

## 探索解の広範囲分布を維持する Particle Swarm Optimization の提案と評価

森 一真<sup>†1</sup> 山口 崇志<sup>†1</sup> マッキン ケネスジェームス<sup>†1</sup> 永井 保夫<sup>†1</sup>

Particle Swarm Optimization (PSO)は問題空間上に粒子が存在し、この粒子が問題空間上の位置を変えていくことによって探索する手法である。PSOの多様化を実現するため、得られた適合度を基に粒子の順位付けを行い、順位に基づき形成された異なる働きを持つグループ間で探索を行う手法(PPSO)が提案されている。本研究では、PPSOの適合度に応じたグループの構築の考え方にに基づき、上位グループの粒子を良い適合度の解付近に局所的に分布させ、下位グループの粒子を自身のグループの重心及びグループ全体の重心から離れることで広域的に分布させる手法を提案する。提案手法は、問題空間に対して粒子のグループ単位でより広域的に分布することで多様性を向上させることが可能であると仮定し、その有効性について検証した。

### Extended Particle Swarm Optimization to Maintain Wide Distribution of Search Space

KAZUMA MORI<sup>†1</sup> TAKASHI YAMAGUCHI<sup>†1</sup> KENNETH J. MACKIN<sup>†1</sup>  
YASUO NAGAI<sup>†1</sup>

Particle Swarm Optimization (PSO) is population based search method using particles that change position in the problem space. To improve diversification of PSO, a search method by particle groups has been previously proposed (PPSO). In this research, we proposed a new search method which creates groups depending on the fitness value of each particle, so that particle of the group with higher fitness distribute in the vicinity of the best solution, while particles of the group with lower fitness distribute globally by moving away from the center of the local group and the center of the whole group. We evaluated the effectiveness of the proposed method, and showed that it improved the diversity of PSO by creating groups of particles distributed globally in the search space.

#### 1. はじめに

近年、最適なパラメータや組み合わせを求める最適化問題を実用的な計算時間で解くことが求められている。そこで、遺伝的アルゴリズム(GA)等のような進化計算手法が活発に研究されている。その中でも、多点型探索手法である Particle Swarm Optimizaion(PSO)が注目されている。PSOによる探索では、粒子毎の情報と群れとしての情報を基に探索方向を決定する[1][2]。PSOは世代を経ることで最良解付近へと粒子が集まりながら探索していく為、他の進化計算手法に比べ、収束速度が速いことが挙げられる。その探索特性により、非線形システムにおける最適化問題等への応用が研究されている[3]。しかし、PSOでは世代を経ていく毎に各粒子の移動量が減少していく為探索の多様性が失われる問題点が存在する。

このような問題点に対して、PSOの粒子同士の共有情報や構造といったトポロジーに着目し、トポロジーによる探索の多様性についての研究が行われており[4]、探索の多様化を行うモデルの一つとして複数の群れを形成して探索を行う PSO が研究されている[5][6]。そのモデルの1つとして得られた適合度を基に粒子の順位付けを行い、順位に基

づき形成された異なる働きを持つグループ間で探索を行う手法(PPSO)が提案されている[7][8]。PPSOは、各グループ間を順位によって分けることで探索の多様性を得ている。その為、多峰性関数や次元数の多い問題に対しての有効性が確認されている[7][8]。しかしながら、PPSOでは世代を経ることでグループの変動が減少することでグループの変化による局所解を脱する効果が薄れ、その多様性が失われる可能性がある。

本研究では、このような PPSO の考え方にに基づき、探索の局所化と大域化のグループに分けることで、探索解の広範囲分布を維持する PSO を提案する[9]。提案手法では、グループの局所解に向かう上位グループとグループ内及びグループ間の重心を考慮して広域的に分布する下位グループに分かれる計算式を新たに取り入れている。粒子のグループ毎に局所的・広域的探索方向を決定づける事により、世代が経ても粒子全体として問題空間に対して広範囲に分布し、探索の多様性が向上することが期待される。そして、提案手法の有効性について検証するため、一般的に最適化手法の比較においてよく用いられているベンチマーク関数を用いて PSO 及び PPSO との比較を行う事で、提案手法における探索の多様性について評価を行った。

<sup>†1</sup> 東京情報大学  
Tokyo University of Information Sciences.

