情報処理学会研究報告
IPSJ SIG Technical Report

Vol.2012-MPS-90 No.17
2012/9/20

個々の不動産に対する投資リターンの時系列の推定モデル

石島 博[1,a)]　前田 章[2]　谷山 智彦[3]

概要：金融資産と不動産それぞれの市場は互いに密接に関連して動くようになっている．そうしたなかで，両者を同じ計量手法や比較可能な指標で，分析・評価することが，投資家にとっての大きなニーズとなっている．本研究は，そうしたニーズに鑑み，不動産投資収益性を算定する方法を提示するものである．すなわち，特定の不動産投資に対してリアルタイムで発生していると推測される収益「インプライド・キャピタルリターン」について，その時系列データを推計する方法論を提示した．これを用いれば，同様にリアルタイムのデータの揃っている株式・債券などの金融資産と比較可能な形で，不動産投資の収益性やリスクを分析・評価できることになる．

キーワード: 不動産，価格と対数リターン，時系列分析，金融工学.

An Estimation Model for Time Series of Return on Investment in Each Piece of Real Estate

Abstract: As financial and real properties markets are getting correlated with each other more and more in these days, there is a strong need for us to have a theoretical foundation for evaluation of investments in real estate. This fact motivates us to develop an asset market evaluation methodology that allows us to appraise values of less-marketed real properties in the form comparable to financial market investment. We first developed four statistical models that estimate log-prices of pieces of real estate. Two of them have the feature of so-called mixed effects models while the rest do not. Also, another two of them are intended for analysis conducted across strata while the rest are for analysis conducted across time. Second, we elaborated the generation of implied capital returns on real estate investments. Thirdly, we demonstrated empirical analyses on the Japanese housing apartment market. The result confirmed that the mixed effects model feature facilitates the likelihood of model fitness. The methodology for generating implied capital returns on real estate investment is useful because it would allow investors to make further analysis for investment evaluations on the same ground of financial investment analysis. In particular, with a complete set of return series, standard techniques in finance including the mean-variance analysis, the capital asset pricing model (CAPM), etc. become applicable. Although the discussion here is focused only on real estate markets, the methodology can be applied to any less-marketed assets.

Keywords: real estate, price and log-return, time series analysis, financial engineering.

1. はじめに

近年，株式・債券など金融資産の市場と不動産など実物資産の市場とが密接に関連するようになっている．よく知られているように，2008 年の金融危機は不動産ローンに関わるデリバティブが発端となっている． こうした現状を考えると，不動産投資と金融投資はそれぞれ別個のものではありえない．それらの分析・評価も，同じ土壌で，比較可能な形で行えることが望ましい．

しかしながら，両者を比較可能な形で並べることは，実はそれほど容易なことではない．なぜなら，入手可能なデータの時間間隔がまったく異なるからである．株式市場などで取引される金融資産は，時々刻々変化する取引価格データが常に入手可能である．これに対して，個々の不動産は，日次・月次・年次などの一定の時間間隔で取引されることは極めて稀であり，したがって，取引価格も，めったには表に出てこないのである．これでは金融資産と比較のしようがない．

[1] 中央大学大学院国際会計研究科
Graduate School of International Accounting, Chuo University. Shinjuku-ku, Tokyo 162–8478, Japan
[2] 東京大学教養学部附属教養教育高度化機構
College of Arts and Sciences, University of Tokyo.
[3] 株式会社野村総合研究所
Nomura Research Institute, Ltd.
[a)] hiroshi.ishijima@gmail.com

石島・前田・谷山 [8] は，不動産価格の推移を分析する中で，以上のような問題意識も持ち，その解決策として，疑似的な取引価格データおよび収益率データ（「インプライド・キャピタルリターン」と名付けられた）の生成方法を提案した．ただ，その論文では概念の提示と試算的な推定にとどまっており，より精緻な分析に向けて，課題を残した．

本研究の目的は，石島・前田・谷山 [8] の拡張として，より広範かつ多面的な不動産価格分析モデルを提示し，それをもって，あらためて「インプライド・キャピタルリターン」を推定する方法を提示することである．

本論文は以下のように構成される．第 2 節において, 個々の不動産投資におけるリターンの時系列を推定するモデルを提案する．第 3 節では，その特徴を実際の不動産データを用いて明らかにする．第 4 節でまとめとする．

2. モデル

不動産の価格は，これを特徴づける経済的・物理的な性質を反映したいくつかの要因によって決定される．このような要因を「属性」と呼ぶことにする．不動産が保有する属性の例として，不動産が立地する地域や，最寄り駅からの距離などが挙げられる．不動産経済学の分野においては，古典的なヘドニック・モデル（hedonic model）が知られている（Lancaster[9], Rosen[12]）．このモデルでは，次式のように，任意の時点における不動産の価格を，属性の線形結合として表現する．

$$\begin{aligned}(\text{不動産の価格}) = \sum_k (\text{属性 } k \text{ の価格}) \\ \times (\text{不動産が保有する属性 } k \text{ の量}) \quad (1)\end{aligned}$$

以降，不動産価格について（1）式が成立するとき，「ヘドニック性」を持つということにする．石島・前田 [6] は，動的ポートフォリオ最適化モデルを用いて，より洗練されたヘドニック・モデルを導出している．石島・前田 [6] では，均衡不動産賃料については直ちにヘドニック性を有するが，均衡不動産価格については，2 つの特殊な条件を課すことによってはじめて，ヘドニック性を持つことが強調されている．さらに，石島・前田 [6] は，ヘドニック・モデルに基づき，不動産データに対して直接，実証分析を行うことができる統計モデルを提案している．

離散時点 $t = 1, \ldots, T$ を考え，市場には M_t 個の不動産が取引されているとする．不動産は，地域や用途などによって価格形成が異なりうるため, 同一需給圏（エリア）ごと, あるいは物件用途ごとに市場が細分化されている．このような細分化を「層化（stratification）」と呼び，その結果分類された不動産のクラスを「層区分（stratum）」と呼ぶことにする．そこで，各時点 t において，立地する地域やその用途などにより，N 個の「層区分」に層化できるものとする．各層区分に属する不動産数 $n_{i,t}$ は同一でなくても良く，$\sum_{i=1}^{N} n_{i,t} = M_t, \sum_{t=1}^{T} M_t = M$ とする．ここに，個々の不動産をトリプレット (i, j, t) によって特定することができる．つまり，不動産 (i, j, t) は，時点 t において取引される，層区分 i に属する第 j 番目の不動産を意味する．個々の不動産は，保有する K 個の属性によって特徴づけられ，不動産 (i, j, t) が保有する属性 k を $x_{ij,t}^{(k)}$ と表す．またそのベクトル表記を $\boldsymbol{x}_{ij,t} = \left(x_{ij,t}^{(1)} \ldots x_{ij,t}^{(k)} \ldots x_{ij,t}^{(K)}\right)'$ と書く．ただし上付き文字 $'$ は転置を表す．さらに，$H_{ij,t}$ と $h_{ij,t}$ をそれぞれ，不動産 (i, j, t) の価格と対数価格を表すとする．

$$hij, t := \log H_{ij,t} \ . \tag{2}$$

このとき，まずは 2 つの不動産価格の統計モデルを考える．

（CF: クロスセクション固定効果・ヘドニック回帰モデル）
固定された各時点 $t = 1, \ldots, T$ において，不動産 (i, j, t) の対数価格を次式でモデル化する．

$$h_{ij,t} = \alpha_t + \sum_{k=1}^{K} \beta_t^{(k)} x_{ij,t}^{(k)} + \varepsilon_{ij,t} \tag{3}$$

