

# 非一様柔軟物の適応的埋込み変形シミュレーション

大石達弥<sup>†</sup> 田川和義<sup>†</sup> 田中弘美<sup>†</sup>

臓器等の非一様な変形特性をもつ柔軟物体の変形シミュレーション手法を提案する。柔軟物の非一様性を考慮するためには、細分割したメッシュを用いる必要があり、計算コストが問題となる。そこで本研究では、非一様柔軟物の形状や変形特性をメッシュに埋め込み、変形に適応的なメッシュの解像度選択により、効率的な手法を提案する。また、力学フィードバックを考慮した対話的変形操作への応用を図る。

## An Adaptive and Embedded Deformation Simulation for Inhomogeneous Soft Objects

TATSUYA OISHI<sup>†</sup> KAZUYOSHI TAGAWA<sup>†</sup> HIROMI T. TANAKA<sup>†</sup>

We propose an adaptive and embedded deformation model for haptic interaction with inhomogeneous elastic objects. The proposed approach is combining an online re-mesh deformation model with an embedded deformation model. The proposed approach can quickly update the inverse global stiffness matrix, that leads the computation cost of the inverse global stiffness matrix reduced from  $O(n^3)$  to  $O(n^2)$ , where  $n$  is a total number of vertices of the deformation model. In addition, we implemented the proposed algorithm in parallel computation with GPU to reduce computation time of each time step.

### 1. はじめに

医療分野では、手術の訓練や計画などのために、臓器等の非一様仮想柔軟物体との力覚フィードバックを考慮した対話的変形操作が可能な変形シミュレーションの開発に期待が寄せられている。また、臓器は複雑な脈管分布構造や様々な力学特性を持つ組織で構成される非一様柔軟物である。しかし、この非一様性を考慮した変形シミュレーションでは、細かく分割した計算格子（メッシュ）を用いる必要があるため、計算コストが高くなる問題がある。

そこで本稿では、オンラインリメッシュ法と埋め込み変形モデルとを組み合わせ、効率的な変形計算手法を提案する。オンラインリメッシュ法は、変形の大きさに応じて動的にメッシュの解像度を切り替える手法である。埋め込み変形モデルは、粗いメッシュに細かいメッシュの挙動を補間し、粗いメッシュに対して有限要素法 (FEM) ベースの変形計算を行うモデルである。これらの既存の手法を組み合わせ、変形シミュレーションで解くべき連立方程式の計算に用いる行列のサイズが、オンラインリメッシュによって変化する。連立方程式を解くために逆行列の計算をする必要があるが、効率良く計算するために計算コストを低く抑える必要もある。そこで具体的には、オンラインリメッシュが発生した場合において、変形計算で用いる全体剛性行列の逆行列を高速に更新する方法を提案する。更に、GPUによる更なる高速化を行い、力学の伴う対話的変形操作への応用を図る。

### 2. 関連研究

#### 2.1 変形モデル

仮想物体の変形シミュレーションでは、一般的に、仮想物体に加わる変位や荷重を境界条件として仮想物体の変形を計算するための変形モデルが必要とされる。変形モデルは大きく分けて 質点バネモデル (MSM) と 有限要素法 (FEM) を用いたモデルがある。MSM では、隣接する質点間をバネで接続して質点の運動を計算するため、計算は簡単であるが、連続体力学に妥当でない。FEM では、連続体力学に基づいて計算できるが、計算が複雑になり、計算コストが高くなる。また、MSM, FEM とともに細かなメッシュを用いると計算コストが高くなる問題がある。変形シミュレーションにおいて、精度と計算コストはトレードオフの関係にあるため、特に対話的操作を行う場合、効率的に計算できる変形モデルが必要とされる。

#### 2.2 高速化手法

これまで多くの高速化手法が提案されており、その一部を紹介する。本節では、4つの高速化手法、1) 多重解像度 (オンラインリメッシュ等) の利用、2) 均質化法の利用、3) 計算方法の工夫、4) 並列計算の利用について述べる。