## 2. 提案手法

### 2.1 手法概要

PSO は問題空間上に粒子が存在し、 $d$ 次元の問題空間上の粒子  $i$  の位置  $\mathbf{x}_i = \{x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^d\}$ ,  $\mathbf{x}_i \in R^d$  を粒子  $i$  の移動量  $\mathbf{v}_i = \{v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^d\}$ ,  $\mathbf{v}_i \in R^d$  によって変更する事で探索を行う手法である[1][2]. PSO の探索では最終的に粒子が粒子全体としての最良解付近へと収束し、粒子の移動量が減少していく。その為、PSO では移動量が減少している際に局所解から脱することが難しい問題点が存在する。PSO の多様化を実現する為、順位に基づき形成された異なる働きを持つグループ間で探索を行う PPSO では、順位に基づく粒子のグループ毎の構成の変化により局所解から抜け出す事が出来る[7][8]. しかし、世代を経ることで粒子の順位の差が表れにくくなりグループの変動が減少する為、グループの変化による局所解を脱する効果が薄れ、その多様性が失われる可能性がある。

提案手法では、PPSO におけるグループ毎の探索の仕組みに対して、順位の高いグループは優良な適合度の解付近に対して局所的に探索を行い、順位の高いグループは各グループの重心及び全グループの重心に対して離れる方向へ探索を行う機能を付け加える[9]. これにより、世代が経ても粒子全体として問題空間に対して探索解を広範囲で維持出来るようにする。提案手法では、PPSO の移動量の定義に、式(1)で定義された  $h(t)$  を追加した。

$$h(t) = c_1 \cdot a(k) \cdot \mathbf{r}_1 \cdot \frac{(\mathbf{x}_i(t) - \bar{\mathbf{x}}_k(t))}{\|\mathbf{x}_i(t) - \bar{\mathbf{x}}_k(t)\|} + c_2 \cdot b(k) \cdot \mathbf{r}_2 \cdot \frac{(\mathbf{x}_i(t) - \bar{\mathbf{x}}_g(t))}{\|\mathbf{x}_i(t) - \bar{\mathbf{x}}_g(t)\|} \quad (1)$$

式(1)において、 $t$  は世代、 $\bar{\mathbf{x}}_k$  はグループ  $k$  の重心、 $\bar{\mathbf{x}}_g$  はグループ全体の重心、 $c_1$  及び  $c_2$  は各探索方向のベクトルに対する重み、 $\mathbf{r}_1$  及び  $\mathbf{r}_2$  は 0 から 1 までの乱数値のベクトルとなっている。また、 $a(k)$  及び  $b(k)$  は上位グループから下位グループの順に単調増加する関数の値であり、0 から 1 の範囲の値をとる。各グループ及び全体の重心から離れる方向は単位ベクトルで表現され、係数である  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$ ,  $a(k)$  及び  $b(k)$  によって各グループの探索域が大きく左右される。式(1)を PPSO の移動量の計算式に加える事によって、局所的分布をする粒子のグループと広域的分布をするグループを決定づけ、世代を経てグループの変動が減少しても多様性を失わず探索する事を実現する。

また、PPSO では世代毎に得られた適合度に応じて粒子に順位が割り振られ、現世代までの順位の総和に応じて各グループを構成する粒子が決定している[7][8]. 提案手法ではこの各粒子の順位について着目し、上位グループの粒子は適合度の高い解付近に存在し、下位グループの粒子は適合度の低い解付近に存在していると仮定した。この仮定を満足させる為、提案手法では順位の総和の計算時に、減

衰係数を掛けることでより最新の位置の順位をグループ再構成において優先している。その計算式を式(2)で表す。これにより、広域的に分布している下位の粒子の中で新たな最良解を発見した時、局所的探索を行う上位のグループへの移動が容易に出来、より効果的な局所的探索を実現している。