(3) 式の推定結果を利用することにより，不動産の対数価格をその属性 $\boldsymbol{x}_{ij,t}$ の関数として表現できる．

$$\hat{h}_t^{(CF)}(\boldsymbol{x}_{ij,t}) = \hat{\alpha}_t + \sum_{k=1}^{K} \hat{\beta}_t^{(k)} x_{ij,t}^{(k)} \tag{4}$$

（CM: クロスセクション混合効果・ヘドニック回帰モデル）
固定された各時点 $t = 1, \ldots, T$ において，不動産 (i, j, t) の対数価格を次式でモデル化する．

$$h_{ij,t} = \alpha_t + \sum_{k=1}^{K} \left(\beta_t^{(k)} + \nu_{i,t}^{(k)}\right) x_{ij,t}^{(k)} + \varepsilon_{ij,t} \tag{5}$$

(5) 式の推定結果を利用することにより，不動産の対数価格をその属性 $\boldsymbol{x}_{ij,t}$ の関数として表現できる．

$$\hat{h}_t^{(CM)}(\boldsymbol{x}_{ij,t}) = \hat{\alpha}_t + \sum_{k=1}^{K} \left(\hat{\beta}_t^{(k)} + \hat{\nu}_{i,t}^{(k)}\right) x_{ij,t}^{(k)} \tag{6}$$

上記のモデルは，以下に述べるような 3 つの性質を有している．

(1) 対数変換

（1）式によれば，理論上の不動産の価格は，属性価格の線形結合として表現されなければならない．しかし，この原理が成立するためには，市場が厳しい条件を満たしていなければならない．一方，現実の不動産市場では，流動性の欠如，大きな取引コスト，情報の非対称性などに起因して，理論が想定する条件を満たしていない可能性が高い．そこで，このような乖離を捉えるべく，石島・前田・谷山 [7], [8] は，（3）と（5）式を用いた実証分析を試みている．ただし，それらの左辺には，対数変換を施した価格

ではなく，これを包含する次式の Box-Cox（べき乗）変換（Box and Cox[1]）を施した価格を用いている．

$$H^*_{ij,t} = \begin{cases} \frac{H^{\lambda}_{ij,t}-1}{\lambda} & (\lambda \neq 0 \text{ のとき}) \\ \log H_{ij,t} & (\lambda = 0 \text{ のとき}) \end{cases} \tag{7}$$

ここで，λ は変換パラメータを表している．$\lambda = 1$ のときは価格に線形変換を，$\lambda = 0$ のときは価格に対数変換を施すことをそれぞれ表している．石島・前田・谷山 [7], [8] の研究では，モデル・パラメータに加え，変換パラメータ λ の推定も同時に行っている．その結果によれば，変換パラメータ λ はゼロに近い数値として推定されている．また，従来の先行研究（例えば，吉田ら [13]）の研究においても，先験的に統計的なフィットの良さだけを根拠として対数変換した不動産価格についての回帰分析が行われてきた．そこで，本研究では対数変換を施した価格を被説明変数とするヘドニック回帰モデルを用いることにする．

(2) 混合効果モデルの考慮

不動産には同じ属性を持つものは 1 つしかないという強い個別性があるという点で，商品（commodity）とは決定的に異なっており，属性 $\boldsymbol{x}_{ij,t}$ を明示的に導入している．すでに述べたように，地域や用途といったに不動産の層区分によって，価格形成が異なりうる．このような層区分は，これに属する個々の不動産に，他の層区分に属する不動産とは異なったプレミアムをもたらす可能性がある．そこで，不動産の層区分がもたらす個別性を考慮する 2 つの方法を考慮する．個別性を考慮する統計モデルが（5）式で表される「クロスセクション混合効果・ヘドニック回帰モデル」であり，しないものが（3）式で表される「クロスセクション固定効果・ヘドニック回帰モデル」である．後者を標準モデルとして，2 つの方法を考慮することによって拡張したモデルが（5）式である．

第 1 の方法として，(3) 式の切片 α_t を，N 個の層区分を表すダミー変数の線形結合で置き換えることにする．これを考慮して，(5) 式では，次のような切片を導入している．

$$\alpha_t := \sum_{\iota=1}^{N} \mathbb{1}_{\iota=i} \cdot \alpha_{\iota,t} \tag{8}$$

ただし，定義関数は，$\mathbb{1}_{\iota=i}$ は $\iota = i$ のとき 1 の値を取り，それ以外のとき 1 の値を取る．これは，1 平米あたりの対数価格に関する「層区分プレミアム」と解釈することができる．

第 2 の方法として，層区分によって表される個別性に起因して，(3) 式において回帰係数として推定される属性単価 $\beta^{(k)}_t$ が変動する可能性を考慮する．つまり，属性 k の単価が，不動産によらず共通する固定単価 $\beta^{(k)}_t$ と，層区分 i によって確率的に変動する変動単価 $\nu^{(k)}_{i,t}$ とに分離・推定することを考える．これを考慮した統計モデルが，(5) 式である．ただし，$\varepsilon_{ij,t}$ は，平均 $\mathbf{0}$ の M_t 次元の正規分布に従う誤差項である．その共分散行列は対角であって，成分は同一であるとする．また，$\boldsymbol{\nu}_{i,t} := \left(\nu^{(1)}_{i,t} \ldots \nu^{(k)}_{i,t} \ldots \nu^{(K)}_{i,t}\right)'$ は，$\varepsilon_{ij,t}$ と独立であり，平均 $\mathbf{0}$ の K 次元の正規分布に従う．その共分散行列を $\mathbf{G}$ と書く．