##### 2.2.1 多重解像度の利用

計算量を減らして計算の高速化を図る手法の一つとして、柔軟物体の変形の大きさに応じて、メッシュの解像度を動的かつ局所的に変更する手法が提案されている[1][2][3]。

筆者らは、高品質なメッシュ (スペクトル比の下限が 0.64, 半径-最短エッジ比の上限が 1.11) を維持しながら高速 ( $O(\log n)$  の計算量, ただし  $n$  は頂点数) にリメッシュ可能な適応的四面体モデルのオンラインリメッシュ法を提案

<sup>†</sup> 立命館大学  
Ritsumeikan University

している[4]. この手法は、リメッシュによるクラック（メッシュの位相の不整合）が発生しない分割アルゴリズムを持つ。加えて、メッシュの各解像度間の差が小さいため、解像度を滑らかに（頂点を1点ずつ）変化させる事ができ、精度良く安定的に変形計算することができる。

### 2.2.2 均質化法の利用

一方、非一様な物体の変形特性を粗いメッシュに埋め込み、平均的な応力-歪関係を求める手法（均質化法）を応用して効率良く解く手法が提案されている[5][6]. メッシュの解像度は粗く一定であるため、大きな変形の表現は難しい。この埋め込みに対して、多重解像度表現を対応させ、変形計算中にメッシュの歪に応じてメッシュの解像度を選択する手法が提案されている[7]. ただし、これらの埋め込み変形モデルは切断・剥離等のトポロジー変化の表現が難しい。

### 2.2.3 計算方法の工夫

FEM における弾性体の線形的な解析では、メッシュの各頂点の応力  $f$  を式 (1) によって求める。

$$f = Ku \quad (1)$$

ここで、 $K$  は全体剛性行列、 $u$  は各頂点の変位を表す。変形計算では、対象の物体に境界条件を与えて式 (1) を計算するために、全体剛性行列  $K$  の逆行列が必要となる。そのため、トポロジー変化やリメッシュによって全体剛性行列  $K$  に変化が生じた際、逆剛性行列を計算し直す必要がある。特に対話的変形操作を行う場合は、効率的な逆行列計算が求められる。そこで、Sherman-Morrison-Woodbury (SMW) の公式の利用し、行列のサイズを一定にすることで、逆行列の計算コストを削減する手法が提案されている[8][9]. また、切断によるトポロジー変化によって、局所的に行列の成分が変化した場合、要素数の増加に伴って行列のサイズが増加した場合、SMW の公式の利用および行列を区分行列に分割することで計算コストを削減する手法が提案されている[10].

### 2.2.4 並列計算の利用

近年、CPU よりもコア数が多く、一度に大量の単純なデータを並列に処理することができる GPU に注目が集まっている。それに伴い、Compute Unified Device Architecture (CUDA) などの統合開発環境も整い始めている。

Courtecuisse ら[10] は、SMW の公式と区分行列を利用した計算コストを削減する手法において、GPU 上で実装することで更なる高速化を図っている。筆者らも、オンラインリメッシュ型の MSM を用いた変形シミュレーションにおいて、GPU を用いて並列計算することで高速化を図っている[11].

## 3. 提案手法

本研究では、非一様柔軟物を表現する効率的な変形モデルとして 1) オンラインリメッシュ法による多重解像度の利用と 2) 埋め込み変形モデルの利用を行う。その際問題となる逆剛性行列の計算コストを 3) 計算方法の工夫として SMW の公式を応用することで削減する。更に、4) 並列計算の利用として GPU 上で逆剛性行列の更新処理を実装することで更なる高速化を図る。

### 3.1 適応的埋め込み変形モデル

オンラインリメッシュ法[4] と埋め込み変形モデル[5] とを組み合わせた変形モデルを提案する。粗い解像度のメッシュで変形計算を行い、その結果から、補間計算によって埋め込まれた詳細な変形を求める。また、埋め込みの線形補間の近似精度を保つために、変形の数に応じて、変形計算に用いるメッシュの解像度を動的に切り替える。

