

囲碁の攻合いの数理的解析 — 内ダメ領域内のコウ —

中村 貞吾[†] Rafael Caetano Dos Santos^{††}

[†]九州工業大学 情報工学部 知能情報工学科

^{††}九州工業大学大学院 情報工学研究科 情報科学専攻

E-mail: {teigo, rafael}@dumbo.ai.kyutech.ac.jp

概要

攻合いに勝つか負けるかは地としてのスコアに大きな影響を与えるが、攻合いの結果として得られる地をスコアとするゲームとして攻合いを捉えるのでは、部分局面への分割ができないため、対象となっている攻合い全体の局面の探索が必要になる。しかし、スコアとして攻合いの対象となっている石群の手数を用いることにより、攻合い局面を部分領域に分割することが可能になり、組合せゲーム理論に基づいて各部分局面の解析結果の「和」として全体の攻合いの勝敗の評価を行なうことで、探索量を大幅に削減することができる。筆者らは、これまでに、外ダメ領域の手数の計算法、内ダメを含む場合の攻合いや外ダメ領域内にコウがある場合の攻合いの解析法を示してきたが、本論文では、新たに内ダメ領域内にコウが含まれる場合の攻合いの解析を試る。

Analysis of Capturing Races — Kos in Shared Liberties —

Teigo NAKAMURA[†] and Rafael Caetano Dos Santos^{††}

[†] Department of Artificial Intelligence, Kyushu Institute of Technology

^{††} Graduate School of Computer Science and Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology

E-mail: {teigo, rafael}@dumbo.ai.kyutech.ac.jp

Abstract

Whether to win or to lose a *semeai* largely affects the territory score. However, if we only take account of the territory score, it's impossible to decompose semeai positions and entire semeai search is required, because the territory score is only obtained as the result of the semeai. But if we take account of the number of liberties, we can decompose a semeai position into subgames and analyse the semeai as a sum of each subgame. We have proposed the method of counting liberties using combinatorial game theory and analysing semeais with shared liberties and kos in external liberty regions. In this paper, we analyse semeais with kos in shared liberty regions.

1 はじめに

組合せゲーム理論は、全体の局面が独立した部分局面の和に分解できるようなゲームの解析に大きな威力を発揮する。囲碁はそういった部分性の強いゲームであり、これまでに、最終盤のヨセの手止りの解析 [1], コウを含むヨセ局面の数理的評価 [2][3][4], 眼形の解析 [5] に加えて、最近では、攻合いの勝敗を数理的に解析する手法 [6][7][8] などが示されている。

攻合いに勝つか負けるかは、地としてのスコアに大きな影響を与えるが、最終的に得られる地をスコアとするゲームとして攻合いを捉えたのでは、部分局面への分割ができないため、対象となっている攻合い全体の局面の探索が必要になる。そこで、[6] では、攻合いの対象となっている石群の手数をスコアとすることによって、局面を部分領域に分割することを可能にし、そして、各部分局面の解析結果の「和」として全体の攻合いの勝敗の

評価を行なうことで、探索量を大幅に削減することを可能にしている。さらに、[7]、[8]では、内ダメを含む場合の攻めいや外ダメ領域内にコウがある場合の攻めいについての解析法が示されている。本論文は、[6]~[8]においてまだ手がつけられていなかった内ダメ領域にコウを含む攻めいの解析を試る。

2 コウを含む攻めい

囲碁にはコウに関する格言や用語が数多くある。そして、コウがあるからこそ囲碁というゲームが複雑でかつ面白いものになっている。コウを取られた側のプレイヤーは、次の着手で直ちにコウを取り返すことが禁止されており、コウダテを打つか、または、コウを無視して他方面に向かうかを選択する。コウを取った側のプレイヤーは、相手のコウダテに受けて相手がコウを取り返すことを甘受するか、コウダテを無視してコウを解消するかという選択に迫られる。コウは、序盤から終局までの様々な局面で登場しうが、本論文では、その中でも「攻めい」におけるコウに焦点を当てる。