（5）式は，混合効果モデルの典型例である．「混合効果モデル」は，経時データやパネルデータを分析する際に有用とされ，近年盛んに研究されるようになったものである（Hsiao[5], Fitzmaurice et al.[4], McCulloch et al.[11]）．したがって，本モデルの推定は，かかる分野の成果を礎として実装された，SAS 9.1.3 の MIXED プロシジャを用いて行うことができる（Littell et al.[10]）．ちなみに，(3) 式で表される固定効果モデルも，同プロシジャで推定することができる．推定は，制限付最尤法（REML; Restricted Maximum Likelihood）によって行い，推定値は，BLUP（Best Linear Unbiased Prediction）として得ることとする．なお，(5) 式における共分散行列 $\mathbf{G}$ は，混合効果モデルにおいて，自由にデザインすることができるが，本研究においては最も単純な構造として，対角行列を採用した．

(3) 平均対数価格不変の性質

次の定義を導入する．

定義 1 (平均対数価格不変の性質) $\hat{h}_t(\boldsymbol{x}_{ij,t})$ を時点 t において推定された任意のヘドニック回帰モデルとする．これは，不動産 (i,j,t) が保有する属性量 $\boldsymbol{x}_{ij,t}$ の関数である．層区分 i における，平均対数価格を $\tilde{h}_{i,t} := \sum_{j=1}^{n_{i,t}} h_{ij,t}/n_{i,t}$，平均属性量を $\tilde{\boldsymbol{x}}_{i,t} := \sum_{j=1}^{n_{i,t}} \boldsymbol{x}_{ij,t}/n_{i,t}$ とする．このとき，もし $\tilde{h}_{i,t} = \hat{h}_t(\tilde{\boldsymbol{x}}_{i,t})$ ならば，層区分内において平均対数価格は不変であるという．

同様に，市場全体における，平均対数価格を $\bar{h}_t := \sum_{i=1}^{N} \tilde{h}_{i,t}/N$, 平均属性量を $\bar{\boldsymbol{x}}_t := \sum_{i=1}^{N} \tilde{\boldsymbol{x}}_{i,t}/N$ とする．このとき，もし $\bar{h}_t = \hat{h}_t(\bar{\boldsymbol{x}}_t)$ ならば，層区分内において平均対数価格は不変であるという．

この性質について，(4) と (6) 式は異なったものとなっている．(4) 式は層区分内と市場全体において，平均対数価格は不変である．一方，(6) 式は層区分内において平均対数価格は不変であるが，市場全体においては不変ではない．この平均対数価格不変の性質を有しない場合には，層区分ごとの推定結果を市場全体の推定結果へと集約する際に多少の不都合を生じる．

さて，提案した統計モデル (5) と (3) 式について，その推定に用いる不動産データの観点から再考してみよう．不動産 (i,j,t) に関する価格と属性に関するデータを，

$$\{h_{ij,t}, \boldsymbol{x}_{ij,t} \;:\; i = 1,\ldots,N,\; j = 1,\ldots,n_{i,t},\; t = 1,\ldots,T\} \tag{9}$$

と書く．不動産データの特徴は，同一のものは存在しないが，各層区分 i に属するデータは，各時点 t において十分に存在することである．このとき，不動産データを，時点ごとに利用するクロスセクションモデルと，層区分ごとに

利用する時系列モデルの 2 つを発想することが可能である．

前者のクロスセクションモデルにおいては，不動産データを時点ごとに切り出して利用する．つまり，時点ごとに切り出された不動産データに関して，ヘドニック性（1）を持つ，時点を固定した統計モデルを構築し，その推定を行うのである．このような観点より提案したクロスセクションモデルが，これまでに述べてきた（5）と（3）式である．

一方，後者の時系列モデルにおいては，不動産データを層区分ごとに切り出して利用する．つまり，層区分ごとに切り出された不動産データに関して，ヘドニック性（1）を持つ，層区分を固定した統計モデルを構築し，その推定を行うのである．このような観点より，次のような 2 つの時系列モデルを提案することができる．

（TF: 時系列固定効果・ヘドニック回帰モデル） 層区分 $i = 1, \ldots, N$ を固定する．各時点 $t = 1, \ldots, T$ において，不動産 $j = 1, \ldots, n_{i,t}$ の対数価格を次式でモデル化する．

$$h_{ij,t} = \alpha_i + \sum_{k=1}^{K} b_i^{(k)} x_{ij,t}^{(k)} + e_{ij,t} \tag{10}$$

（10）式の推定結果を利用することにより，不動産の対数価格をその属性 $\boldsymbol{x}_{ij,t}$ の関数として表現できる．

$$\hat{h}_t^{(TF)}(\boldsymbol{x}_{ij,t}) = \hat{a}_i + \sum_{k=1}^{K} \hat{b}_i^{(k)} x_{ij,t}^{(k)} \tag{11}$$

（TM: 時系列混合効果・ヘドニック回帰モデル） 層区分 $i = 1, \ldots, N$ を固定する．各時点 $t = 1, \ldots, T$ において，不動産 $j = 1, \ldots, n_{i,t}$ の対数価格を次式でモデル化する．

$$h_{ij,t} = a_{i,t} + \sum_{k=1}^{K} \left(b_i^{(k)} + \theta_{i,t}^{(k)} \right) x_{ij,t}^{(k)} + e_{ij,t} \tag{12}$$

（12）式の推定結果を利用することにより，不動産の対数価格をその属性 $\boldsymbol{x}_{ij,t}$ の関数として表現できる．

$$\hat{h}_t^{(TM)}(\boldsymbol{x}_{ij,t}) = \hat{a}_{i,t} + \sum_{k=1}^{K} \left(\hat{b}_i^{(k)} + \hat{\theta}_{i,t}^{(k)} \right) x_{ij,t}^{(k)} \tag{13}$$

3. インプライド・キャピタルリターンの生成

不動産の対数価格に関する適切な統計モデル（3），(5)，(10)，および（12）式を利用すれば，個々の不動産についてインプライド・キャピタルリターンを生成することが可能である．詳細を以下に述べる．

金融工学では，投資について評価・制御・計測することを学問テーマとしている．その際の前提条件は，「投資対象とする資産に関する価格，およびその増減率であるリターンが一定の時間間隔で観測できる」ことである．株式や債券などの金融資産は，公開された市場において高い流動性を伴って取引されているため，この前提条件が成立していることは明らかであろう．一方，不動産ついては，いったん取引が行われると，次の取引は数年から数十年先であることが多い．したがって，個々の不動産に関する取引価格を一定の時間間隔で市場から取得することはできない．ここに，本論文の問題意識がある．個々の不動産について，その取引価格およびその増減率であるリターンを，一定の時間間隔で擬似的に生成するモデルを提案することにある．これにより，個々の不動産に対する投資について，最先端の金融工学を適用して分析することが可能となる．以下に，不動産の投資におけるリターン時系列を生成するモデルについて詳述する．

