

# A<sup>2</sup>MOSA : アーカイブの適応的調整による 多目的シミュレーテッドアニーリング法

武田 康士<sup>1,a)</sup> 野間口 大<sup>1,b)</sup> 藤田 喜久雄<sup>1,c)</sup>

**概要 :** Archived Multiobjective Simulated Annealing (AMOSA) は、シミュレーテッドアニーリング法をアーカイブ法により多目的最適化問題へ拡張した最適化計算法である。AMOSA は、連続変数問題への適用を前提としているため、組合せ最適化問題での空間の離散性には対応できない。そこで、本稿では、配置問題などの組合せ最適化問題においても効率的な探索ができるように、複数解の分布や個別解の特性に着目したヒューリスティクスによりアーカイブを適応的に調整するメカニズムを AMOSA に対して導入することによる高性能化法 (Adaptive Archived Multi-Objective Simulated Annealing, A<sup>2</sup>MOSA) を提案する。さらに、その 2 次元矩形配置問題における有効性を検証する。

**キーワード :** 多目的最適化, シミュレーテッドアニーリング, 組合せ最適化, 配置最適化, ヒューリスティクス

## A<sup>2</sup>MOSA : Multi-Objective Simulated Annealing with Adaptive Arrangement of Archive

TAKEDA YASUSHI<sup>1,a)</sup> NOMAGUCHI YUTAKA<sup>1,b)</sup> FUJITA KIKUO<sup>1,c)</sup>

**Abstract:** Archived Multiobjective Simulated Annealing (AMOSA) is an optimization technique that expands the capability of simulated annealing to multi-objective optimization by a means of archive. However, it is not appropriate to apply AMOSA to combinatorial optimization problems due to its tacit assumption of design space continuity. This paper proposes an adaptive arrangement mechanism of archive with heuristics focused on the distribution of solutions and property of each solution, for enhancing AMOSA to an efficient optimization method for combinatorial problems like layout design problems. The integrated AMOSA is named Adaptive Archived Multi-Objective Simulated Annealing, A<sup>2</sup>MOSA. Finally A<sup>2</sup>MOSA is applied to two-dimensional layout problems for validating its effectiveness.

**Keywords:** Multi-Objective Optimization, Simulated Annealing, Combinational Optimization, Layout Design Problem, Heuristics

### 1. はじめに

近年の設計問題の複雑化に伴い、複数の評価指標を同時に考慮して最適化を行う多目的最適化への要求が高まっている。対象となる設計問題の内容は、連続変数問題だけ

でなく、配置問題などの組合せ最適化問題にも広がっている。多目的最適化の代表的な手法として、多目的遺伝的アルゴリズム (Multi-Objective Genetic Algorithm, MOGA) があり、多くのアルゴリズムが提案されている [1]。MOGA は実行時間内に比較的優れた解を求めることができるが、適用する最適化問題の特徴に応じて適切なコーディングを行う必要があり、またその探索性能は各種のチューニングに強く依存しているため、汎用性の面で課題がある。

一方、シミュレーテッドアニーリング (Simulated An-

<sup>1</sup> 大阪大学  
Osaka University

a) takeda@syd.mech.eng.osaka-u.ac.jp

b) noma@mech.eng.osaka-u.ac.jp

c) fujita@mech.eng.osaka-u.ac.jp

nealing, SA)[2] は焼きなましの過程を模した代表的な確率的探索手法である。GA と比較すると、問題に応じたコーディングやチューニングを行う必要性が少ないため、汎用性が高い。そのため、SA を拡張した多目的シミュレーテッドアニーリング (Multi-Objective Simulated Annealing, MOSA) [3] の研究も盛んに行われている。しかし、MOSA の性能評価は連続変数問題で行われることが多いため、空間が離散的な組合せ最適化問題へ適用した場合、本来の性能を発揮できない恐れがある。

本稿では、連続変数問題において優れた探索性能を持つ Archived Multiobjective Simulated Annealing (AMOS) [4] に着目し、組合せ最適化問題においても効率的な探索ができるように、複数解の分布や個別解の特性に着目したヒューリスティクスによりアーカイブを適応的に調整するメカニズムを AMOSA に対して導入することによる高性能化法 (Adaptive Archived Multi-Objective Simulated Annealing, A<sup>2</sup>MOSA) を提案する。提案手法を、3 次元矩形配置問題に適用し、その有効性を検証する。