以下にコウを含む攻めいの例をいくつか示す。

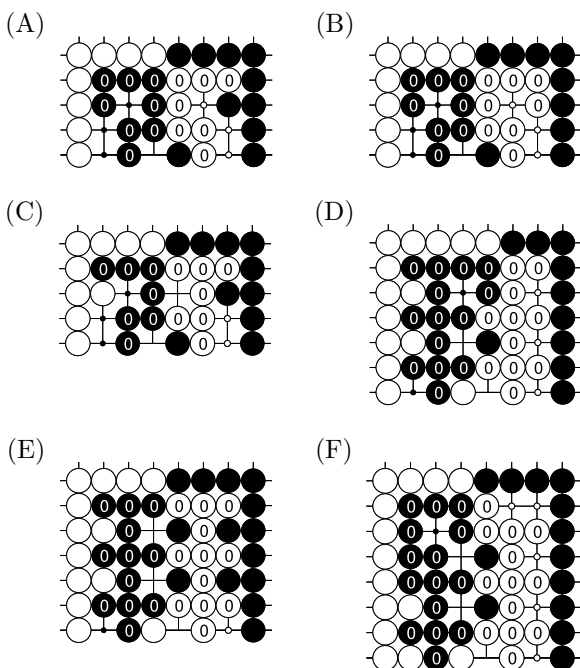


図 1: コウを含む攻めいの例

攻めいにおけるコウは、その形状や攻めいの結末に応じて、「本コウ」、「 n 手ヨセ劫」、「 n 段コウ」、「両コウ

(活、死、セキ)」、「3コウ」、「4コウ」、「万年コウ」、... など様々な種類に分類される。

3 攻めいの部分ゲームとしてのコウ

攻めいゲームは、攻めいの対象となっているブロック (対象ブロック) の手数をスコアとするゲームである^{†1}。攻めいゲームは、対象ブロック、および、安全であると仮定された攻撃側のブロックによって囲まれる空点領域に分割される。境界上に一方の側の対象ブロックのみが存在する空点領域を外ダメ領域と呼び、両方の側の対象ブロックが存在する空点領域を内ダメ領域と呼ぶ。なお、攻めいの部分ゲーム局面 G に対して、下付き添字の L と R を用いて、それぞれ、黒 (Left) と白 (Right) のどちらの側のプレイヤーのブロックが対象ブロックとなっているかを明示する。

3.1 外ダメ領域のコウ

半コウの形のコウ局面を K とし、 K に対して、上付き添字の L と R によって、どちらのプレイヤーがコウを取った局面であるかを表わす。

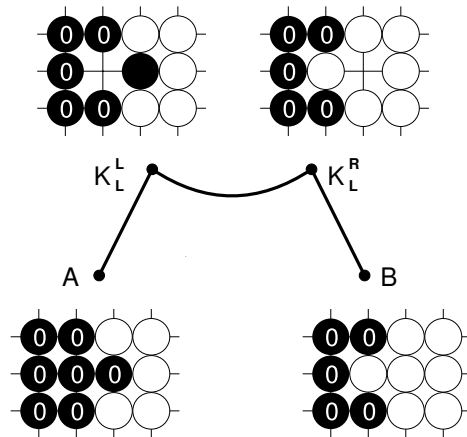


図 2: 外ダメ領域のコウ

図 2 は、外ダメ領域のコウである。この場合、対象ブロック側のプレイヤー (防御側のプレイヤー) の K_L^L から A への着手は、「(a) 自分のダメを詰める悪手」であるため枝刈りされる。また、攻撃側のプレイヤーの K_L^R から B への着手は、「(b) 複数のコウが存在する場合以外は省略されてコウ争いをする」ことになる^{†2}。

^{†1} 図中の丸印が対象ブロック、手数のスコアは、対象ブロックが黒 (Left) の場合を正、白 (Right) の場合を負とする。

^{†2} あるいは、 B と着手して一手無駄にしても攻めいに勝てる場合は、コウを解消するために着手されることもある。

3.2 内ダメ領域のコウ

一方、図3は、内ダメ領域のコウである。内ダメ領域には、双方のプレイヤーの対象ブロックが存在するため、プレイヤーの着手は攻撃側と防御側の両方の側面を持つ。したがって、 K_{LR}^L から A への着手、および、 K_{LR}^R から B への着手は上の (a), (b) 両方の理由によって枝刈りされる (図4)。

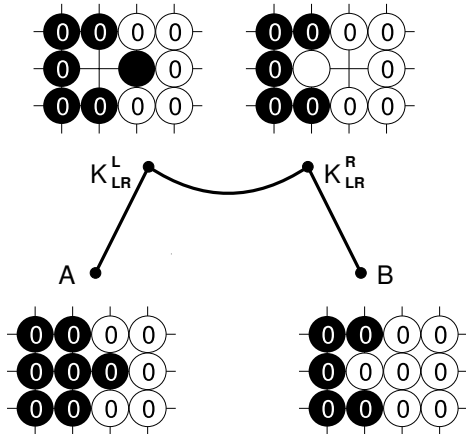


図 3: 内ダメ領域のコウ

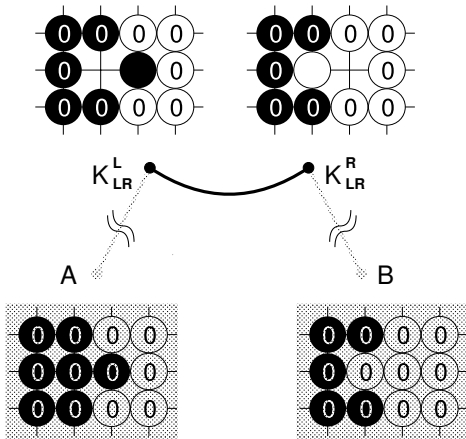


図 4: 内ダメ領域のコウ (枝刈り後)