一定の時間間隔 $t-1$ と t において，個々の不動産の価格が $H_{ij,t-1}$ と $H_{ij,t}$ のように観測できたとする．このとき，リターンは次式で定義される．

$$R_{ij,t}^{*} := \frac{H_{ij,t} - H_{ij,t-1}}{H_{ij,t-1}} \tag{14}$$

あるいは，次式で定義される「対数」リターンを用いることも多い．

$$r_{ij,t}^{*} := \log\left(H_{ij,t}/H_{ij,t-1}\right) = h_{ij,t} - h_{ij,t-1} \tag{15}$$

両者は互いに近似することができる．この近似は，価格の増減率が十分に小さくゼロに近いとき，1 次の Taylor 展開により成立する．

$$r_{ij,t} \approx H_{ij,t} \tag{16}$$

以下では，対数リターン（15）式に着目して議論を展開する．

3.1 個々の不動産の対数リターンの時系列推定

個々の不動産 (i,j,t) が保有する属性を $\boldsymbol{x}_{ij,t}$ とする．このとき，個々の不動産 (i,j,t) への投資における対数リターンを，(15) 式によって計算することは，ほぼ不可能である．一定の時間間隔 $t-1$ と t において，不動産の価格 $H_{ij,t-1}$ と $H_{ij,t}$ を観測できることは極めて稀だからである．

そこで，(15) 式において，$h_{ij,t-1}$ と $h_{ij,t}$ を，その推定値 $\hat{h}_{t-1}^{X}(\boldsymbol{x}_{ij,t})$ と $\hat{h}_t^{X}(\boldsymbol{x}_{ij,t})$ でそれぞれ置き換える．ここで，上付き文字 X には，クロスセクションモデル（3），あるいは（5）式の略記である $\{CF, CM\}$ のいずれかが代入される．この置き換えによって，真の対数リターン r^{*} を近似することができる．これを「インプライド・キャピタルリターン（implied capital return）」と呼び，次式のように与えられる．

$$r_{ij,t} := \hat{h}_t^{X}(\boldsymbol{x}_{ij,t}) - \hat{h}_{t-1}^{X}(\boldsymbol{x}_{ij,t}) \approx r_{ij,t}^{*} \tag{17}$$

さらに，この不動産 (i,j,t) がその属性 $\boldsymbol{x}_{ij,t}$ を，時点 $u = 1, \ldots, T$ に依らずに保有する仮想的な状況を考える．このように考えるとき，不動産 (i,j,t) について，時点 $t-1$ から t のみならず，任意の時点 $u-1$ から u に至る対数リターンを，時系列として推定することができる．

$$r_{ij,u} := \hat{h}_u^{X}(\boldsymbol{x}_{ij,t}) - \hat{h}_{u-1}^{X}(\boldsymbol{x}_{ij,t}) \approx r_{ij,u}^{*} \tag{18}$$

同様に，時系列モデル（10），あるいは（12）式を利用しても，個々の不動産のインプライド・キャピタルリターンを得ることができる．同じように，不動産 (i,j,t) がその属性 $\boldsymbol{x}_{ij,t}$ を，時点 $u=1,\ldots,T$ に依らずに保有する仮想的な状況を考える．このとき，任意の時点 $u-1$ から u に至る対数リターンは，次式によって，時系列として推定することができる．

$$r_{ij,u} := \hat{h}_t^X(\boldsymbol{x}_{ij,t}) - \hat{h}_{t-1}^X(\boldsymbol{x}_{ij,t}) \approx r_{ij,u}^* \tag{19}$$

ここで，上付き文字 X には，時系列モデル（10），あるいは（12）式の略記である $\{TF, TM\}$ のいずれかが代入される．

3.2 一定の属性量を持つ代表的な不動産の対数リターンの時系列推定

市場全体において，すべての時点のすべての不動産について求めた，時点に依らず一定の平均属性量 $\bar{\boldsymbol{x}} := \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_{i,t}} \boldsymbol{x}_{ij,t}/M$ を有する仮想的な不動産を代表的不動産として採用する．このとき，一定の平均属性量 $\bar{\boldsymbol{x}}$ を有する市場全体の代表的不動産のインプライド・キャピタルリターンは，市場全体について平均対数価格不変の性質を有する，クロスセクション固定効果・ヘドニック回帰モデル（3）式により求めることができる．

$$\bar{r}_t := \hat{h}_t^{CF}(\bar{\boldsymbol{x}}) - \hat{h}_{t-1}^{CF}(\bar{\boldsymbol{x}}) \tag{20}$$

一方，各層区分において，すべての時点のすべての不動産について求めた，時点に依らず一定の平均属性量 $\tilde{\boldsymbol{x}}_i := \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{n_{i,t}} \boldsymbol{x}_{ij,t} / \sum_{t=1}^T n_{i,t}$ を有する仮想的な不動産を代表的不動産として採用する．このとき，一定の平均属性量 $\tilde{\boldsymbol{x}}_i$ を有する各層区分の代表的不動産のインプライド・キャピタルリターンは，各層区分について平均対数価格不変の性質を有するモデルである，(3)，(5)，(10)，(12) 式のいずれを用いても求めることができる．

$$\bar{r}_{i,t} := \hat{h}_t^X(\tilde{x}_i) - \hat{h}_{t-1}^X(\tilde{x}_i) \tag{21}$$

ただし，上付き文字 X には，クロスセクションモデル (3)，(5) 式，または，時系列モデル（10），(12) 式の略記である $\{CF, CM, TF, TM\}$ のいずれかが代入される．

3.3 時間可変する属性量を持つ代表的な不動産の対数リターンの時系列推定

各時点 t で，市場全体の不動産について求めた平均属性量 $\tilde{\boldsymbol{x}}_t = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_{i,t}} \boldsymbol{x}_{ij,t}/M_t$ を有する仮想的な不動産を代表的不動産として採用する．この市場全体の代表的不動産は，その保有する属性量が時間可変であることに注意する．時間可変する $\tilde{\boldsymbol{x}}_t$ を有する，市場全体の代表的不動産のインプライドキャピタルリターンは，市場全体について平均対数価格不変の性質を有するモデルである，クロスセクションモデル（3）式，および時系列モデル（10），(12) 式を用いて求めることができる．

$$\tilde{r}_{i,t} := \hat{h}_t^X(\tilde{x}_i) - \hat{h}_{t-1}^X(\tilde{x}_i) \tag{22}$$

ただし，上付き文字 X には，クロスセクションモデル（3）式，または，時系列モデル（10），(12) 式の略記である $\{CF, TF, TM\}$ のいずれかが代入される．

