勾配法を使った学習の収束に関する研究

松井利樹, 橋本剛, 橋本隼一
北陸先端科学技術大学院大学

概要

ゲームにおける思考アルゴリズムの研究において, 機械学習によってパラメータの調整を行うことが以前から盛んに行われてきた. 様々な手法が提案されているが, ここでは勾配法を使用した最適化問題を考える. 勾配法を使用したパラメータの学習は大規模な非線形計画問題になりがちで収束速度はしばしば重要な問題となる. しかし様々な要因から高速な収束は非常に難しい. そこで本稿では新たな収束アルゴリズムを提案し, 既存の手法である SGD 法や最急降下法と性能比較を行いその有効性を確認した.

A Study about Convergence Speed of Machine Learning by Gradient Method

Toshiki Matsui, Tsuyoshi Hashimoto, Junichi Hashimoto
Japan Advanced Institute of Science and Technology

Abstract

Machine Learning has been used to adjust the parameter since before. We think about optimization problem by Gradient Method. Machine Learning by Gradient Method tends to become large-scale Nonlinear Programming Problem, and convergence speed often becomes a big problem. However, effective convergence is very difficult from various factors. In this paper, We proposed new method, and We compared Stochastic Gradient Descent Method (SGD), Steepest Gradient that is existing method with new method. As a result, we confirmed effectiveness of new method.

1. はじめに

ゲームにおける思考アルゴリズムの研究において, 機械学習によってパラメータの調整を行うことが以前から盛んに行われてきた. 様々な手法が提案されているが, ここでは勾配法を使用した最適化問題を考える. 勾配法を使用したパラメータの学習は大規模な非線形計画問題になりがちで収束速度はしばしば重要な問題となる. 本稿では囲碁における局面の確率分布を生成する確率密度関数の学習を取り扱かった. この最適化問題は学習サンプルが膨大である, 複雑な制約式が組み込まれている, 誤差関数が十分に滑らかでない, 各パラメータが従属しているなどの理由で高速な収束は非常に難しい. そこでこのような難解な非線形計画問題でも有効に作用する新たなアルゴリズムを提案し, 既存の手法である SGD 法や最急降下法と性能比較を行いその有効性を検証する.

2. 学習の設計

2. 1 誤差関数

囲碁での局面の確率分布を生成する確率密度関数を, 勾配法を使った学習によって調整する問題を考える. 最適化の具体的な設計に関しては本稿では解説せず, 一般化した式で誤差関数を表わす. 誤差関数は以下のように定義される.

$$J_v = \sum_i T\left[f_v(x_i) - y_i\right]$$

$T[\cdot]$は誤差汎化関数でy_iは教師信号，x_iは訓練集合であり，$f(x_i)$は現在の評価値である．この誤差関数を最小化するためにパラメータベクトルvの調整を行う．

2．2　手法

パラメータは互いに従属しており誤差関数は非線形であるため，反復学習による数値パラメータの調整という方法が望ましい．また誤差関数には様々な拘束条件が付加されるため，誤差関数に対して制約がない手法が好まれる．また調整すべきパラメータは六千を超え学習サンプルは五千万にものぼる大規模な問題のためメモリの制約を受けにくい手法がよい．そのためSGD法や最急降下法といった手法が適切と考えた．

2．3　各手法のアルゴリズム

確率的勾配降下法，最急降下法，提案手法のアルゴリズムをそれぞれ解説する．共通の特徴として以下があげられる．

◆ 逐次的に処理したデータは捨てられるので大規模問題に適している
◆ 実装が非常に簡単である
◆ 誤差関数に対する制約がない

● 確率的勾配降下法(stochastic gradient descent method)(SGD法)

求めた誤差関数から線形に刻み幅を与える手法．各特徴が誤差関数をもとに変動するので，誤差関数が滑らかな時には非常に有効に働く．

$$v^{(k+1)} = v^{(k)} - a\nabla J_v^{(k)}$$

刻み幅aの値は最適化中変化しない．優れた収束を得るためには適切なaの設定が必要である．

● 最急降下法(steepest gradient)

勾配方向によって値を定数で更新する．全ての特徴に対して同一の刻み幅で更新する．

$$v^{(k+1)} = v^{(k)} - a \cdot \mathrm{sgn}\left[\nabla J_v^{(k)}\right]$$

$\mathrm{sgn}[\cdot]$は符号を返す関数である．精度を上げるためにはaの初期値を大きめに取りじょじょに小さくする必要がある．

● 提案手法

特徴ごとに刻み幅を持たせた最急降下法である．特徴は前回得られた勾配ベクトルと今回得られた勾配ベクトルの符号の変化によって刻み幅の調整を行うことにある．符合が反転した時に刻み幅を小さくし，符号が等しい時に刻み幅を大きくする事で安定して収束する．

$$v^{(k+1)} = v^{(k)} - A^{(k)} \cdot I \cdot \mathrm{sgn}\left[\nabla J_v^{(k)}\right]$$