その結果、 K_{LR}^L の局面における白 (Right) の対象ブロックのスコア、および、 K_{LR}^R の局面の黒 (Left) の対象ブロックのスコアは共に 0 となる。一方、 K_{LR}^L の局面の黒 (Left) の対象ブロックのスコアは、 K_{LR}^R の黒 (Left) のスコアから黒 (Left) が 1 手費やして得られるので +1、

同様に、 K_{LR}^R の局面の白 (Right) の対象ブロックのスコアは -1 となる。

$$\begin{aligned} RScore(K_{LR}^L) &= 0, & LScore(K_{LR}^R) &= 0 \\ LScore(K_{LR}^L) &= 1, & RScore(K_{LR}^R) &= -1 \end{aligned}$$

したがって、合計のスコアは次のようになり、

$$\begin{aligned} Score(K_{LR}^L) &\stackrel{\text{def}}{=} LScore(K_{LR}^L) + RScore(K_{LR}^L) \\ &= 1 + 0 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Score(K_{LR}^R) &\stackrel{\text{def}}{=} LScore(K_{LR}^R) + RScore(K_{LR}^R) \\ &= -1 + 0 = -1 \end{aligned}$$

コウを取る着手の利得は 2 であることがわかる^{†3}。

しかし、内ダメ領域内にコウが複数存在する場合は状況が変わってくる。すなわち、通常は (a) の理由によって枝刈りされるべき着手が、(b) の理由によって着手せざるを得ない状況が生ずる。図5は、複数のコウがある際に、白 (Right) を攻撃側とした場合の状況を表わす。

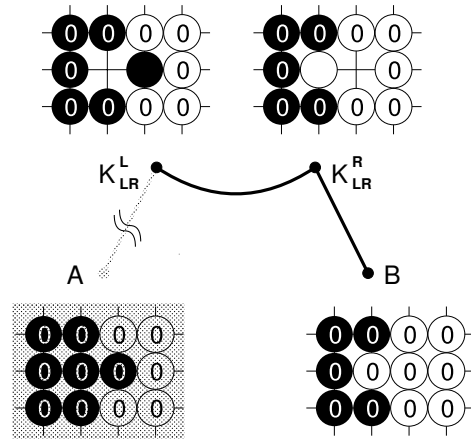


図 5: 内ダメ領域のコウ (複数のコウの場合)

ここで、 $LScore(B) = RScore(B) = 0$ であるので、 $Score(B) = 0$ となり、白の B への着手の利得は -1 となる^{†4}。そして、このとき、 K_{LR}^L および K_{LR}^R は、 $Score(B)$ をベースにして、 $Score(K_{LR}^R) = 1$ 、 $Score(K_{LR}^L) = 2$ と評価される。

4 コウを含む攻合いの解析

本節では、部分ゲームとして K_{LR} を含む攻合いの解析を行なう。ここで、コウ以外の外ダメ、内ダメは共に

^{†3} 攻合いにおける利得のベースラインは 1 であるので、真の利得は $2 - 1 = 1$ である。

^{†4} 利得のベースライン 1 を基準にすると、真の利得は -2、すなわち「2 手損」に相当する。

数 (number) であり, 未確定な眼形や手数を延ばす着手等は無いものと仮定する.

最も基本的な攻合いのコウは双方のプレイヤーが共にそれぞれ一手で解決できる「本コウ」であるが, 対象ブロックの眼形の有無およびダメの数に応じて, これに関連した様々なコウの状態が存在する. それらを区別するために, 単一の K_{LR} を含む全体の攻合い局面を以下のように記述する.

$$s_l k_r^x : \begin{cases} l, r, s \text{ は } 0 \text{ 以上の整数} \\ l(r) \text{ は } L(R) \text{ の対象ブロックの外ダメ数の和} \\ s \text{ は内ダメの数} \\ x \text{ は } L \text{ または } R \\ \text{(コウを取った状態の側のプレイヤー)} \end{cases}$$

なお, 対象ブロックが眼形を持つ場合は, l および r を下線付きで表記する.