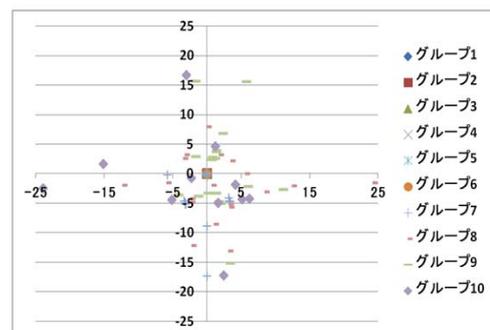
$$R_i(t+1) = s \cdot R_i(t) + q_i(t) \quad (2)$$

式(2)において、 $t$  は世代、 $R_i$  は粒子  $i$  の現世代までの順位の総和、 $q_i$  は粒子  $i$  の順位、 $s \in [0, 1]$  は減衰係数を表している。

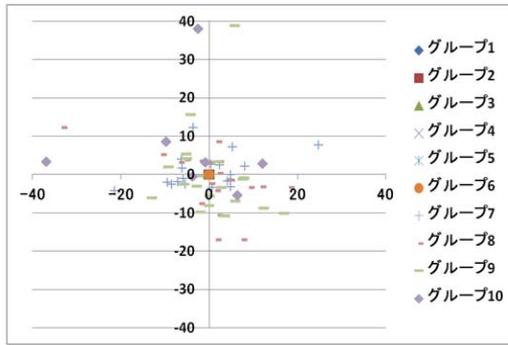
### 2.2 探索解の広範囲分布

PPSO では、各グループに対する粒子の慣性係数を変えている事で各グループの粒子の探索の動きを変化させていた[7]. 一方、提案手法では上位のグループでは局所的な探索を、順位の高い粒子では各グループの重心及び全グループの重心に対して離れていく広域的な探索を用いる事でグループの探索方式を決定する。これにより、世代が経ても探索解の広範囲分布を維持するような仕組みを取り入れ、より探索の多様性を向上させることを検討した。

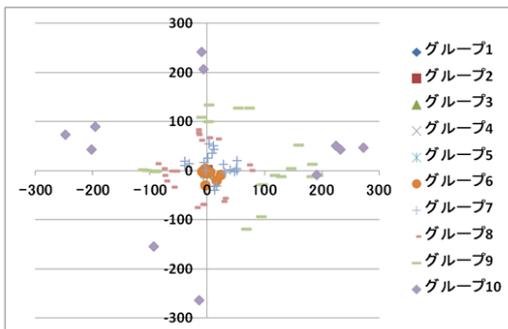
特に提案手法では、重心から遠ざかる重みの値によって大域的な振る舞いが大きく変化する。図 1(a), 図 1(b), 図 1(c)ではベンチマーク関数である Griewank 関数(次元数 2)を問題空間の例として用いた時の各グループの粒子の分布を示しており、最適解は座標(0,0)である。これらの図では記号毎に各グループに所属する粒子を示しており、縦軸と横軸は問題空間における座標(位置)を示している。PSO のアルゴリズムとして十分に収束した 10000 世代時点の粒子の分布を示しており、図 1(a), 図 1(b), 図 1(c)ではそれぞれ重心から遠ざかる重みを 1 倍, 10 倍, 100 倍に設定したものである。これらの図より、上位のグループは最適解である(0,0)の座標に収束しているのに対して、より下位のグループである毎に、式(1)での単調増加関数  $a(k)$  及び  $b(k)$  によって各粒子の分布が大きく広がっていることが分かる。さらに、重心から遠ざかる重みが大きくなるほどにより大きな座標軸での差に繋がり、より広域的に広がっていることが分かる。このような特徴により、提案手法では問題空間の解の分布や範囲に応じて適切な重心から遠ざかる重みを設定する事で、効率的な探索が可能となる。



