムにより、日本学術振興会を通して助成されたものである。ここに記して感謝申し上げる。

文 献

- [1] M. Holroyd, J. Lawrence, and T. Zickler, "A coaxial optical scanner for synchronous acquisition of 3D geometry and surface reflectance," *ACM Transactions on Graphics*, pp. 1-12, 2010.
- [2] K.J. Dana, B. van Ginneken, S.K. Nayar, and J.J. Koenderink, "Relectance and texture of real world surfaces," *ACM Transactions on Graphics*, Vol 18(1)pp. 1- 34, 1999.
- [3] Y.Mukaigawa, K.Sumino, Y.Yagi, "Rapid BRDF Measurement using an Ellipsoidal Mirror and a Projector", *IPJS Transactions on Computer Vision and Applications*, Vol.1, pp.21-32, Jan.2009.
- [4] K.J. Dana, "BRDF/BTF Measurement Device," *In ICCV 2001.*, volume2, pp460- 466, July 2001
- [5] I. Sato, T. Okabe, Y. Sato, "Appearance Sampling of Real Objects for Variable Illumination," *Int. J. Computer Vision.*, 2007.
- [6] J. H. Lambert, "Photometria sive de mensura de gradibus luminis, colorum umbrae." Eberhard Klett, 1760.
- [7] G. Ward. "Measuring and modeling anisotropic reflection," *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, 26(2):265-272, 1992.
- [8] K. Torrance and E. Sparrow. "Theory for off-specular reflection from roughened surfaces," *Journal of Optical Society of America*, 57(9):1105-1114, 1967.
- [9] M. Ashikhmhin and P. Shirley. "An anisotropic phong BRDF model," *Journal of Graphics Tools*, 5(2):25-32, 2000.
- [10] Y. Dong, J. Wang, X. Tong, J. Snyder, Y. Lan, M. Ben-Ezra, B. Guo, "Manifold Bootstrapping for SVBRDF Capture," *ACM Transactions on Graphics* Volume 29, Number 4, July 2010.
- [11] T. Morimoto, R. T. Tan, R. Kawakami, and K. Ikeuchi, "Estimating optical properties of layered surfaces using the spider model," *Proc. CVPR2010*.
- [12] K. Iwasaki, K. Matsuzawa, and T. Nishita, "Real-time rendering of soap bubbles taking into account light interference," *Computer Graphics International*, pp. 344-348, 2004.

- [13] H. Hirayama, K. Haneda, H. Yamashita, and Y. Monden, "An accurate illumination model for objects coated with multilayer films," *Eurographics*, pp. 145-150, 2000.
- [14] H. Hirayama, Y. Yamaji, K. Kaneda, H. Yamashita, and Y. Monden, "Rendering iridescent colors appearing on natural objects," *Pacific Graphics*, p. 15, 2000.
- [15] Y. Sun, F. D. Fracchia, M. S. Drew, and T. W. Calvert, "Rendering iridescent colors of optical disks," *Eurographics Workshop on Rendering Techniques*, pp. 341-352, 2000.
- [16] Y. Sun, F. D. Fracchia, T. W. Calvert, and M. S. Drew, "Deriving spectra from colors and rendering light interference," *Computer Graphics and Applications*, Vol. 19, pp. 61-66, 1999.
- [17] I. Sadeghi, A. Munoz, P. Laven, W. Jarosz, F. Seron, D. Gutierrez, H. W. Jensen, "Physically-based Simulation of Rainbows," *ACM Trans. Graph.*, Vol 31(1), pp.3:1?3:12, 2012.
- [18] T. Cuypers, S.B. Oh, T. Haber, P. Bekaert, R. Raskar, "Reflectance Model for Diffraction," *ACM Trans. Graph.*, Vol 31 (5), pp. 1-11, 2012.
- [19] K. W. Meissner, "Interference Spectroscopy. Part I," *Journal of Optical Society of America*, Vo; 31 (6), pp. 405-427, 1941.
- [20] R. M. A. Azzam, N. M. Bashara, "Ellipsometry and Polarized Light," *Elsevier Science Pub Co*, 1987.
- [21] S. Kinoshita, "Structural Colors in the Realm of Nature," *World Scientific Pub Co Inc* , 2009.
- [22] Matt Pharr and Greg Humphreys, "Physically Based Rendering from Theory to Implementation," *Morgan Kaufmann*, 2004.