$s_l k_r^x$ の局面に対する可能な着手は, 組合せゲーム理論の表現を用いて以下のように記述される.

$$s_l^L k_r^L = \left\{ s_l^L k_{r-1}^L, s_{l-1}^L k_r^L, g(l, r, s) \mid s_l^R k_r^L, s_{l-1}^R k_r^L, s_{l-1}^L k_r^L \right\}$$

$$s_l^R k_r^R = \left\{ s_l^L k_r^R, s_l^R k_{r-1}^R, s_{l-1}^R k_r^R \mid s_{l-1}^R k_r^R, s_{l-1}^L k_r^R, g(l, r, s) \right\}$$

ここで, $g(l, r, s)$ は K_{LR} からコウをつないで解消した状態を表す. このゲーム木は図 6 となる.

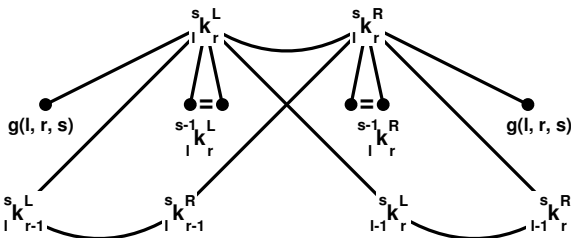


図 6: コウを含む攻合いのゲーム木

このルールに基づいて個々のノードを展開していき, 攻合いの結果に応じて, L (黒勝), R (白勝), S (セキ) のラベルを末端ノードに付与する. その後, 作成されたゲーム木に対して, 次の 2 つの規則を用いた簡略化を行なう (図 7).

- (1) $R(L)$ の着手 X に対して, 相手方に $L(R)$ を勝ちに導くオプションが存在するならば X を削除する.

- (2) $R(L)$ 側には着手が存在せず, かつ, $L(R)$ 側のオプションに自身を勝ちに導くものが存在するならば, 全てのオプションを削除して $L(R)$ のマークを付与する.

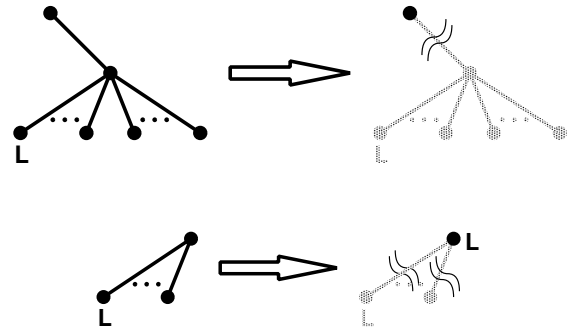


図 7: ゲーム木の簡略化

K_{LR} を一つ含む攻合いの簡略化後のゲーム木のいくつかを図 14~18 に示す.

図 14 の攻合いでは, ${}^0 \underline{l} k_{\underline{l}}$ は「本コウ」, ${}^0 \underline{l} k_{\underline{l}} (l > 1)$ は「白の $l-1$ 手ヨセコウ」, ${}^0 \underline{l} k_{\underline{r}} (r > 1)$ は「黒の $r-1$ 手ヨセコウ」である. ところが, $l > r > 1$ の場合は少し様子が異なる. ここから交互に外ダメをツメ合っていけば, 最終的に「白の $l-r$ 手ヨセコウ」に落ちつくが, 通常のヨセコウとは異なり, 黒はコウを解消するまでに最悪で $r+1$ 手を費やす可能性を秘めている¹⁵. それに対して, 黒に眼形の優位性のある図 15 では, その優位性が結果に反映されている. $l-r > 1$ の場合の ${}^0 \underline{l} k_{\underline{r}}$, および, ${}^0 \underline{r+1} k_{\underline{r}}^L$ は「黒の攻合勝」となる. それに対して, ${}^0 \underline{l} k_{\underline{r}} (l < r)$ は前図と同様に「白の $r-l$ 手ヨセコウ」にしかならない. 双方に眼が無い図 16 においては, ${}^0 x k_x$ は, 双方共に 1 手で解消できるので「本コウ」である¹⁶. この状況に内ダメが加わったのが, 図 17 および図 18 である. コウの無い通常の攻合いのときと同様に, 内ダメの数に応じて, 勝ち負けの確定しない範囲が広がっている. 図 18 の下部の点線で囲んだ部分は, 万年コウに相当するもので, 具体的には図 8 のような形のゲーム木となっている. 万年コウとは, コウを取った側のプレイヤーが続いて内ダメを詰めて攻撃する (本コウにする) と, 相手の取り番のコウになるので互いに手出しがためられるという状況のコウの形である¹⁷.

¹⁵ 黒が 1 手ダメを詰める度に「白の x 手ヨセコウ」が「白の $x+1$ 手ヨセコウ」に変化する.

¹⁶ ただし, 「コウ付き攻合い最後に取れ」の格言が教えるように, 上位のレベルでコウを取ってはならない. もし上位レベルでコウを取った場合は, 必然のダメツメの応酬の後, 最後の ${}^0 \underline{l} k_{\underline{l}}$ のレベルでコウを取り返されてしまい困ったことになる.