(a) 重心から遠ざかる重み 1 倍



(b) 重心から遠ざかる重み 10 倍



(c) 重心から遠ざかる重み 100 倍

図 1 重心から遠ざかる重みによる分布の違い

### 3. 実験

#### 3.1 実験概要

本実験では提案手法の有効性を評価するために、従来の PSO 及び PPSO との比較実験を行った。その際、一般的に最適化手法の比較においてよく用いられているベンチマーク関数を用いて数値実験を行った。ベンチマーク関数の中から、Rosenbrock 関数、Rastrigin 関数、Griewank 関数、Schwefel 関数を用いて実験を行った。各関数の式及び問題空間の定義域は式(3)から式(6)で表される。本実験では、 $d$ 次元の問題空間に対して各関数の値が最小になる解  $\mathbf{x} = \{x^1, x^2, \dots, x^d\}$  を求める最小化問題となっている。なお、今回の実験では各関数の次元数  $d$  が変化した時の各手法の探索能力の違いを測る為に 10, 30, 50 として設定しそれぞれ評価を行った。

#### Rosenbrock 関数

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{d-1} \left[ 100 \left( (x^j)^2 - x^{j+1} \right)^2 + (1 - x^j)^2 \right] \quad (3)$$

$$x^j \in [-2.048, 2.048]$$

#### Rastrigin 関数

$$f(\mathbf{x}) = 10d + \sum_{j=1}^d ((x^j)^2 - 10 \cos(2\pi x^j)) \quad (4)$$

$$x^j \in [-5.12, 5.12]$$

#### Griewank 関数

$$f(\mathbf{x}) = 1 + \frac{1}{4000} \sum_{j=1}^d (x^j)^2 - \prod_{j=1}^d \cos \left( \frac{x^j}{\sqrt{j}} \right) \quad (5)$$

$$x^j \in [-600, 600]$$

#### Schwefel 関数

$$f(\mathbf{x}) = 418.98188727d - \sum_{j=1}^d x^j \sin \left( \sqrt{|x^j|} \right) \quad (6)$$

$$x^j \in [-500, 500]$$

また、実験において、提案手法の各パラメータは以下のように設定した。全粒子数は 200, グループの数は 10, グループの再構成の世代間隔は 20 世代, 各探索方向のベクトルに対する重み  $c_1$  及び  $c_2$  はそれぞれ 1.0, 1.0 とし, 順位の総和に対する減衰係数  $s$  を 0.9, 各グループに対する慣性係数は順位の高いグループに対して順に 0.9 から 0.4 に設定した。そして, 10000 世代に達したら探索を終了させ, 50 回の試行における最終的に得られた解と最良解との誤差の平均値, 最大値, 最小値及び収束速度で評価を行った。

#### 3.2 実験結果及び考察

表 1 から表 4 では、次元数別で各関数に対して提案手法, PPSO, PSO の最終的に得られた解と最適解との誤差の平均値, 最大値及び最小値を示している。また、図 2 から図 5 は、次元数別で各関数に対して提案手法, PPSO, PSO を適用して求められた収束速度を表したグラフである。

実験結果である表 1 から表 4 から、今回用いたベンチマーク関数である Rosenbrock 関数, Rastrigin 関数, Griewank 関数, Schwefel 関数の全てにおいて既存の PPSO より平均的に最適解からの誤差が小さい解が求められている事が分かる。また、特に Rastrigin 関数の全ての次元数, Schwefel 関数の次元数 10 では他の関数に比べて精度が大きく向上した。Rastrigin 関数の問題空間は大域的には単峰性関数, 局所的には多峰性関数の特徴を持っており, Schwefel 関数は全体的に多峰性関数であり局所解の分布が比較的離れているため, 多様性を失ってしまうとすぐに局所解に落ちてしまう。このことから、提案手法は上位の粒子のグループは局所的な分布, 下位の粒子のグループは広域的に分布するといった探索方向を決定づけ, 各グループの探索域の関係性を一定に保つ効果により, 多様性を失わずに多峰性の問題空間でも効率的な探索を行うことが可能であることが明らかになった。

また、図 2 から図 5 において収束速度を見てみると、提案手法は Rosenbrock 関数と Griewank 関数はほぼ同等の収束曲線を描いているが最終的には提案手法の方が最適解からの誤差が小さくなっている。また、Rastrigin 関数及び Schwefel 関数では既存手法よりゆっくりとした収束速度で誤差が少なくなっている。このことから、提案手法ではグ