同様にして，各時点 t での各層区分 i に属する不動産について求めた平均属性量 $\tilde{\boldsymbol{x}}_{i,t} = \sum_{j=1}^{n_{i,t}} \boldsymbol{x}_{ij,t} \big/ n_{i,t}$ を有する仮想的な不動産を代表的不動産として採用する．このような各層区分における代表的不動産も，その保有する属性量が時間可変であることに注意する．時間可変する $\tilde{\boldsymbol{x}}_{i,t}$ を有する，各層区分の代表的不動産のインプライドキャピタルリターンは，各層区分について平均対数価格不変の性質を有するモデルである，(3)，(5)，(10)，(12) 式のいずれを用いても求めることができる．

$$\tilde{r}_{i,t} := \hat{h}_t^X(\tilde{x}_i) - \hat{h}_{t-1}^X(\tilde{x}_i) \tag{23}$$

ただし，上付き文字 X には，クロスセクションモデル (3)，(5) 式，または，時系列モデル（10），(12) 式の略記である $\{CF, CM, TF, TM\}$ のいずれかが代入される．

さて，上記の時間可変する平均属性量を持つ代表的不動産のインプライド・キャピタルリターンは，時点 $t-1$ と t で求めた対数価格の平均値の差分に等しい．つまり，隣り合う時点で求めた，市場全体および各層区分における対数価格の平均値の差分の推移は，時間可変する平均属性量を持つ代表的不動産のインプライド・キャピタルリターンの推移と一致する．

4. 実証分析

本節では，実際の不動産データを用いて，個々の不動産の対数リターンを時系列として推定し，その特徴を分析する．個々の不動産として，市場全体と 4 つの層区分のそれぞれを代表する，仮想的な個別不動産を取り上げることにする．

分析対象とする不動産のデータは，インターネット上の国土交通省土地総合情報システムより取得した，中古マンションについての取引価格と属性（築年数と駅徒歩）である．分析対象とした期間は，2005 年第 3 四半期から 2011 年第 3 四半期までの 25 四半期である．その中古マンションに関するデータより，「東京都心 5 区（千代田区，中央区，港区，渋谷区，新宿区)」「その他東京都区部」「名古屋市」「大阪市」という 4 つの地域に属する不動産のデータを抽出した．4 つの地域を，不動産の 4 つの層区分として解釈することにする．本実証分析においては，不動産価格自体ではなく，これを基準化した，1 平米あたりの不動産価格を分析する．これを説明する属性としては，住居用の不動産にとって基本的と考えられる「築年数（AGE，年)」

と「最寄駅からの徒歩（WALK，分)」を取り上げた．

実証分析に先立ち，中古マンションについて，その 1 平米あたりの平均価格の概要を**表 1** に示す．

分析対象とした中古マンション市場の全体の平均価格挙動について述べる．2006 年第 3 四半期を底として，その後，2007 年第 1 四半期から，2008 年第 1 四半期にかけて高水準が続いている．その後，2008 年後半の金融危機の影響から価格は下落，2009 年第 1 四半期に底を打ち，直近に至るまで上昇傾向にある．次に，地域による不動産クラスごとに平均価格の挙動を見ることとする．分析期間を通した平均の大小でランキングすると，東京都心 5 区，その他東京都区部，大阪市，名古屋市の順になる．また，時系列のパターンについては，2 つの類型があることが分かる．第 1 の類型に属するのは，東京都心 5 区とその他東京都区部の 2 つの不動産クラスである．これらは，天井や底を打つタイミングこそ多少前後するものの，全体として時系列のパターンは互いに似ている．一方，第 2 の類型に属するのは，大阪市・名古屋市という地方圏であり，それらの時系列パターンは，ほぼ横ばいである．第 1 の類型はサンプル数が多いため，第 1 と第 2 の時系列のパターンを集約すると，市場全体のパターンになることが理解できる．

また，中古マンションの市場全体，および層区分ごとの平均属性を **表 2** と **表 3** に示す．表 2 は，中古マンションの平均築年数（年）の時系列を示しており，一方，表 3 は，最寄駅からの平均徒歩時間（分）の時系列を示している．ここで着目すべきは，平均築年数の時系列推移である．直感的には平均築年数は時系列に沿って増加すべきであるが，そのような上昇傾向は見受けられない．したがって，築年数という属性が一定であると仮定して，個々の不動産の対数リターンを時系列として推定する根拠になっている．また，最寄駅からの平均徒歩時間も時系列に沿って一定であるため，この属性も一定であると仮定する根拠が得られたことになる．

さて，クロスセクションモデル（3）と（5）式，および時系列モデル（10）と（12）式の推定結果を **表 4** に示す．左のパネルは，クロスセクションモデル（3）と（5）式を推定した場合の AIC（赤池の情報量規準）を示している．これより，混合効果モデル（5）式の AIC の方が，固定効果モデル（3）式のものよりも小さく，したがって，不動産データへの適合度が高いと解釈される．右のパネルは，時系列モデル（10）と（12）式を推定した場合の AIC（赤池の情報量規準）を示している．やはり，混合効果モデル (12) 式の AIC の方が，固定効果モデル (10) 式のものよりも小さく，したがって，不動産データへの適合度が高いと解釈される．また，紙面の都合上割愛したが，混合効果を考慮したクロスセクションと時系列モデルのにおいては，前者はすべての四半期，後者においては市場全体とすべての層区分において，2 つの説明変数と切片ともに 5%有意に推定されたことを報告したい．類似の推定結果については，石島・前田・谷山 [7] を参照されたい．

混合効果を考慮する方がデータへの適合度が高いことは明らかになったので，次に，これを考慮したクロスセクションモデル（5）と時系列モデル（12）を比較したい．まず，データの切り出し方が異なるために，AIC によってデータへの適合度を直接比較することができない（前者は各四半期ごとにデータを切り出し，後者は層区分ごとにデータを切り出す）．そこで，2 つのモデルの推定パラメータが，時間軸に沿ってどれくらいばらつくか，という観点から比較を試みた．その結果を **表 5** に示す．この表は，クロスセクションモデルと時系列モデルのそれぞれについて，市場全体と各層区分ごとに，切片および築年数と駅徒歩の推定値が時系列に沿ってどれくらいばらつくかを標準偏差 (%) によって示したものである．すべての場合において，時系列モデル（12）の推定値のばらつきが，クロスセクションモデル（5）のものよりも小さいことが分かる．したがって，（13）式における $\hat{a}_{i,t}$ と $\left(\hat{b}_i^{(k)} + \theta_{i,t}^{(k)}\right)$ は，（6）式における $\hat{\alpha}_t$ と $\left(\hat{\beta}_t^{(k)} + \nu_{i,t}^{(k)}\right)$ よりもばらつきが小さいことを意味する．

さて，個々の不動産として，2 つの方法によって，市場全体と各層区分において代表的不動産を取り上げ，そのインプライド・キャピタルリターンを生成する．結果を**表 6** に示す．