¹⁷ 実際の万年コウでは, 一方の側のみがセキの選択肢を有する. すなわち, 他方のノードには S へのオプションが無い.

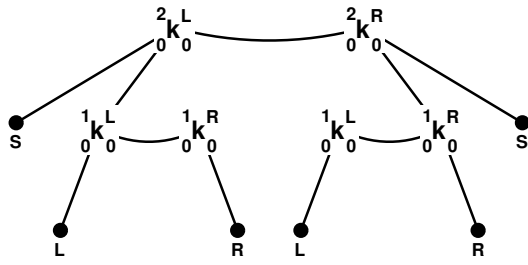


図 8: 万年コウ

次に K_{LR} が複数個存在する攻合いについて考える。図 9 は K_{LR} が 2 個の場合の局面のコウトリによる状態遷移を模式的に表わしたものである。A は両方共 K_{LR}^L の状態、B は両方共に K_{LR}^R の状態、C は一方が K_{LR}^L で他方が K_{LR}^R の状態で、その組合せにより 2 通りの状態がある。したがって、C からは例えば $C1 \Rightarrow A \Rightarrow C2$ の経路で再び C に戻ることが可能であるが、逆に $A \Rightarrow C \Rightarrow A$ では同じ経路を通ることになるのでコウの着手禁止に引っかかる。このように、劫ダテを必要とせず直ちに元の状態に戻れる状況を矢印を用いて $\bullet \rightarrow \bullet$ のように表記する。

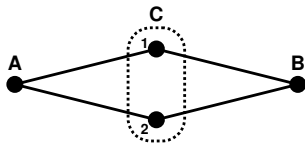


図 9: $2 \times K_{LR}$ の場合の状態遷移

この表記法を用いると、 K_{LR} が 2 個ある攻合いゲームは次のように記述できる。

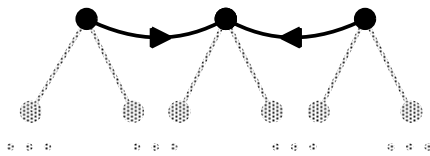


図 10: $2 \times K_{LR}$ (両コウ)

そして、例えば図 11 のノード A は「両コウ黒勝ち」に相当する局面である。また、図 19 は、最下部が「両コウセキ」であり、それ以外の部分からはヨセコウとな

^{†8} コウのアークにある数字は対象ブロックの l と r のペアである。

るゲーム木である^{†8}。

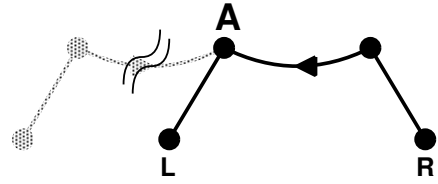


図 11: 両コウ黒勝

同様に、 K_{LR} が 3 個ある攻合いゲームの状態遷移は図 12 のようになる。ここで、CD 間は両方向に移動可能であるので、そのゲームは図 13 のように記述される。

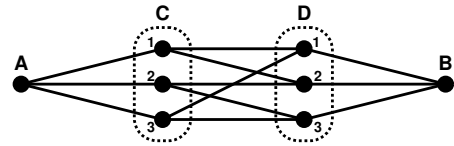


図 12: $3 \times K_{LR}$ の場合の状態遷移

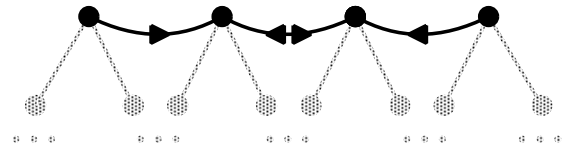


図 13: $3 \times K_{LR}$ (3コウ)

図 20 に示すのは 3 コウのゲーム木の一例で、図 1 の (E) の攻合いが丁度このゲーム木に対応する。「3 コウ」にも様々な種類がある。図 20 の下部の点線部分は一手のゆるみも許されない典型的な 3 コウであるが、上位のレベルの 3 コウは両方のプレイヤー共に手抜きをすることが可能である。手を抜いて相手に先に打たれたとしても、依然として 3 コウであることには変わりがない。

最後に、2 節の図 1 にあげた (A)~(F) の攻合いの状態を判定してみよう。

(A) 図 15 の $\frac{0_1 k^L}{2 k^R_3}$

(B) 図 14 の $\frac{0_1 k^L}{2 k^R_3}$

(C) 図 16 の $\frac{1_1 k^L}{3 k^R_2}$

(D) 黒1眼，白0眼なので，白が攻撃側のプレイヤーであり，下方のコウのスコアは +1 となる．これにより外ダメ数が共に 3 となるので，この局面は図 15 の $\frac{0}{3}k_3^L$ に相当