ループ全体として粒子が局所的及び広域的に分布し、世代を重ねてグループ構築を繰り返していく事で局所解を避けながら探索できることが明らかとなった。

しかしながら、Schwefel 関数の場合は次元数が 30, 50 の時は既存の PSO より平均的に最適解からの誤差が大きくなってしまった。Schwefel 関数のような局所解が比較的離れているような問題空間において、次元数が増えるに従って局所探索と広域的探索のバランスの難易度が上がり、グループの多くが局所解に落ちてしまったと考えられる。このような問題空間の場合には、提案手法ではより局所的分布及び広域的分布のパラメータ設定の重要性について検討が必要である。

表 1 Rosenbrock 関数における平均値, 最大値及び最小値

(a) $d=10$			
	平均値	最大値	最小値
提案手法	1.11E-07	2.55E-06	8.86E-21
PPSO	1.67E-04	0.003119	7.80E-15
PSO	0.170419	3.989941	3.38E-24
(b) $d=30$			
	平均値	最大値	最小値
提案手法	11.40013	17.59689	5.841742
PPSO	13.76693	21.02619	6.978173
PSO	13.71276	71.92184	0.025050
(c) $d=50$			
	平均値	最大値	最小値
提案手法	33.06106	39.54724	26.92479
PPSO	37.09155	43.54496	32.95853
PSO	41.06352	146.62448	15.17400

表 2 Rastrigin 関数における平均値, 最大値及び最小値

(a) $d=10$			
	平均値	最大値	最小値
提案手法	0.218997	0.994959	0.000000
PPSO	2.183551	4.175103	1.42E-14
PSO	5.452374	14.92437	1.989918
(b) $d=30$			
	平均値	最大値	最小値
提案手法	14.63839	42.86451	5.969754
PPSO	25.31305	50.90045	13.93466
PSO	37.88845	68.65202	14.92438
(c) $d=50$			
	平均値	最大値	最小値
提案手法	28.83671	45.76814	13.93599
PPSO	52.59353	85.45191	24.66811
PSO	77.04115	133.1453	38.80337

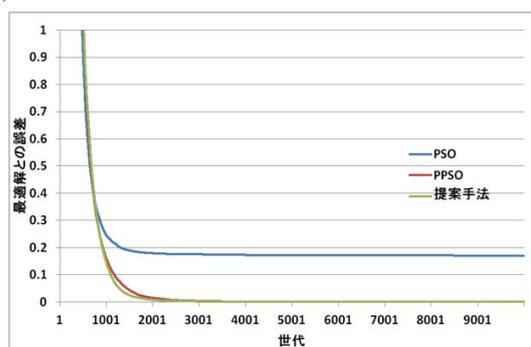
表 3 Griewank 関数における平均値, 最大値及び最小値

(a) $d=10$			
	平均値	最大値	最小値
提案手法	0.006642	0.044293	0.000000
PPSO	0.013035	0.036914	0.000000
PSO	0.091770	0.223817	0.012316
(b) $d=30$			
	平均値	最大値	最小値
提案手法	0.000543	0.012316	0.000000
PPSO	0.001183	0.009864	0.000000
PSO	0.011568	0.049159	0.000000
(c) $d=50$			
	平均値	最大値	最小値
提案手法	0.001381	0.014772	0.000000
PPSO	0.004895	0.041631	0.000000
PSO	0.012018	0.092185	0.000000

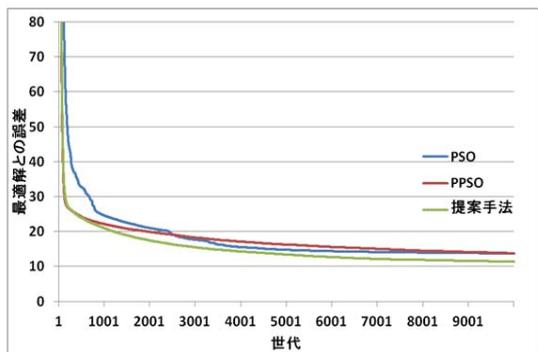
表 4 Schwefel 関数における平均値, 最大値及び最小値

(a) $d=10$			
	平均値	最大値	最小値
提案手法	284.1126	710.6200	118.4283
PPSO	549.2632	949.0137	118.4283
PSO	498.3625	1296.027	108.6095
(b) $d=30$			
	平均値	最大値	最小値
提案手法	3317.684	4777.972	2175.119
PPSO	3961.619	4683.211	3162.573
PSO	2510.282	4366.437	1589.176
(c) $d=50$			
	平均値	最大値	最小値
提案手法	7014.424	9118.572	4051.355
PPSO	8035.161	9219.738	6308.616
PSO	5159.675	7771.124	3331.021