(方法 1) 第 3.2 節に示した方法により，市場全体と各層区分における一定の平均属性量を持つ代表的不動産を採用する．市場全体の代表的不動産のインプライド・キャピタルリターンは，(20) 式によって推定した．一方，各層区分における代表的不動産のインプライド・キャピタルリターンは，$X = TM$ とした (21) 式によって推定した．それらの結果は，表 6 の中で “TM” と表記している．

(方法 2) 第 3.3 節に示した方法により，市場全体と各層区分において，各四半期ごとに時間可変する平均属性量を持つ代表的な不動産を採用する．市場全体の代表的不動産のインプライド・キャピタルリターンは，(22) 式によって推定した．一方，各層区分における代表的不動産のインプライド・キャピタルリターンは，(23) 式によって推定した．それらの結果は，表 6 の中で “Ave Ret” と表記している．

上記の 2 つの方法によって推定した，市場全体と各層区分における代表的不動産のインプライド・キャピタルリターンの比較を分かりやすく示すために，表 6 における「その他東京都区部（東京 18)」の結果をグラフ化したものが，**図 1** である．どちらの方法によってもインプライド・キャピタルリターンの方向性は同一であるものの，明らかに，$X = TM$ とした（21）式の推定による方法 1 の方が，(23) 式の推定による方法 2 に比べて，変化が穏やかである．これは，表 5 の結果と整合的である．

さらに再び，表 6 の結果を見ると，本節の冒頭で見た，中古マンションの 1 平米あたりの平均価格の時系列推移（表 1）と同様の傾向も見て取ることができる．

5. おわりに

本論文では，特定の不動産投資に対してリアルタイムで発生していると推測される収益，すなわち「インプライド・キャピタルリターン」について，その時系列データを推計する方法論を提示した．これを用いれば，同様にリアルタイムのデータの揃っている株式・債券などの金融資産と比較可能な形で，不動産投資の収益性やリスクを分析・評価できることになる．特に，金融投資では当たり前となっているような手法，たとえば平均＝分散分析や資産価値評価モデル（CAPM）をそのまま適用することも可能となる．

ここで提示した手法の出発点となるのは，不動産価格分析の統計モデルである．我々は，まず不動産の対数価格を不動産の「属性」によって説明する統計モデルを４通り考案した．それらは古典的な「ヘドニックモデル」の拡張版と考えることもできる．しかし，それ以上に，いくつかの特筆すべき特徴を持っている．それらは，層区分という概念と混合効果モデルという統計手法である．こうした統計モデルのもと，インプライド・キャピタルリターンを推定する手順を考案し，実際の中古マンション市場に適用した．モデルの当てはまりの良さという点では，混合効果モデルは重要な役割を果たすということも結論付けられた．

参考文献

[1] Box, G. E. P. and Cox, D. R.: An Analysis of Transformations (with Discussion), *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, Vol. 26, pp. 211–252 (1964).

[2] Campbell, J. Y. and Viceira, L. M.: *Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long-Term Investors*, Oxford University Press (2002). See also its appendix which is available from <http://kuznets.fas.harvard.edu/∼campbell/papers.html> (accessed 2011-08-09).

[3] Case, K. E. and Shiller, R. J.: The Efficiency of the Market for Single-Family Homes, *American Economic Review*, Vol. 79, No. 1, pp. 125–37 (1989).

[4] Fitzmaurice, G. M., Laird, N. M. and Ware, J. H.: *Applied Longitudinal Analysis*, John Wiley & Sons, Inc (2004).

[5] Hsiao, C.: *Analysis of Panel Data: Second Edition*, Cambridge University Press (2003).

[6] 石島　博，前田　章：不動産価格評価の枠組みと政策的含意，経済政策ジャーナル，Vol. 8，No. 2，pp. 95–98（2011）．

[7] 石島　博，前田　章，谷山智彦：不動産の価格とリスクの評価モデルとその応用，情報処理学会論文誌：数理モデル化と応用，Vol. 4，No. 2，pp. 1–12（2011）．

[8] 石島　博，前田　章，谷山智彦：不動産の価格とリターンの時系列モデルと応用，情報処理学会論文誌：数理モデル化と応用，Vol. 5, No. 1, pp. 74–85 (2012).

[9] Lancaster, K.: A New Approach to Consumer Theory, *Journal of Political Economy*, Vol. 74, pp. 132–157 (1966).

[10] Littell, R. C., Milliken, G. A., Stroup, W. W., Wolfinger, R. D. and Schabenberber, O.: *SAS for Mixed Models: Second Edition*, SAS Publishing (2006).

[11] McCulloch, C. E., Searle, S. R. and Neuhaus, J. M.: *Generalized, Linear, and Mixed Models: Second Edition*, John Wiley & Sons (2008).

[12] Rosen, S.: Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition, *Journal of Political Economy*, Vol. 82, pp. 34–35 (1974).

[13] 吉田　靖，駒井正晶，森平爽一郎，喜多村広作，森永昭彦：新築マンション価格の変動と家計の選択，ファイナンシャル・プラニング研究，Vol. 3，pp. 30–42（2003）．

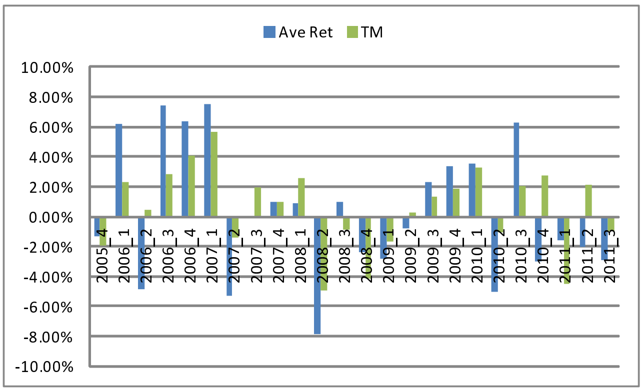

図 1 その他東京都区部におけるインプライド・キャピタルリターン：“TM” は（21）式による，“Ave LR” は（23）式による推定．

Fig. 1 Implied capital returns for the area of Tokyo 18: “TM” shows the estimated returns based on the model of (21) while “Ave LR” is based on the models of (23).

表 1 データセットの概要：中古マンションに関する四半期ごとの 1 平米あたりの平均価格（単位：万円）とデータ数（N）．

Table 1 Data set profile: Quarterly reported are the number of observations (N) and average prices per square meters (in ten thousand yen) for housing apartment data.