## 2. 多目的最適化と Simulated Annealing

### 2.1 多目的最適化問題とパレート最適解集合

多目的最適化 (Multiobjective optimization, MOO) では、複数の目的関数について最適化が行われる。目的関数は互いに競合していることが多いため、それらのトレードオフ関係を考慮したパレート最適解集合を求めることが最適化の目標となる。単一目的最適化よりも取り扱いが難しくなるが、パレート最適解集合の中から総合的な視点からバランスのとれた設計解を選択することができること、目的関数同士のトレードオフ関係を明らかにできることなどの利点がある。

### 2.2 従来の多目的シミュレーテッドアニーリング

本節では従来の MOSA を多目的最適化への拡張方法で分類し、それぞれの特徴と課題を整理する。

#### 2.2.1 重み付け法を用いた MOSA

現在提案されている多くの MOSA が、重み付け法により SA を拡張した狭義の MOSA [3] である。重み付け法は、目的関数に重みを付けて単一の目的関数に変換し、重みを変化させながら複数回探索を行う方法である。比較的簡単に多目的最適化への拡張を行うことができるが、各回の探索が独立して行われることから、ある探索で得られた解が別の解に支配されている可能性がある。また、設計変数に対する感度が異なる複数の目的関数に対して適切に重み付けをし、スカラー化することは困難であるという問題がある。

#### 2.2.2 アーカイブ法を用いた AMOSA

AMOS [4] は、アーカイブ法により SA を多目的問題へ拡張した手法である。AMOS は、アーカイブと呼ばれる非劣解を保存する場所を用意し、摂動前後の解だけでなく

アーカイブ内の解を含めた優越関係により解の更新確率が決定される。

連続変数問題では空間の連続性からパレート解が無数に存在し、それらすべてをアーカイブに保存することは不可能である。そのためアーカイブに保存できる解の個数には上限値 (SL) と下限値 (HL) が設定されている。アーカイブ内の解数が SL に達した場合、クラスタ数が HL になるまでクラスタリングを行い、各クラスタの中からクラスタ内の他の点との平均距離が最小となる解だけを残し残りをすべて削除する。このメカニズムにより、AMOS は目的関数空間上で均一に散らばったパレート解集合を得ることができる。

### 2.3 AMOSA に潜む課題

組合せ最適化問題では目的関数空間、設計変数空間ともに離散的であり、パレート最適解も有限個しかなく、それらが均一に散らばっていると限らない。また、目的関数空間上では近傍であっても設計変数空間上では距離がある場合が多く、探索の途中において目的関数空間上で近傍にあるという理由で解を削除してしまった場合、将来到達できる解の可能性を狭めてしまう恐れがある。そのため、AMOS をそのまま組合せ最適化問題に適用した場合、最悪の場合探索が進まなくなるという問題がある。

また、AMOS は多点で探索を行っているとよりむしろ 1 点探索の過程で得られた非劣解をアーカイブに残していると表現したほうが正しく、空間の離散性が大きい組合せ最適化問題において劣解への後退確率が低下した場合、大域的な探索が難しくなるという問題がある。

さらに、AMOS では劣解への更新確率関数に

$$P = \frac{1}{1 + \exp(\Delta dom_{ave} * T)} \quad (1)$$

という特殊な関数を用いている。ここで  $T$  は SA の温度であり、 $\Delta dom_{ave}$  は新しい解を支配している摂動前の解およびアーカイブ内の解の優越の量の平均値である。この関数の特徴は、温度  $T$  が高い探索の前半では解の後退が認められないことから局所探索のような振る舞いをし、温度が低くなる後半では、探索を押し進めたパレート解を起点として最大 50 % の確立で解の後退が認められるようになることである。しかし、組合せ最適化問題では探索の前半で大域的に探索を行うことが特に重要となることから、式 (1) を用いて組合せ最適化問題を解いた場合、大域的最適解が得られない可能性もある。

## 3. Adaptive Archived Multi-Objective Simulated Annealing

本章では、AMOS の基本的な考え方に着目し、組合せ最適化問題においても効率的な探索を行うためのヒューリスティクスを導入した Adaptive Archived Multi-Objective