(E) 図 20 のノード A

(F) (D) と同様に白が攻撃側のプレイヤーであるので，下方の 2 個のコウのスコアは +1 と +2 である．したがって，図 15 の $\frac{0}{4}k_5^L$ に相当

5 おわりに

内ダメ領域内にコウを含む囲碁の攻合いを対象にして，本コウ，ヨセコウ，万年コウ，両コウ，3コウなどの概念とゲーム木との関係を示した．また，囲碁用語が割り当てられていないようなコウの状況であっても，このゲーム木上のノードと対応させることにより，その特徴を記述できることが明らかになった．内ダメ領域内に複数のコウを含む攻合いに対して，個々の部分局面のスコアを基にしてその状態の判定ができることを示した．

本論文では，コウ以外の外ダメ，内ダメは共に数であり，未確定な眼形や手数を延ばす着手等は無いものと仮

定したが，手数の変化をとともなうダメ領域，および，半コウ以外の一般的なコウをも含めたより一般的な攻合い解析を行なうことが今後の課題である．

参考文献

- [1] Elwyn Berlekamp and David Wolfe: “Mathematical Go – Chilling Gets the Last Point–”, A.K.Peters, (1994).
- [2] Elwyn Berlekamp: “The Economist’s View of Combinatorial Games”, *Games of No Chance*, Cambridge University Press, pp.365–405, (1996).
- [3] Martin Müller, Elwyn Berlekamp and William Spight: “Generalized Thermography: Algorithms, Implementation, and Application to Go Endgames”, International Computer Science Institute, TR–96–030, (1996).
- [4] William L. Spight: “Evaluating Kos in a Neutral Threat Environment: Preliminary Results”, *Proceedings of CG2002*, (2002).
- [5] H. A. Landman: “Eyespace Values in Go”, *Games of No Chance*, Cambridge University Press, pp.227–257, (1996).
- [6] 中村貞吾: “組合せゲーム理論を用いた囲碁の攻合いの解析”, ゲーム情報学研究会, 2003–GI–9–5, pp.27–34, (2003).
- [7] 中村貞吾: “内ダメを含む囲碁の攻合いの数理的解析”, ゲームプログラミングワークショップ GPW’03, pp.161–167, (2003).
- [8] 中村貞吾: “コウを含む囲碁の攻合いの解析”, ゲームプログラミングワークショップ, GPW04, pp.32–39, (2004).

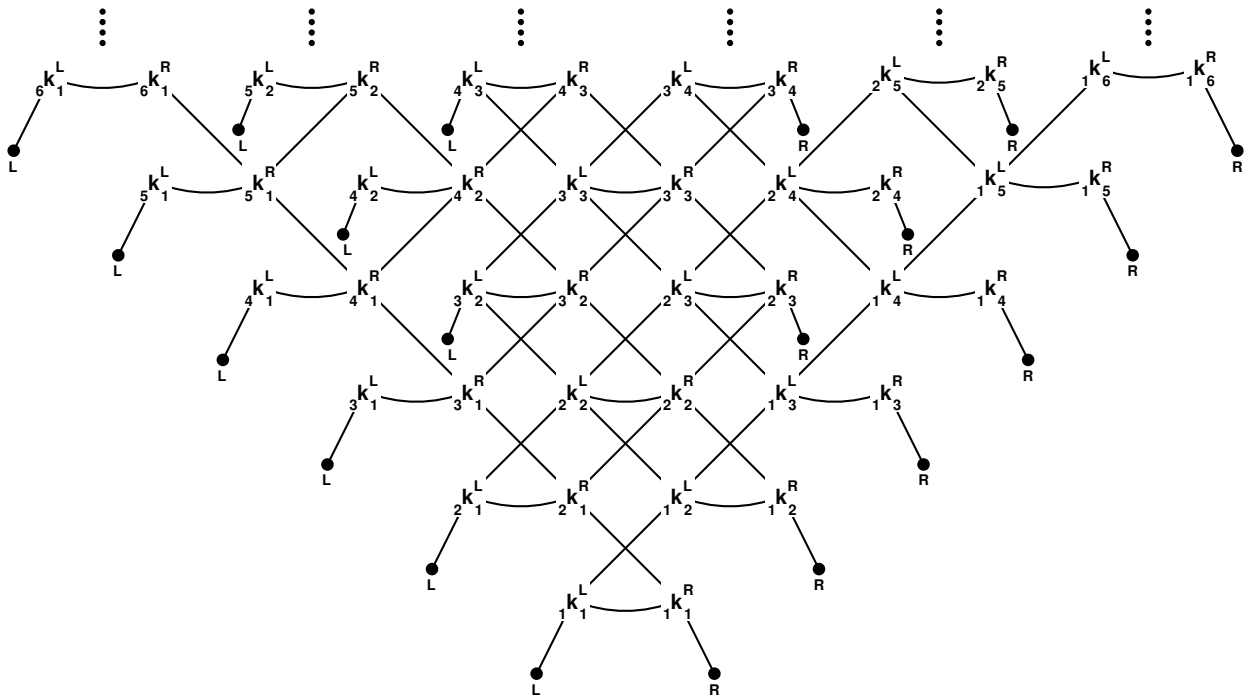


図 14: $\frac{0}{1}k_2$: L も R も共に 1 眼, $s = 0$ (内ダメ無し)