	市場全体		東京 5		東京 18		名古屋		大阪	
	N	Ave.	N	Ave.	N	Ave.	N	Ave.	N	Ave.
2005_3	1,508	53.00	255	76.33	903	57.55	138	20.40	212	26.77
2005_4	1,431	53.32	230	75.93	864	57.84	106	21.08	231	28.71
2006_1	1,544	54.66	233	81.08	860	60.49	142	23.47	309	32.88
2006_2	1,291	52.61	213	80.19	672	57.47	119	22.73	287	33.16
2006_3	1,339	52.46	176	73.84	756	61.19	118	21.59	289	29.21
2006_4	1,395	55.60	197	73.63	763	65.55	156	22.28	279	34.30
2007_1	1,739	61.22	236	77.68	1080	69.60	131	21.22	292	34.88
2007_2	2,826	60.19	451	81.81	1650	66.63	278	27.84	447	34.72
2007_3	2,646	59.89	398	86.89	1554	66.07	237	25.94	457	33.00
2007_4	2,643	61.43	448	86.46	1534	66.78	244	26.01	417	35.57
2008_1	2,760	60.61	520	82.77	1560	66.53	250	25.12	430	32.97
2008_2	2,823	58.21	527	83.62	1584	62.31	240	23.96	472	33.51
2008_3	2,773	57.90	507	82.29	1550	62.87	258	23.53	458	33.45
2008_4	2,722	55.99	436	77.93	1584	61.51	244	24.83	458	32.64
2009_1	2,852	54.46	441	76.57	1668	59.53	270	24.97	473	32.79
2009_2	3,058	55.35	583	80.04	1665	59.02	261	25.39	549	32.24
2009_3	3,202	56.57	579	82.35	1781	60.02	263	25.49	579	34.28
2009_4	3,217	57.25	553	81.07	1788	62.92	262	24.21	614	33.38
2010_1	3,330	57.53	494	80.35	1920	64.29	292	26.81	624	33.03
2010_2	3,185	57.35	523	86.29	1827	61.70	267	28.00	568	30.55
2010_3	2,753	56.18	342	81.50	1536	65.99	278	26.40	597	30.29
2010_4	2,401	58.67	474	88.04	1294	62.61	177	25.25	456	29.92
2011_1	2,341	57.36	371	86.10	1332	62.53	224	25.40	414	32.29
2011_2	2,773	55.62	457	79.01	1548	60.56	256	24.83	512	35.19
2011_3	2,119	54.34	339	75.08	1111	58.96	214	27.85	455	40.06

表 2 属性量の概要：中古マンションの平均築年数（単位：年）．

Table 2 Attribute profile: averages of age in years for housing apartment data.

	市場全体	東京 5	東京 18	名古屋	大阪
2005_3	13.68	13.97	12.32	15.70	17.76
2005_4	13.27	12.95	12.18	14.74	17.02
2006_1	12.58	10.56	11.48	13.94	16.54
2006_2	13.91	13.44	12.85	14.15	16.65
2006_3	13.53	15.97	11.20	13.77	18.02
2006_4	12.90	15.34	10.81	14.78	15.85
2007_1	12.17	15.37	10.13	16.59	15.15
2007_2	12.93	13.84	11.24	14.61	17.19
2007_3	13.11	13.02	11.42	15.70	17.60
2007_4	13.12	12.90	11.79	15.14	17.06
2008_1	13.61	12.34	12.36	16.47	17.99
2008_2	14.26	13.11	13.33	17.23	17.15
2008_3	14.13	13.34	12.71	17.83	17.69
2008_4	13.57	13.86	12.10	15.41	17.44
2009_1	13.60	14.31	12.25	15.62	16.56
2009_2	13.75	12.41	12.89	16.09	16.69
2009_3	13.05	10.69	12.34	16.13	16.20
2009_4	13.34	12.71	12.05	16.71	16.26
2010_1	13.95	14.74	12.37	16.20	17.11
2010_2	14.70	13.17	13.77	15.13	18.90
2010_3	14.07	14.24	12.09	16.73	17.84
2010_4	14.91	11.49	14.13	18.83	19.16
2011_1	14.62	13.25	13.11	18.82	18.41
2011_2	15.45	15.28	14.67	17.68	16.86
2011_3	15.33	16.60	15.40	16.94	13.47
Average	13.74	13.56	12.44	16.04	17.06

表 3 属性量の概要：中古マンションの最寄駅からの平均徒歩時間（単位：分）.

Table 3 Attribute profile: averages of walking distance from the nearest subway/railway stations in minutes for housing apartment data.

	市場全体	東京 5	東京 18	名古屋	大阪
2005_3	7.45	5.31	7.85	10.47	6.38
2005_4	7.13	4.80	7.82	9.37	5.83
2006_1	6.46	3.69	7.03	8.84	5.87
2006_2	6.97	5.00	7.49	9.42	6.20
2006_3	6.97	4.59	7.66	8.45	6.03
2006_4	6.83	5.57	7.33	8.04	5.68
2007_1	6.86	5.50	7.18	9.28	5.69
2007_2	7.08	5.22	7.57	8.78	6.08
2007_3	7.30	5.48	8.01	8.18	5.98
2007_4	7.09	5.15	7.67	8.46	6.23
2008_1	7.20	5.55	7.65	9.05	6.50
2008_2	7.11	5.36	7.78	8.53	6.13
2008_3	7.19	5.66	7.73	8.58	6.25
2008_4	7.27	5.84	7.72	9.00	6.18
2009_1	7.44	5.40	8.05	8.92	6.34
2009_2	7.25	6.09	7.74	8.89	6.24
2009_3	7.48	6.50	7.99	8.73	6.34
2009_4	7.31	5.94	7.64	9.33	6.71
2010_1	6.90	5.48	7.10	8.54	6.66
2010_2	6.88	5.09	7.25	8.85	6.40
2010_3	6.92	5.25	7.28	8.21	6.37
2010_4	6.84	5.22	7.52	7.84	6.22
2011_1	6.94	5.39	7.39	8.50	6.06
2011_2	7.08	5.70	7.45	9.27	6.08
2011_3	6.64	5.72	7.57	7.94	4.43
Average	7.06	5.38	7.58	8.78	6.12

表 4 AIC の比較：左のパネルはクロスセクションモデルを（3）式の固定効果 “Fixed(CF)” と，（5）式の混合効果 “Mixed(CM)” で推定した場合の AIC を示す．右のパネルは時系列モデルを（10）式の固定効果 “Fixed(TF)” と，（12）式の混合効果 “Mixed(TM)” で推定した場合の AIC を示す．

Table 4 Comparison of AICs: The left panel shows the AICs when housing apartment prices are estimated by cross-section fixed “Fixed(CF)” and mixed “Mixed(CM)” models of Eqs. (3) and (5), respectively. The right panel shows the AICs when the prices are estimated by time-series fixed “Fixed(TF)” and mixed “Mixed(TM)” models of Eqs. (10) and (12), respectively.