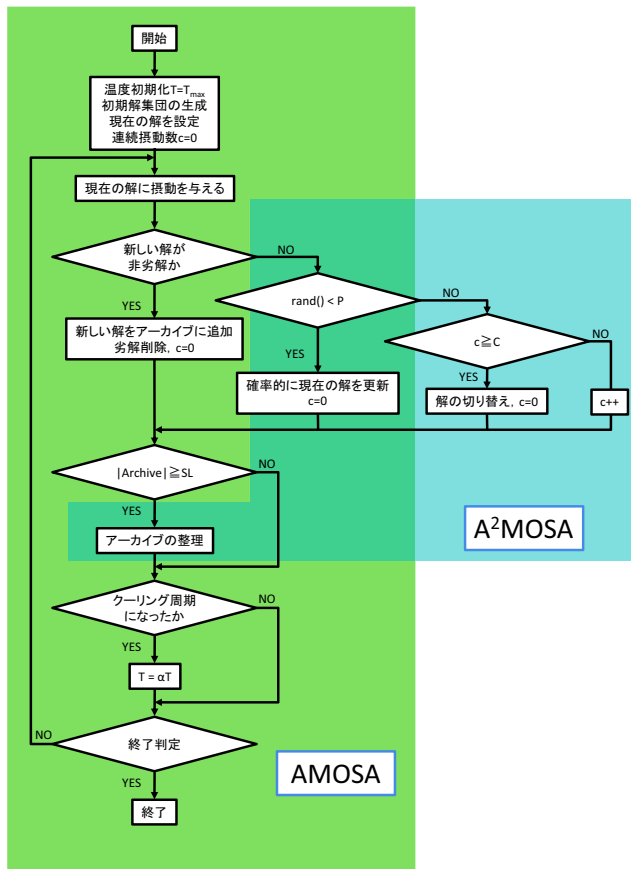


図 1 A2MOSA のフローチャート

Simulated Annealing (A<sup>2</sup>MOSA) の提案を行う。

### 3.1 A<sup>2</sup>MOSA の基本構成とフローチャート

組合せ最適化問題において、探索が最も進んでいる解は他の解よりも重要な意味を持つ。そのため、A<sup>2</sup>MOSA では、ヒューリスティクスとして解の前進具合を評価する探索前進評価関数  $F_{advance}$  を導入し、アーカイブの整理時に、探索が最も進んでいる解を優先的に残すようにする (3.3 節)。また、組合せ最適化問題では探索の前半で大域的に探索することが重要であることから、劣解への更新確率は一般的な SA と同じ式を用いる (3.4.2 項)。さらに、解の後退確率が低下する探索後半に、解が局所から抜け出すことができるように、探索点の切り替えを行う (3.5 節)。A<sup>2</sup>MOSA のフローチャートを図 1 に示す。

探索点の切り替えを導入するために、チューニングパラメータとして新たに連続摂動上限値  $C$  を追加する (3.5 節)。それ以外のチューニングパラメータは、AMOSA 同様アーカイブ内の解の個数の上限値 (SL) と下限値 (HL)。そして SA の冷却に関する初期温度  $T_{max}$ 、冷却率  $\alpha$ 、冷却周期  $iter$ 、総摂動回数または凍結温度  $T_{min}$  である。

### 3.2 初期解の生成

探索を始める前に、アーカイブには非劣解を HL 個保存

しておく必要がある。ランダムに解を生成して非劣解を HL 個得ることは困難であるため、初期解生成の時点で局所探索を行って HL 個の非劣解を得る。局所探索には山登り法を用いる。山登り法は、現在の解に摂動を与え、得られた解が非劣解である場合は解をアーカイブに保存し、そうでなければ得られた解を破棄して探索を進める方法である。

### 3.3 アーカイブの整理

アーカイブ内の解数が SL に達した場合、アーカイブを整理して解数が HL となるまで解を削除する。解の整理にはクラスタリングを用いる。まず、各クラスタに解が 1 つずつ入っている状態でクラスタリングを開始する。クラスタ数が HL になるまで最短距離法でクラスタを結合する。各クラスタの中から  $F_{advance}$  最も小さい解だけを残し残りをすべて削除する。 $F_{advance}$  が最小となる点が複数ある場合は、その中から任意に選ばれた 1 つだけを残す。

$F_{advance}$  は個別の問題ごとにヒューリスティクスとして定義する必要がある。理想点が既知の問題であれば、理想点との距離を  $F_{advance}$  として定義すればよい。

### 3.4 解の更新

#### 3.4.1 優越の量

劣解の更新確率を決定するために、以下の式で優越の量を定義する。なお、 $R_m$  は  $m$  番目の目的関数のレンジである。

$$\Delta dom_{a,b} = \prod_{m=1, f_m(a) \neq f_m(b)}^M \frac{|f_m(a) - f_m(b)|}{R_m} \quad (2)$$

#### 3.4.2 解の支配関係と更新確率

A<sup>2</sup>MOSA の解の更新確率は、AMOSA 同様摂動前後の解だけでなくアーカイブ内の解を含めた支配関係により決定される。更新確率は、新しい解が非劣解の場合、劣解の場合、特殊な場合の 3 つに大別される (図 2)。