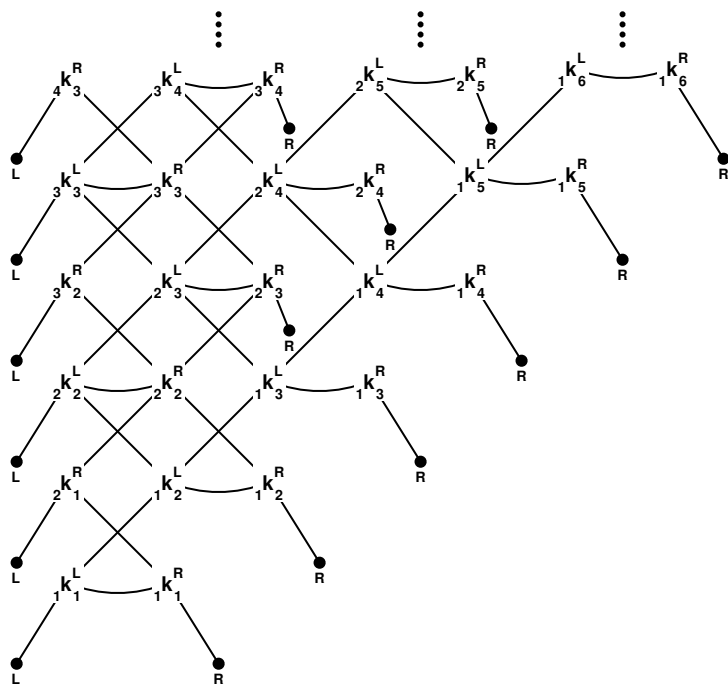


図 15: 0_1k_r : L のみ 1 眼 (R は 0 眼), $s = 0$

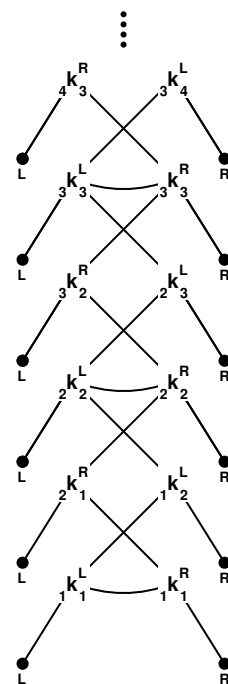


図 16: 0_1k_r : L も R も 0 眼, $s = 0$

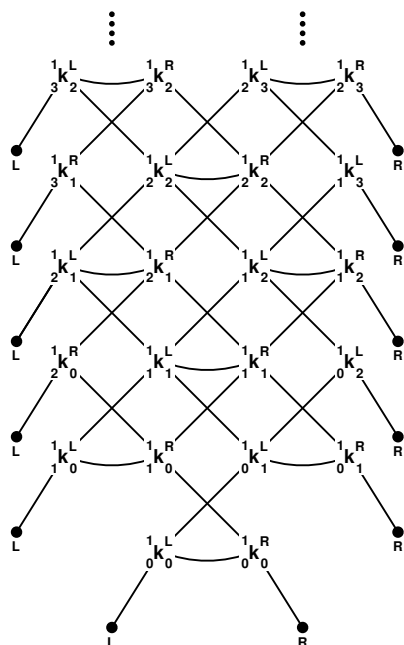


図 17: 1_1k_r : L も R も 0 眼, $s = 1$