(a)  $d=10$



(b)  $d=30$



(c)  $d=50$

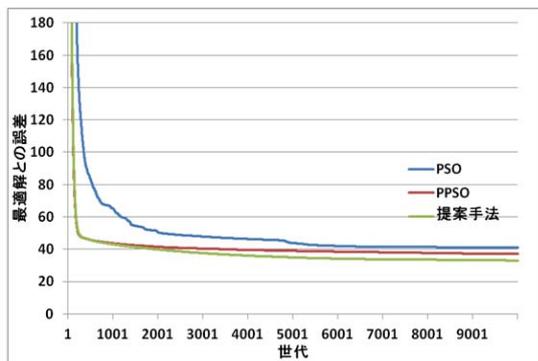
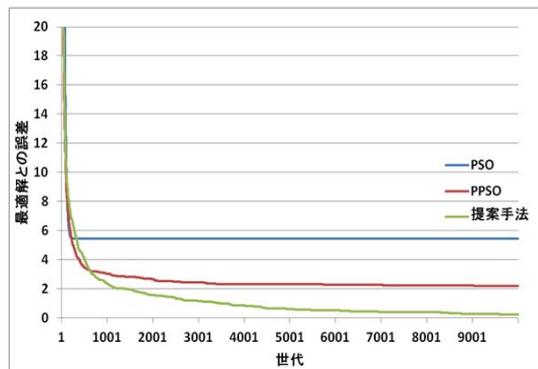
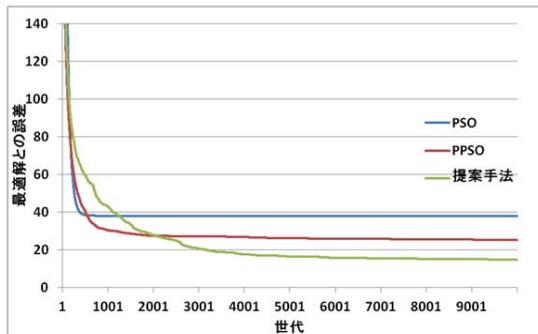


図2 Rosenbrock 関数における最適解との誤差の変化

(a)  $d=10$



(b)  $d=30$



(c)  $d=50$

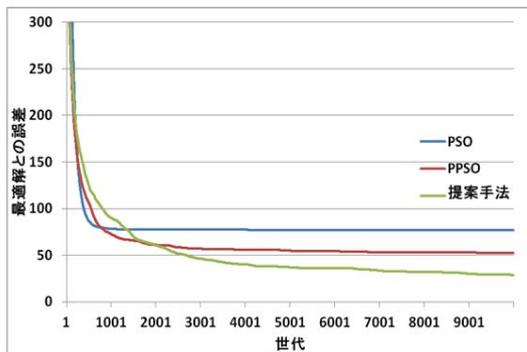
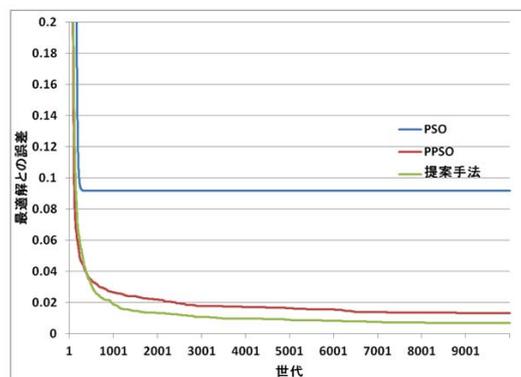
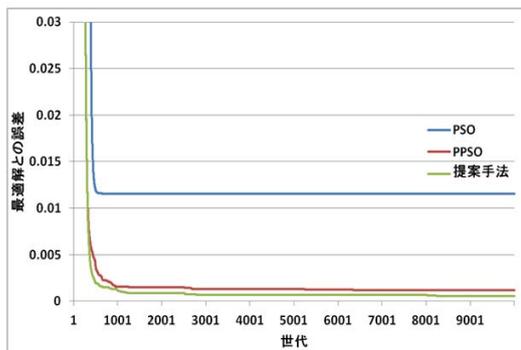