#### 3.1.1 変形シミュレーション

変形シミュレーションでは、回転を含む大変形に対応させるため、幾何学的非線形性を考慮して弾性体の変形を求める共回転系の変形モデル[12] に類似した手法を使用する。この手法では、FEM の全体剛性行列  $K$  と各頂点の回転を表す変換行列  $T$  を用いて、式 (2) で変形計算を行う。

$$f = TK(T^{-1}x - x_0) \quad (2)$$

ここで、頂点数  $n$  のモデルに対し、 $f = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}^T$  は各頂点の内力ベクトル、 $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$  は現時点での各頂点の位置ベクトル、 $x_0 = \{x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n}\}^T$  は各頂点の初期位置ベクトルを表す。全体の変換行列  $T$  は、頂点単位で求めた回転行列  $R_i$ 、( $i = 1, 2, \dots, n$ ) によって式 (3) のように表せる。

$$T = \begin{bmatrix} R_1 & & & 0 \\ & R_2 & & \\ & & \ddots & \\ \text{sym.} & & & R_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

#### 3.1.2 メッシュ生成とパラメータ設定

対象柔軟物のモデルを適応的四面体ボリウムモデル生成法[13]により、CT や MRI で撮影された断層画像から得られるボリウムデータを基にモデル化を行う。生成する適応的四面体格子は、ボリウムデータの特徴が一様な四面体領域の集合として表す階層構造表現をする。まずは、ボリウムデータが持つ空間全体を立方体格子で区切る。その後、立方体を6等分した6つの四面体(図1)に対し、ボリウムデータが持つ特徴の不連続性を再帰的に二分探索し、階層的に四面体領域を二分分割二統合(図2)することで、局所特徴の不連続性に適応的な四面体の多重解像度表現が可能である。四面体の分割では四面体の最長辺の中

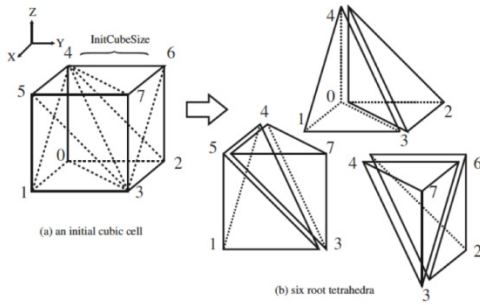


図 1 初期立方体の分割  
 Figure 1 A cube of six tetrahedron.

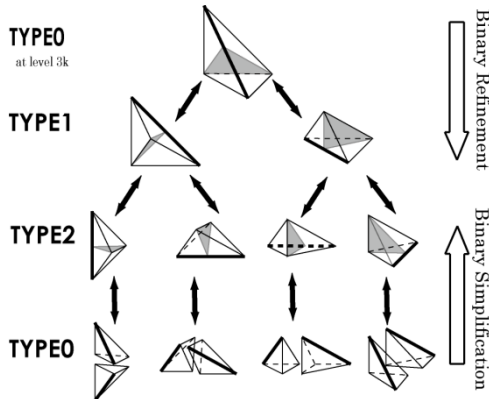


図 2 二分割二統合  
 Figure 2 Binary refinement and simplification.

点に新しい頂点を挿入していく。

また、各四面体には分割回数によって分割レベルを定めている。初期立方体を分割して生成した四面体の分割レベルを 0 とし、分割回数  $n$  によって得られた四面体の分割レベルは  $n$  とする。図 2 に示すように、分割レベルが  $3k, 3k+1, 3k+2, 3(k+1)$  と進むごとに、四面体形状は、TYPE0, TYPE1, TYPE2, TYPE0 の順に循環する。

更に、ボリュームデータが持つボクセル値を基に、マーチングテトラ法を用いてボクセル値の変化に応じたサーフェスを生成する。

ボクセル値ごとに変形特性としてヤング率  $E$  やポアソン比  $\nu$  を設定し、最大分割された各四面体メッシュについて剛性行列を求めておく。この最小の四面体は等方性材料として弾性行列  $D$  を式 (4) により計算する。

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & a & a & & & \\ & 1 & a & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & b & \\ & & & & & b \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$a = \frac{\nu}{1-\nu}, \quad b = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$$