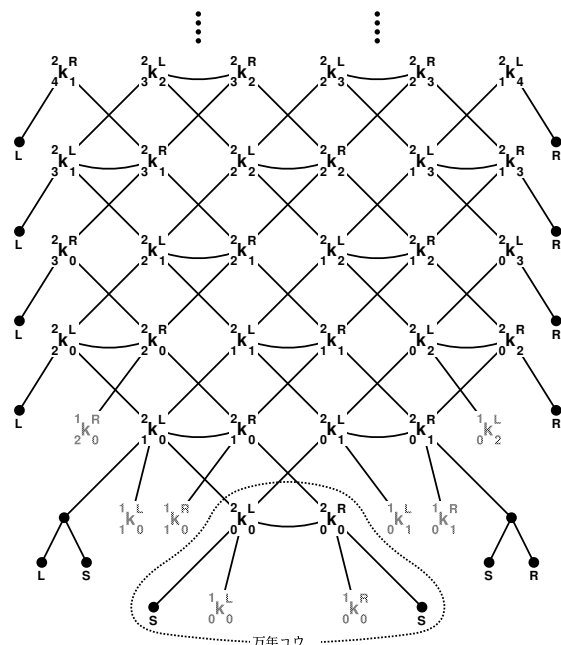


図 18: 2_1k_r : L も R も 0 眼, $s = 2$

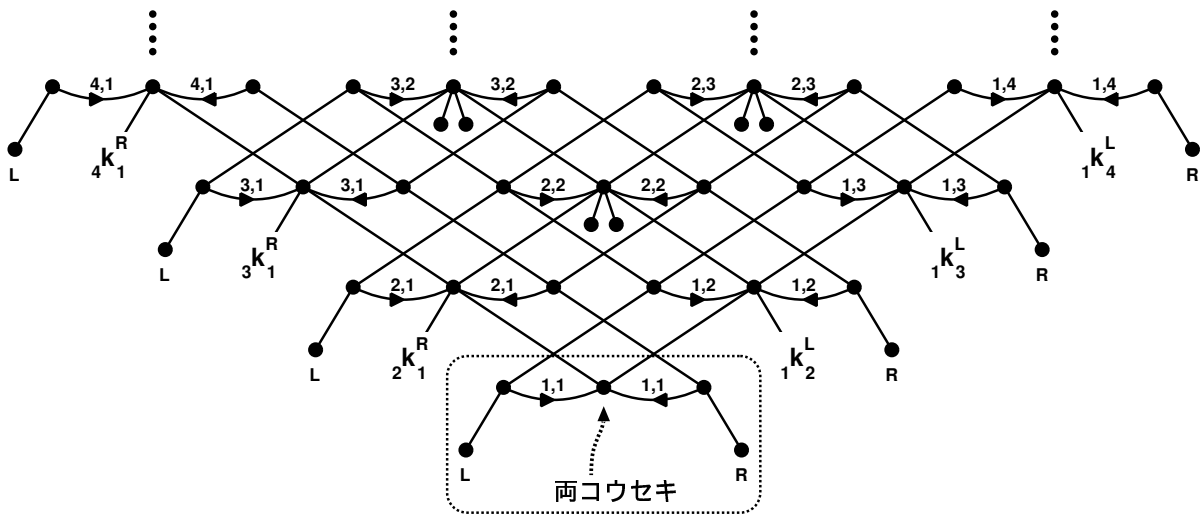


図 19: $2 \times K_{LR}$, 黒, 白共に 1 眼, $s = 1$

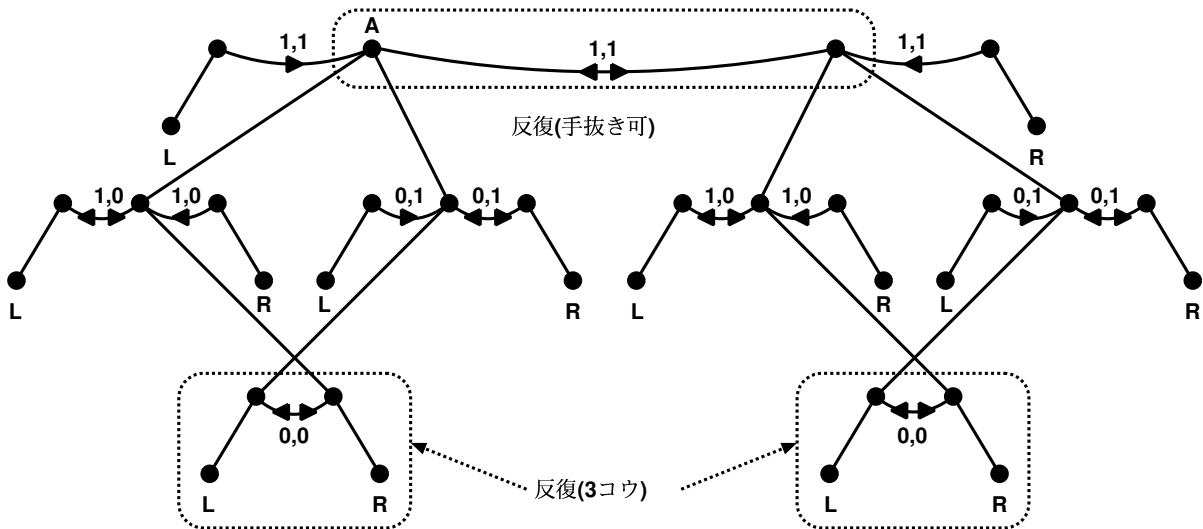


図 20: $3 \times K_{LR}$, 黒, 白共に 0 眼, $s = 0$