図3 Rastrigin 関数における最適解との誤差の変化

(a)  $d=10$



(b)  $d=30$



(c)  $d=50$

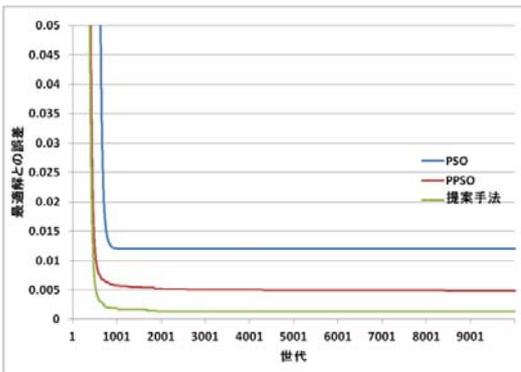


図4 Griewank 関数における最適解との誤差の変化

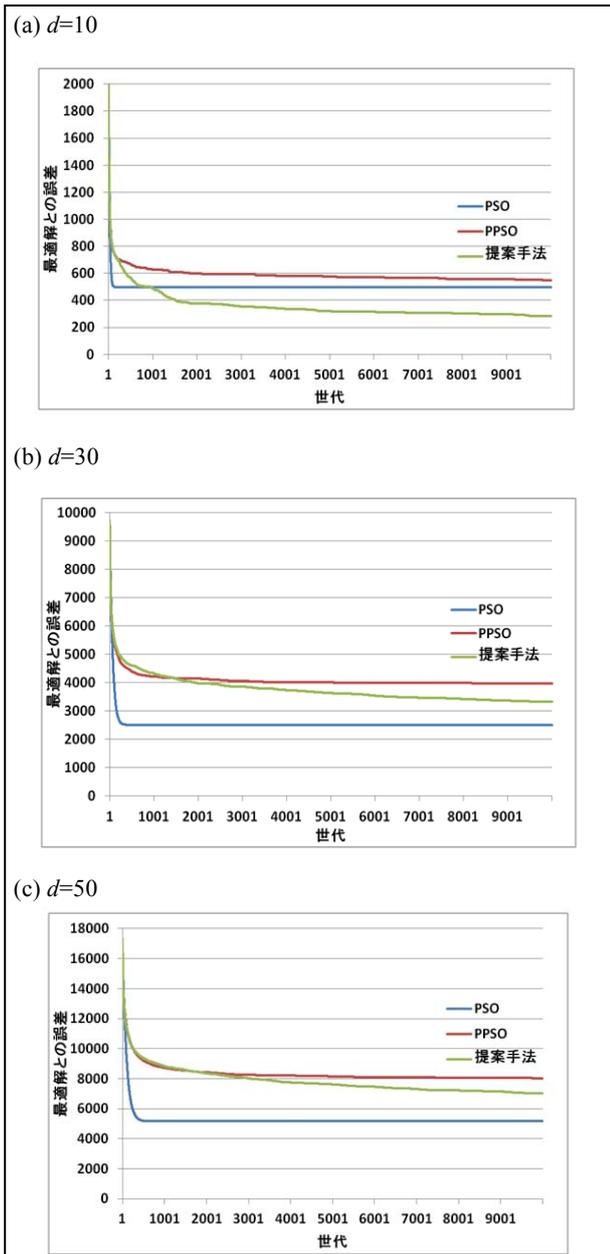


図5 Schwefel 関数における最適解との誤差の変化

#### 4. おわりに

本研究では、探索の局所化と大域化のグループに分割して探索することで、探索解の広範囲分布を維持する探索手法を提案した[9]。本手法では PPSO のグループ構成の考え方にに基づき、上位のグループは局所的に分布させ、下位の粒子のグループは広域的に分布させるようにした。その為に、下位のグループがグループ及び全体の重心から離れる為に移動量の更新式を定義するとともに、広域的に分布している下位の粒子が新たな最良解を発見した時に、局所的探索を行う上位のグループへの移動を行う為に、最新の粒子の位置の順位を優先させる加算式を導入した。これにより、探索解が世代を経ても粒子の局所探索と広域探索を実現でき、多様性を維持する事が可能となった。また、提案手法の有効性を検証する為にベンチマーク関数を用いて数

値実験を行った。

本実験の結果として、今回用いたベンチマーク関数である Rosenbrock 関数, Rastrigin 関数, Griewank 関数, Schwefel 関数の全てにおいて既存の PPSO より平均的に最適解からの誤差が小さい解を見つけ出す事が出来た。このことから、提案手法では上位の粒子のグループが局所的な分布、下位の粒子のグループが広域的に分布するといった探索方向を決定づける事で、各グループの探索域の関係性を一定に保つ効果を与える事が出来、多様性を失わずに大域的に探索を行っていることが明らかになった。しかしながら、Schwefel 関数の場合は次元数が 30, 50 の時は既存の PSO より平均的に最適解からの誤差が大きくなってしまった。Schwefel 関数のような局所解が比較的離れているような問題空間においては、局所的に分布するグループと広域的に分布するグループとの探索域の関係性のバランスが他の問題空間より優先され、次元数が増えるに従って重要度が上がったと考えられる。提案手法では重心から遠ざかる重みが探索解の広範囲分布を決定づける為、このような多峰性の問題空間の場合には、提案手法ではより適切な局所的分布及び広域的分布のパラメータ設定を行う方法が必要である。

今後は、グループの有効探索域の関係性について考察すると共に、重心から遠ざかる重みを問題空間に合わせて自動的に最適化する仕組みについて検討していく。

#### 参考文献

- 1) J.Kennedy and R.Eberhart: Particle swarm optimization, Proc. of IEEE the International Conference on Neural Networks, vol.4, pp.1942-1948, (1995).