##### (1) 非劣解の場合

新しい解が非劣解の時、更新確率  $P = 1$  である。したがって、新しい解をアーカイブに追加する。この時、アーカイブ内にある新しい解に支配されている解は削除される。また、解の追加によりアーカイブ内の解の個数が SL に達した場合は、3.3 節の手順でアーカイブの整理が行われる。その後、新しい解が現在の解として更新される。

##### (2) 劣解の場合

新しい解が劣解の時の更新確率は次式で求められる。

$$P = \exp\left(-\frac{\Delta dom_{ave}}{T}\right) \quad (3)$$

ここで  $\Delta dom_{ave}$  は新しい解を支配している摂動前の解およびアーカイブ内の解の優越の量の平均値である。更新が認められた場合は新しい解を現在の解として更新し、そう

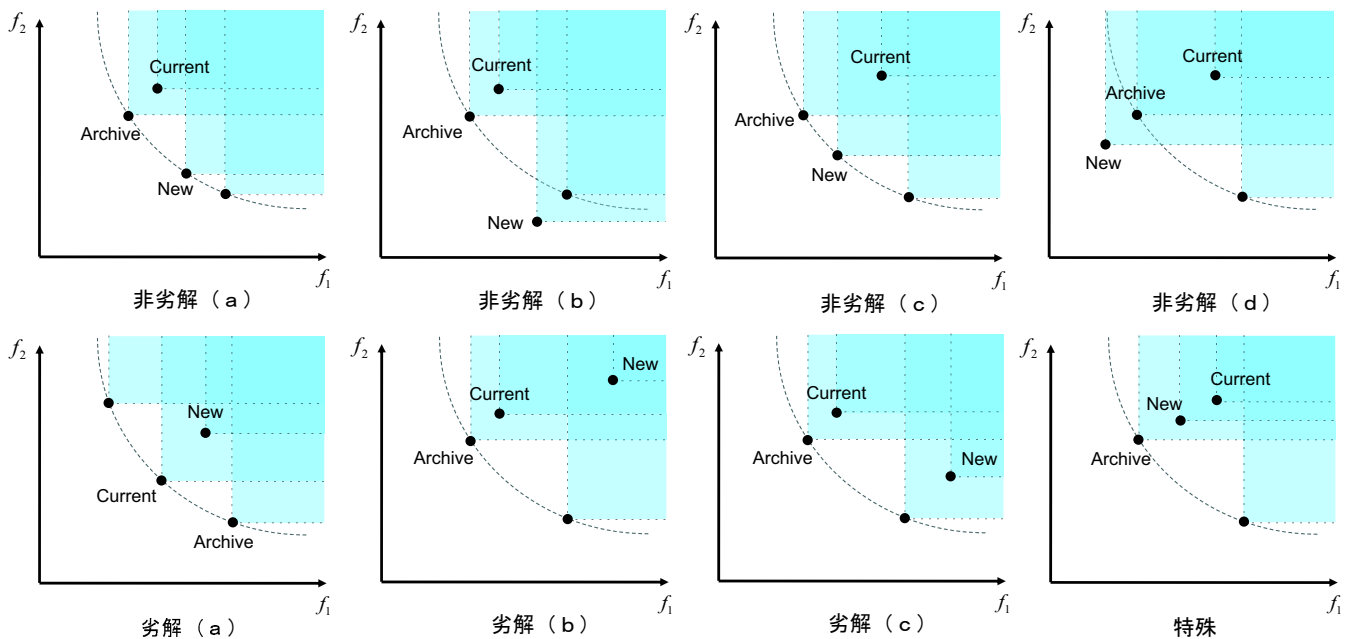


図 2 解の支配関係

でない場合は新しい解を破棄する。

### (3) 特殊な場合

新しい解が現在の解より優れているものの、アーカイブ内の解によって支配されている場合がある。この場合、解の更新は認められるが、新しい解へ更新される確率は

$$P = \frac{1}{1 + \exp(-\Delta dom_{min})} \quad (4)$$

で求められる。ここで  $\Delta dom_{min}$  は新しい解を支配しているアーカイブ内の解との優越の量の最小値である。新しい解への更新が認められなかった場合、 $\Delta dom_{min}$  を与える解が現在の解として更新される。