分割レベルが最大ではない四面体の剛性行列については、

次項の 3.1.3 詳細な変形の埋め込みで述べる。

### 3.1.3 詳細な変形の埋め込み

最大分割された四面体から順に、2 つの子四面体とこの子四面体を統合してできる親四面体によって、階層的に埋め込みを行う。この埋め込みでは、親四面体の変形から補間計算により子四面体の変形を求める。そのために、補間の重みを求めておく必要がある。提案モデルでは、埋め込み変形モデル[5] の補間計算を使用し、細かな四面体から粗い四面体へ階層的に頂点の補間の重み、および、各解像度の各四面体の剛性行列を予め計算しておく。

埋め込む頂点は、2 つの子四面体を構成する頂点において、親四面体を構成する頂点とは非共有の頂点（メッシュ分割により追加される四面体の最長辺の中点）にあたる。埋め込む頂点の補間計算は式 (5) に示す。

$$\mathbf{u}_M = H_M \mathbf{u}_T \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{u}_M$  は埋め込み頂点の変位ベクトル、 $\mathbf{u}_T$  は埋め込み先の四面体における頂点の変位ベクトル、 $H_M$  は、補間行列 (3次元の場合、 $3 \times 12$ の行列) を表す。補間行列  $H_M$  の計算は、親四面体の変形として歪ベクトルの 6 つの基底ベクトルを与え、その際の埋め込む頂点の平衡状態について式 (1) を基に行う。式 (1) を、親四面体の頂点群と最長辺の中点 (埋め込み頂点) それぞれ対応する成分に分解する。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{f}_T \\ \mathbf{f}_M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{TT} & K_{TM} \\ K_{MT} & K_{MM} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_T \\ \mathbf{u}_M \end{Bmatrix} \quad (6)$$

式 (6) では、 $\mathbf{f}_T$  は親四面体の 4 頂点の応力ベクトル、 $\mathbf{u}_T$  は親四面体の 4 頂点の変位ベクトル、 $\mathbf{f}_M$  は最長辺の中点の応力ベクトル、 $\mathbf{u}_M$  は最長辺の中点の変位ベクトルを表す。2 つの子四面体の要素剛性行列を足し合わせた剛性行列  $K$  は、これら 4 つのベクトルに対応するように成分を並べる。そして、埋め込み点の補間の重みは、式 (7) を計算することで求められる。

$$H_M = -K_{MM}^{-1} K_{MT} [\mathbf{u}_T^1 \quad \mathbf{u}_T^2 \quad \mathbf{u}_T^3 \quad \mathbf{u}_T^4 \quad \mathbf{u}_T^5 \quad \mathbf{u}_T^6] \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{u}_T^1, \mathbf{u}_T^2, \mathbf{u}_T^3, \mathbf{u}_T^4, \mathbf{u}_T^5, \mathbf{u}_T^6$  は歪ベクトルの 6 つの基底ベクトルに対応する変位ベクトルを表す。

埋め込み頂点の補間行列  $H_M$  を求めた後、親四面体の要素剛性行列  $K_p$  を式 (8) によって求める。

$$K_p = K_{TT} + H_M^T K_{MT} \quad (8)$$

### 3.1.4 オンラインリメッシュ法による多重解像度表現

粗い四面体の変形は共回転系を用いることで、近似的に幾何学的非線形性を考慮している。しかし、粗い四面体 (親

領域に含まれる細かい四面体（子）の変形は親の四面体の変形により線形補間している．そこで，補間計算によって得られる子四面体の変形について，線形性が保てなくなるほどの変形が生じた場合に親四面体の分割を行う．すなわち，埋め込んだ頂点の幾何学的非線形性は考慮していないため，子四面体に回転を含む大変形が生じた場合には体積が膨張または収縮する問題が生じる．そこで，子四面体の体積変化を指標として親四面体の分割について判定を行う．