- 2) R.Poli, J.Kennedy and T.Blackwell: Particle swarm optimization An overview, Swarm Intelligence, vol.1, no.1, pp.33-57, Springer, (2007).
- 3) 斉藤利通: 粒子群最適化と非線形システム, IEICE ESS Fundamentals Review, vol. 5, no. 2, pp.155-161, (2011).
- 4) J.Kennedy and R.Mendes: Population structure and particle swarm performance, Evolutionary Computation, 2002. CEC '02. Proceedings of the 2002 Congress on, vol.2, pp.1671-1676, (2002).
- 5) M.Iwamatsu: Multi-species particle swarm optimizer for multimodal function optimization, IEICE Trans. on Information and Systems, vol.E89-D, no.3, pp.1181-1187, (2006).
- 6) G.Yen and M.Daneshyari: Diversity-based information exchange among multiple swarm in particle swarm optimization, Proc. IEEE Congress on Evolutionary Computation, pp.1686-1693, (2006).
- 7) 杉本雅樹, 松下春奈, 西尾芳文: 複数の異なる働きを持つ集団からなる粒子群最適化手法, 電子情報通信学会 非線形問題研究会&回路とシステム研究会 技術報告, vol.NLP2010&CAS2010, no.54&38, pp.31-34, (2010).
- 8) M.Sugimoto, T.Haraguchi, H.Matsushita and Y.Nishio: Particle Swarm Optimization Containing Characteristic Swarms, Proceedings of International Workshop on Nonlinear Maps and their Applications (NOMA'09), pp.91-94, (2009).
- 9) 森一真, 山口崇志, マッキンケネスジェームス, 永井保夫: 動的問題のための Particle Swarm Optimization における共生モデルの適用, FIT 2011 第 10 回情報科学技術フォーラム講演論文集, vol.10, pp.469-470, (2011).