AICs of Cross-section Models

	Fixed (CF)	Mixed (CM)
2005_3	1,154.70	1,136.70
2005_4	1,216.30	1,173.80
2006_1	1,409.60	1,394.30
2006_2	1,094.70	1,024.40
2006_3	966.00	934.40
2006_4	1,189.10	1,184.10
2007_1	1,099.00	1,077.10
2007_2	2,233.00	2,133.10
2007_3	2,161.30	2,099.50
2007_4	2,281.50	2,207.80
2008_1	2,222.40	2,072.90
2008_2	2,638.40	2,539.10
2008_3	2,535.60	2,458.20
2008_4	2,532.10	2,462.10
2009_1	2,454.30	2,397.40
2009_2	2,605.80	2,534.70
2009_3	2,611.80	2,502.30
2009_4	2,942.20	2,841.80
2010_1	2,960.70	2,851.40
2010_2	3,263.90	3,182.40
2010_3	2,894.80	2,854.30
2010_4	1,777.20	1,740.10
2011_1	2,771.30	2,758.60
2011_2	1,836.80	1,720.40
2011_3	1,567.50	1,420.90

AICs of Time Series Models

	Fixed	Mixed
市場全体	88,931.40	88,899.60
東京 5	4,482.20	4,405.40
東京 18	31,029.60	30,902.10
名古屋	4,707.30	4,685.70
大阪	9,653.00	9,651.30

表 5 混合効果を考慮したクロスセクションモデル “CM ”（5）と時系列モデル “TM”（12）における切片および築年数と駅徒歩の推定値のばらつきの標準偏差による比較.

Table 5 Comparison of standard deviations of estimated intercepts and coefficients “CM” (5) and “TM” (12) indicate estimations by the use of cross section mixed effects model of (5) and, by the use of time-series mixed effects model of (12), respectively.

推定値	モデル	市場全体	東京 5	東京 18	名古屋	大阪
切片	CM (5)	N.A.	6.80%	4.21%	15.10%	5.59%
	TM (11)	4.94%	5.27%	3.84%	11.93%	5.27%
築年数	CM (5)	0.12%	0.26%	0.28%	0.47%	0.22%
	TM (11)	0.12%	0.18%	0.26%	0.33%	0.10%
駅徒歩	CM (5)	0.32%	0.90%	0.30%	0.34%	0.44%
	TM (11)	0.16%	0.61%	0.13%	0.00%	0.07%

表 6 インプライド・キャピタルリターン：'TM" は（21）式による，"Ave LR" は（23）式による推定.
Table 6 Implied capital returns: "TM" indicates returns that are estimated by the model of (21). "Ave LR" indicates the average returns based on the model (23).

	市場全体		東京 5		東京 18		名古屋		大阪	
	Ave Ret	TM	Ave Ret	TM	Ave Ret	TM	Ave Ret	TM	Ave Ret	TM
2005_4	0.51%	-1.80%	-0.20%	-2.36%	-1.36%	-1.94%	5.58%	0.07%	6.37%	2.74%
2006_1	2.56%	-1.59%	6.47%	0.52%	6.16%	2.27%	11.63%	8.54%	8.63%	6.93%
2006_2	-3.82%	2.13%	-0.47%	6.54%	-4.84%	0.44%	-5.75%	-4.34%	1.20%	2.11%
2006_3	0.11%	-1.18%	-9.18%	-3.28%	7.47%	2.84%	-2.62%	-5.76%	-9.66%	-4.84%
2006_4	4.69%	2.05%	-3.05%	-4.19%	6.40%	4.10%	-0.21%	2.17%	12.91%	4.16%
2007_1	12.44%	10.20%	8.93%	8.42%	7.52%	5.69%	-2.06%	6.59%	3.95%	1.46%
2007_2	-2.41%	0.64%	5.74%	2.23%	-5.31%	-1.37%	17.25%	8.44%	-1.96%	6.29%
2007_3	-0.57%	0.65%	5.45%	3.80%	-0.13%	1.98%	-0.34%	3.08%	-4.97%	-3.59%
2007_4	2.26%	1.75%	-2.19%	-2.48%	0.97%	0.95%	-1.91%	-3.30%	5.00%	3.40%
2008_1	0.12%	2.12%	-2.21%	-2.65%	0.90%	2.53%	-3.35%	2.80%	-3.32%	0.55%
2008_2	-5.08%	-3.17%	1.27%	2.25%	-7.90%	-4.95%	-6.33%	-4.65%	-0.06%	-3.74%
2008_3	-0.68%	-0.92%	-0.93%	-0.49%	0.93%	-0.84%	2.93%	4.56%	-3.11%	-0.87%
2008_4	-3.11%	-4.73%	-6.51%	-4.99%	-2.42%	-4.17%	1.55%	-6.13%	-1.03%	-2.12%
2009_1	-2.29%	-1.77%	-2.32%	-1.85%	-2.86%	-1.69%	1.60%	2.33%	0.31%	-2.67%
2009_2	1.18%	1.22%	3.99%	1.17%	-0.81%	0.29%	-1.36%	0.35%	0.05%	0.43%
2009_3	2.61%	0.80%	4.07%	1.53%	2.29%	1.30%	1.48%	1.31%	3.37%	1.65%
2009_4	-0.39%	0.23%	-2.37%	0.29%	3.39%	1.86%	-6.59%	-3.12%	-2.27%	-1.51%
2010_1	2.02%	2.93%	-1.23%	2.46%	3.57%	3.23%	11.44%	7.90%	1.22%	4.42%
2010_2	-1.73%	0.71%	7.59%	3.88%	-5.01%	-1.08%	3.85%	-0.03%	-10.25%	-4.08%
2010_3	-3.16%	-5.06%	-5.97%	-3.36%	6.32%	2.05%	-4.92%	0.17%	2.20%	-1.92%
2010_4	6.24%	8.89%	8.80%	2.72%	-3.00%	2.73%	-4.06%	2.43%	-1.19%	3.18%
2011_1	-2.31%	-3.17%	-1.96%	2.01%	-1.61%	-4.46%	3.55%	4.65%	6.13%	3.15%
2011_2	-1.32%	1.51%	-9.18%	-4.91%	-2.06%	2.10%	-3.24%	-5.02%	9.04%	3.61%
2011_3	-1.51%	-3.10%	-5.07%	-2.42%	-2.88%	-1.00%	6.52%	1.33%	13.66%	-2.08%
平均 (%)	0.26%	0.39%	-0.02%	0.20%	0.24%	0.54%	1.03%	1.02%	1.51%	0.69%
標準偏差 (%)	3.67%	3.53%	5.25%	3.48%	4.29%	2.68%	5.95%	4.39%	5.95%	3.32%