また，仮想柔軟物体の全体剛性行列を組み立て，その逆行列を用いて FEM ベースに変形計算を行う．一般的に，頂点数  $n$  の逆剛性行列の計算量は  $O(n^3)$  である．ただし，逆剛性行列のサイズが一定であれば SMW の公式を用いることで計算コストを減らすことができる．しかし，提案モデルでは，オンラインリメッシュによる四面体の分割または統合によって全体剛性行列のサイズが増減するため，SMW の公式をそのまま用いるだけでは逆行列を計算できない．オンラインリメッシュによる四面体メッシュの部分的な分割と統合の概略を図 3 に示す．部分的な分割や統合が発生した場合の分割または統合の影響領域において，メッシュの解像度を変更する前の剛性行列を  $K_{Removal}$ ，変更後の剛性行列を  $K_{Addition}$  とすると，全体剛性行列  $K$  に  $\Delta K_e = K_{Addition} - K_{Removal}$  の部分的な変更が生じる．なお，図 4 に示すように，分割する四面体形状によって分割の影響領域が異なる．影響領域は 3 種類あるが，どの分割も一度の分割（または，統合）で頂点は 1 点のみ追加（または，削除）される．本研究では，オンラインリメッシュによる四面体の分割または統合によって全体剛性行列のサイズが増減した場合の逆行列の計算手法を提案する．

### 3.2 逆剛性行列の更新

#### 3.2.1 SMW の公式による逆行列計算

全体剛性行列の逆行列の更新を高速に行うために，頂点数を変化させずに部分的な剛性の更新をすることで，計算コストを抑える方法が提案されている[8]．部分的更新された行列の逆行列計算には SMW の公式が用いられる．式 (9) は，行列の部分的な更新を表す．

$$K' = K + V\Delta K_e V^T \quad (9)$$

ここで， $K$  は更新前の剛性行列， $\Delta K_e$  は剛性行列に変化が生じた要素のみで組み立てられた行列， $V$  は  $\Delta K_e$  の成分と  $K$  の成分との対応を表した選択行列，そして  $K'$  は部分更新後の剛性行列である．

式 (10) は，SMW の公式で，部分更新後の剛性行列  $K'$  の逆行列を求めることができる．

$$(K')^{-1} = (K + V\Delta K_e V^T)^{-1} \\ = K^{-1} - K^{-1}V\Delta K_e(I + V^TK^{-1}V\Delta K_e)^{-1}V^TK^{-1} \quad (10)$$

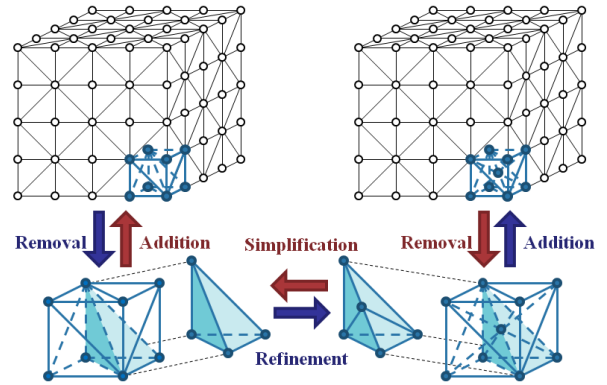


図 3 メッシュの部分的な分割と統合

Figure 3 Tetrahedron Subdivision and Simplification.

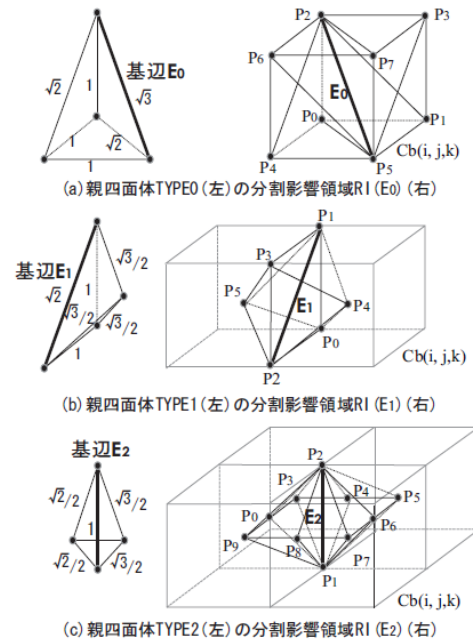


図 4 四面体の分割領域

Figure 4 A cube of six tetrahedron.