Aは刻み幅ベクトルである．Iは単位行列である．Aの値は以下のようにステップ毎に変化させていく．

$$A^{(k+1)} = A^{(k)} \cdot I \cdot \left(\alpha\left(k - H(x)\right) + \beta H(x)\right)$$

$$x = \nabla J_v^{k} \cdot I \cdot \nabla J_v^{k+1} \quad k := [1, \cdots, 1]^T$$

$$\alpha < 1, \quad \beta > 1 \quad \alpha\beta < 1$$

$$H(x_i) := \begin{cases} 0(x_i < 0) \\ c(x_i = 0) \\ 1(x_i > 0) \end{cases} \quad \left(c = \frac{1-\alpha}{\beta - \alpha}\right)$$

$A^{(0)}, \alpha, \beta$を適当に設定する必要がある．αは刻み幅を小さくし，βは刻み幅を大きくする．$\alpha\beta < 1$とは増加量が減少量を超える事は許さないという事である．

３．実験

３．１　一括更新

パラメータを一つずつ繰り返し更新していく事も考えられるが効率は悪いと思われる．そこで全ての特徴を一括で更新することにした．

３．２　指標

収束の指標には成功率を使う．成功率とは全サンプル中で，教師信号よりも悪いと判断できた訓練信号の割合である．

３．３　結果

実験結果をまとめると表.１と図.１になる．それぞれの実験環境とその結果を示す．

- SGD 法

設計した誤差関数は特徴によって出現頻度が大きく異なるため一般的な式のままではまったく収束しなかった．よって勾配ベクトルの要素ごとに要素の出現回数に対する平均値を求めて使用することにした．

$$v^{(k+1)} = v^{(k)} - a \cdot E\left[\nabla J_v^{(k)}\right]$$

結果として SGD 法は収束精度が非常に悪かった．初期収束はもっとも優れており最初の数ステップは一番効果が高い．しかしそれ以降急激に収束速度は鈍化してしまう．

- 最急降下法

収束精度は優れているが，収束速度がもっとも悪い．また刻み幅の設定はかなり煩雑であり，収束を実現するためには実験を重ねる必要がある．今回使用した刻み幅は図.２のようにした．

- 提案手法

収束速度，精度ともに優れた結果を出した．いくつか刻み幅ベクトルから適当に要素を選んで刻み幅が反復毎にどのように変化していくかを図.３に示した．最初は大きく学習され，じょじょに学習率が小さくなる事がみてとれる．$A^{(0)}$の初期値は全て同じ値を与えることにした．初期値によって収束速度が異なる(図.４参照)．あまりに小さくすると収束速度が低下するが，どのような初期値を与えても最終的には収束する．α, β の設定によって収束精度に変化が生じるようである(図.５参照)．収束速度はどの組み合わせもほとんど変化は見受けられなかった．また$\alpha\beta$ の値が大きすぎると収束が不安定になるようだ．

４．考察

SGD 法の収束が悪かったのは，今回の誤差関数が十分に滑らかではない事が原因だと考えられる．パラメータが停留点に十分に近い時でも勾配ベクトルが十分に小さくならないためパラメータの微妙な調整ができずに収束速度，精度ともに劣化してしまったと思われる．対して提案手法は，特徴ごとに刻み幅を持たせ勾配方向をもとに調整する事で，誤差関数が滑らかでない場合でも有効な刻み幅を与える事ができるため優れた収束速度を実現したといえる．最終的な収束精度は最急降下法とほとんど同じになるようである．しかし誤差関数が滑らかな場合は SGD 法のほうが優れているかもしれない．またもっと規模が小さい問題であればメモリの制約条件から開放されることで，より高性能な収束法の適用が可能かもしれない．

参考文献

[1] 保木．局面評価の学習を目指した探索結果の最適制御.GPW, Nov. 2006.

[2] 金子．兄弟節点の比較に基づく評価関数の調整. GPW, Nov. 2007.