式 (10) を用いることで，頂点数  $n$ ，剛性に变化のある頂点数  $p$  の逆剛性行列の計算量は  $O(n^2 + p^3)$  となる．ただし， $n \gg p$  であり，計算量を  $O(n^2)$  に抑えられる．しかし，SMW の公式は行列のサイズが不変であることが前提条件であり，これだけでは剛性行列のサイズが変化するオンラインリメッシュに対応できない．本システムで用いるオンラインリメッシュでは頂点数が変化するため，頂点数が変化しても行列を高速に更新する方法を提案する．

#### 3.2.2 四面体分割時の逆行列計算

オンラインリメッシュ発生時は，頂点数が増減して行列のサイズもあわせて増減する．式 (11) は，分割後の全体剛性行列  $K''$  を示しており，分割により追加される成分を除いた成分を区分行列  $K'$  と分割により追加される成分を区分行列  $A_{12}$ ， $A_{21}$ ， $A_{22}$  によって表している．なお，区分行列  $K'$ ， $A_{22}$  は，正方行列となる．

$$K'' = \begin{bmatrix} K' & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (11)$$

分割後の剛性行列  $K''$  の逆行列は、式 (12) を用いることで計算できる。

$$\begin{aligned} (K'')^{-1} &= \begin{bmatrix} K' & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} K'^{-1} + K'^{-1}A_{12}SA_{21}K'^{-1} & -K'^{-1}A_{12}S \\ -SA_{21}K'^{-1} & S \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、分割により追加される成分を除いた逆区分行列  $K'^{-1}$  は、SMW の公式 (10) を用いて計算する。また、式 (12) の区分行列  $S$  は、式 (13) によって計算する。

$$S = (A_{22} - A_{21}K'^{-1}A_{12})^{-1} \quad (13)$$

式 (12) 全体の計算量は、区分行列  $K'$  のサイズを  $n \times n$ 、区分行列  $A_{22}$  のサイズを  $m \times m$  とした場合、 $O(n^2 + m^3)$  となる。ただし、 $n \gg m$  であり、計算量は  $O(n^2)$  に抑えられる。

### 3.2.3 四面体統合時の逆行列計算

まず、統合時の逆剛性行列の更新では、統合前の剛性行列  $K$  を統合により削除される成分を除いた成分を区分行列  $K'$ 、統合により削除される成分を区分行列  $B_{12}$ 、 $B_{21}$ 、 $B_{22}$  に分ける。また、逆剛性行列  $K^{-1}$  を区分行列  $K'$ 、 $B_{12}$ 、 $B_{21}$ 、 $B_{22}$  のサイズに成分を分け、それぞれ区分行列  $C_{11}$ 、 $C_{12}$ 、 $C_{21}$ 、 $C_{22}$  とする。

$$(K)^{-1} = \begin{bmatrix} K' & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (14)$$

次に、式 (12) を変形することで式 (14) から式 (15) が得られ、区分行列  $K'$  の逆行列を計算することができる。

$$(K')^{-1} = C_{11} - C_{12}C_{22}^{-1}C_{21} \quad (15)$$

その後、統合後の逆剛性行列を求めるために、統合により削除された成分を除く区分行列  $K'$  について統合による剛性の変化を求め、先に求めた逆行列  $K'^{-1}$  と SMW の公式 (10) を用いて計算する。

式 (15) の計算量は、区分行列  $K'$ 、 $C_{11}$  のサイズを  $n \times n$ 、区分行列  $B_{22}$ 、 $C_{22}$  のサイズを  $m \times m$  とした場合、 $O(n^3 + m^3)$  となる。また、統合時の逆剛性行列の更新全体にかかる計算量も  $O(n^3 + m^3)$  となるが、 $n \gg m$  より、計算量を  $O(n^2)$  に抑えられる。

### 3.2.4 GPU を用いた並列計算

本研究では、CUDA で利用できるライブラリを用いてプログラムを実装する。行列の演算を高速化するために、ベクトルや行列の線形演算ライブラリを CUDA 上で最適化した CUBLAS を利用した。また、逆行列計算処理に限り、逆行列を直接法(LU 分解)によって求めることができ、GPU 上で動作する線形演算ライブラリ CULA を利用した。なお、全体剛性行列およびその逆行列は GPU 上のメモリに保持しておく。

## 4. 評価実験

### 4.1 実験内容

オンラインリメッシュが発生した時の逆剛性行列の更新を想定し、行列のサイズが変化した場合にかかる更新時間を直接法 (LU 分解) と提案手法 (SMW + 区分行列) についてそれぞれ計測した。四面体の分割または統合による頂点の追加数または削除数は 1 とした。計測したモデルの頂点数は 512, 728, 1024, 1536, 2048, 2560, 3072, 3456 である。計測は、Intel Core i7 920 2.67[GHz] の CPU, NVIDIA Quadro 5000 の GPU, 8[GB] のメモリを搭載したコンピュータで行った。

### 4.2 実験結果

表 1 に、1) 四面体分割時の提案手法、2) 四面体統合時の提案手法、3) 直接法を用いた場合について逆剛性行列の更新時間 [ms] を示す。なお、四面体の分割または統合による頂点の追加数または削除数は 1 とした。

表 1 逆剛性行列の更新時間

Table 1 Computation time of inverse stiffness matrix.

頂点数	512	728	1024	1536
分割時	3.1ms	4.4ms	7.3ms	13.0ms
統合時	2.5ms	3.5ms	6.1ms	10.9ms
直接法	71.4ms	71.4ms	141.9ms	384.6ms

頂点数	2048	2560	3072	3456
分割時	20.1ms	29.5ms	45.3ms	54.7ms
統合時	17.3ms	25.5ms	30.4ms	37.0ms
直接法	735.6ms	1285.6ms	2177.5ms	2881.1ms

直接法は頂点数  $n$  に対して  $O(n^3)$  の計算量であるが、提案手法は  $O(n^2)$  の計算量に抑えられるため、表 1 より、提案手法のほうが短い時間で計算できていることがわかる。また、力覚の伴う対話的操作を考慮すると、柔軟物体の場合は数百 Hz 程度の更新レートで変形計算を行う必要があるため、提案手法ではモデルの頂点数 1024 以内に抑える必要があると考えられる。

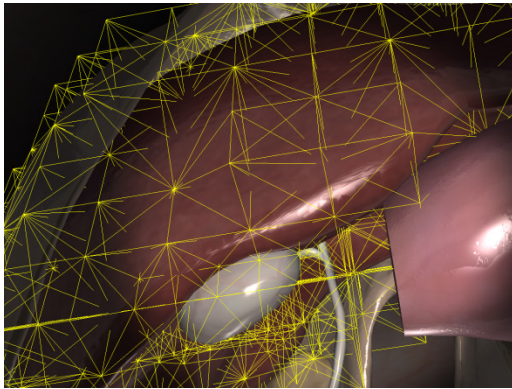


図 5 適応的埋め込み変形モデル

Figure 5 An adaptive and embedded deformation model.

CPU 上での計算において、頂点数 728 の場合の更新時間は、提案手法が 265[ms]、直接法が 64367[ms] であった。GPU で計算することで、CPU での計算よりおよそ 50 倍速く更新することができた。ただし、剛性行列は疎行列である性質を利用していないため、疎行列を活かした計算方法にすることで、更なる高速化の可能性があると考えられる。

図 5 は、人の肝臓と胆嚢を適応的埋め込み変形モデルで表現した結果画像である。このモデルの初期頂点数は 728、最大頂点数は 3456 である。提案モデルでは、図 5 のようにメッシュより細かい脈管系の変形表現が可能である。

## 5. おわりに

非一様柔軟物の変形の大きさに応じて適応的に弾性変形を FEM ベースで計算する変形モデルを提案した。提案手法は、非一様な変形特性を細かな四面体から粗い四面体へ階層的に埋め込み、補間計算によって近似的な剛性行列を予め計算しておく。オンラインリメッシュにより全体剛性行列のサイズに変化が生じた場合でも、その逆行列の高速な更新が可能なる手法である。また、力覚フィールドバックを考慮した対話的操作に対応させるには、モデルを 1024 以内の頂点数で表現する必要があると考えられる。