表１.それぞれの収束法の性能評価

	初期値の設定	刻み幅の設定	収束速度	収束精度
SGD 法	重要	不要	２番	悪い
最急降下法	重要	重要	３番	良い
提案手法	重要	不要	１番	良い

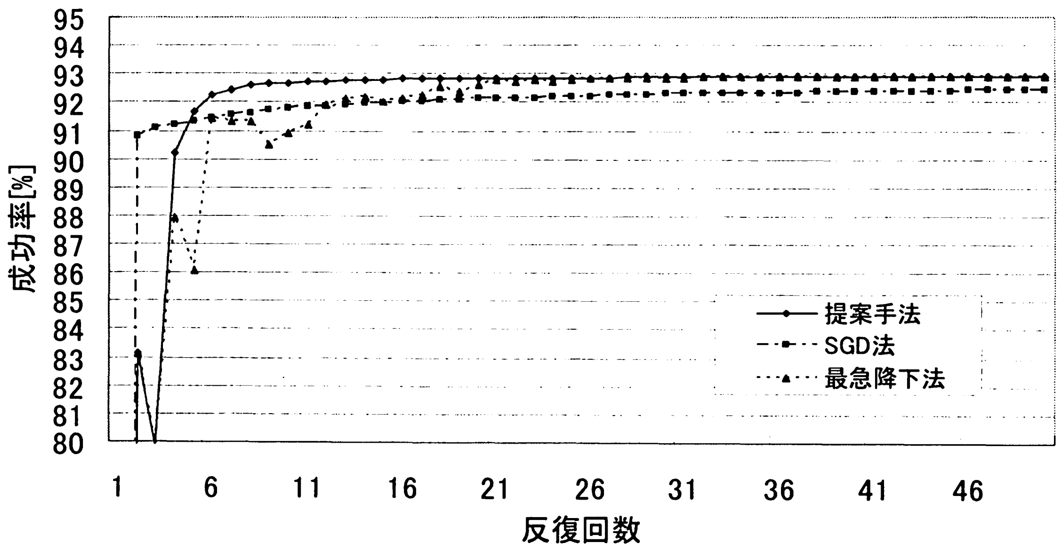

図１.それぞれの収束手法と収束の関係

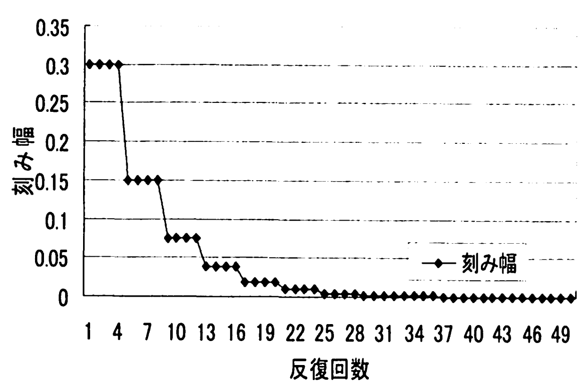

図２.最急降下法の初期値と刻み幅

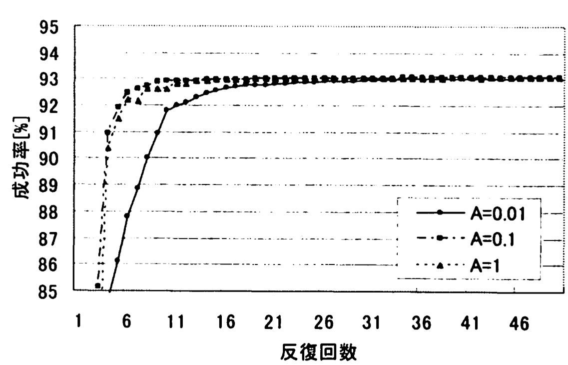

図４.初期値と収束の関係

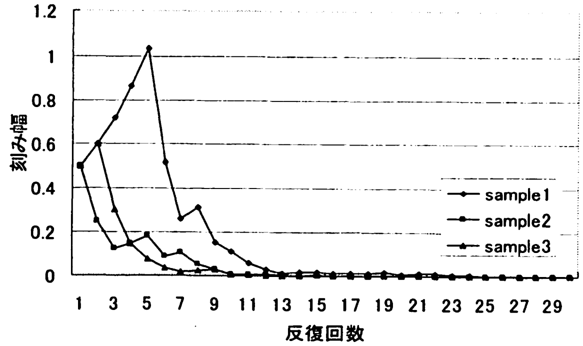

図３.提案手法の刻み幅の変動

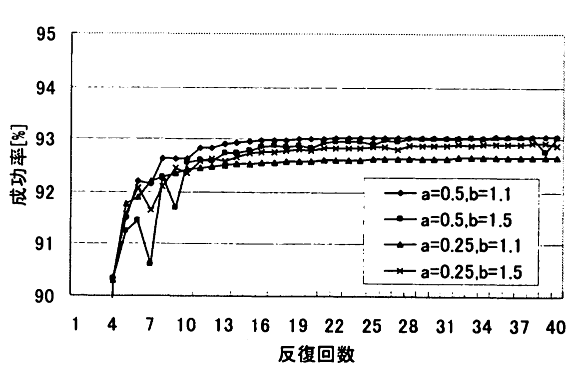

図５.α,β 値と収束の関係