今後の予定は、適応的埋め込み変形モデルを粘性変形や塑性変形への対応させること、および、切断・剥離等のトポロジー変化に対応させることである。粘性・塑性変形において、弾性変形の埋め込み計算と同様な手法で計算できると考えている。また、トポロジー変化においては、オンラインリメッシュ発生時に対する逆行列更新手法の応用が考えられる。ただし、トポロジー変化に応じて、埋め込まれた非一様な変形特性の動的かつ高速な更新が課題である。

**謝辞** 本研究の一部は、科研費 (A24240020, C24500158) の助成を受けたものである。

## 参考文献

- 1) C. Paloc, F. Bello, R. I. Kitney, and A. Darzi.: Online Multiresolution Volumetric Mass Spring Model for Real Time Soft Tissue Deformation. Proc. of MICCAI 2002, pp.219-226 (2002).
- 2) C. Paloc, A. Faraci, and F. Bello.: Online Remeshing for Soft Tissue Simulation in Surgical Training. IEEE Computer Graphics and Applications, Vol.26, No.6, pp.24-34 (2006).
- 3) G. Debnunne, M. Desbrun, M. P. Cani, and A. H. Barr.: Dynamic Real-Time Deformations using Space & Time Adaptive Sampling. Proc. of ACM SIGGRAPH 2001, pp.31-36 (2001).
- 4) 高間康文, 辻野圭則, 堀洋介, 田中弘美: 柔軟物体の適応的四面体ボリュームメッシュのオンラインリメッシュ法, 日本バーチャルリアリティ学会論文誌, Vol.13, No.1, pp.69-78 (2008).
- 5) M. Nesme, P. G. Kry, L. Jeřábková, and F. Faure.: Preserving Topology and Elasticity for Embedded Deformable Models. ACM Transactions on Graphics, Vol.28, No.3, pp.52:1-52:9 (2009).
- 6) L. Kharevych, P. Mullen, H. Owhadi, and M. Desbrun.: Numerical coarsening of inhomogeneous elastic materials. ACM Transactions on Graphics, Vol.28, No.3, pp.51:1-51:8 (2009).
- 7) 今井星, 楽詠こう, 陳炳宇, 西田友是: 非均質弾性体のためのアダプティブな変形シミュレーション, Visual Computing / グラフィクスと CAD 合同シンポジウム (2012).
- 8) 中尾恵, 河本敏孝, 杉浦忠男, 湊小太郎: 弾性変形モデルに対する頂点数を保存した切開方法, 日本バーチャルリアリティ学会論文誌, Vol.12, No.4, pp.585-593 (2007).
- 9) 岩永翔太郎, 福岡慎治, 森眞一郎: 実時間シミュレーションへの応用を前提とした SMW 公式を用いた逆行列計算のマルチコア並列処理, 電子情報通信学会論文誌 D, Vol.J94-D, No.7, pp.1165-1168 (2011).
- 10) H. Courtecuisse, H. Jung, J. Allard, C. Duriez, D. Y. Lee, and S. Cotin.: GPU-based real-time soft tissue deformation with cutting and haptic feedback. Progress in Biophysics and Molecular Biology, Vol.103, No.2, pp.159-168 (2010).
- 11) 田川和義, 佐々木康行, 田中弘美: オンラインリメッシュ型変形計算の GPU による高速化と大規模仮想柔軟物体との力覚インタラクション, 日本バーチャルリアリティ学会論文誌, Vol.16, No.3, pp.479-487 (2011).
- 12) M. Müller, J. Dorsey, L. McMillan, R. Jagnow, and B. Cutler.: Stable Real-Time Deformations. Proc. of ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation (SCA) 2002, pp 49-54 (2002).
- 13) 高間康文, 木村彰徳, 田中弘美: ボリュームデータの適応的四面体メッシュ表現並列生成アルゴリズム, 情報処理学会論文誌, Vol. 48, No. SIG9(CVIM18), pp.67-78 (2007).