### 3.5 探索点の切り替え

AMOSA は一点探索の過程で得られた非劣解をアーカイブに残しているにすぎないことから、解の後退確率が低下したときに局所から抜け出すことが難しい。そこで A<sup>2</sup>MOSA では、局所から抜け出すために探索点の切り替えを行う。同じ点に何回連続で摂動を与えたかをカウントし、連続摂動上限値  $C$  以上となった場合はアーカイブ内の解を 1 つ選んで探索点を切り替える。 $C$  はチューニングパラメータとなる。

切り替える点の選択にはランキング選択を用いる。アーカイブ内の解の個数が  $N$  個場合、 $F_{advance}$  が最も小さい解から順に  $(N + 1), N, (N - 1), \dots, 1$  個のマスを割り当てる。

### 3.6 AMOSA との関係

A<sup>2</sup>MOSA は AMOSA に対し 3.1 節で述べたヒューリスティクスを組み込んだものとなっている。AMOSA との違い

は以下の 4 つである。

- (1) 探索前進評価関数  $F_{advance}$  の追加。
- (2) 3.3 節のアーカイブの整理時に、各クラス内の他の点との距離が最小となるものを残すのではなく、 $F_{advance}$  が最小となるものと残すこと。
- (3) 3.5 節で述べた探索点の切り替えを追加すること。これに伴い、チューニングパラメータとして連続摂動上限値  $C$  が追加される。
- (4) 3.4.2 項の (2) で述べた劣解への更新確率に式 (1) ではなく式 (3) を用いること。

## 4. 例題検証

A<sup>2</sup>MOSA の有効性を検証するために、3 次元の矩形最適配置問題での比較検証を行う。比較対象として AMOSA とチェビシェフノルム法による MOSA についても同様の実験を行う。チェビシェフノルム法は以下の式で目的関数の単一化を行う。重み  $\omega_i$  はランダムに決定する。

$$F = \max_m (\omega_m f_m) \quad (\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_M = 1) \quad (5)$$

### 4.1 パレート最適解集合の評価指標

パレート最適解は、単に目的関数の値が良いだけでなくパレート面に沿って解が広く均一に分布していることが望ましい。したがって、得られた解集合の質は、複数の評価指標用いて比較する必要がある。

#### (1) 非劣解数

探索点のうち非劣解として有効な解数を表す。

#### (2) 精度

得られた解集合が真のパレート最適解集合にどれだけ近いかを表す。本稿では、精度の評価指標として Displace-

ment[4]を用いる．Displacement が小さいほど真のパレート最適解集合に近く，良い解集合であるといえる．

### (3) 散らばり

得られた解集合がどれだけ均一に散らばっているかを表す．本稿では散らばりの指標として Spacing[5]を用いる．Spacing が小さいほど解が均一に散らばった解集合であるといえる．

### (4) 広がり

どれだけ広範囲の解が得られたかを表す．本稿では広がり指標としてパレート面のレンジの相乗平均  $R_{mean}$  を用いる． $R_{mean}$  が大きいほどより広範囲で解が得られているといえる．

## 4.2 3次元矩形最適配置問題における検証

組合せ最適化問題における性能を検証するため，3次元矩形最適配置問題による検証を行う．検証には  $1280 \times 1024 \times 130$  の直方体をランダムに 16 分割した random16 を用いる．random16 の理論最高実装密度は 100% である．

### 4.2.1 条件設定

まず最適化問題としての定式化を行う．目的関数は配置のパッケージの幅  $W$ ，奥行き  $D$ ，高さ  $H$  の 3 目的の最小化問題とする．設計変数として 3 次元矩形配置のメタデータ構造表現である Sequence-Quintuple (SQ) [6] を用いる．SQ は 5 つの要素名の順列  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5$  により幾何的に実行可能な 3 次元配置のみを表現する手法である．本研究では 5 つの順列の他に向きを表すビット列  $\Theta$  を加えた拡大 SQ を用いる．制約条件は特に設けないものとする．

$$\text{find } (\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5, \Theta)$$

$$\text{that optimizes } f_1 = W \rightarrow \min$$

$$f_2 = D \rightarrow \min$$

$$f_3 = H \rightarrow \min$$

3次元矩形配置問題の  $A^2$ MOSA における探索前進評価関数は以下の式で与える．ここで  $Volume^*$  は全配置要素の体積の総和である．

$$F_{advance} = \frac{WDH}{Volume^*} \quad (6)$$

$A^2$ MOSA の連続摂動上限値  $C$  は予備実験の結果より 20 とする．また  $A^2$ MOSA 及び AMOSA のアーカイブの大きさは  $(HL, SL) = (25, 45), (50, 70), (100, 120), (25, 10000)$  の 4 種類を与える．MOSA の探索点数は HL と同じ 10, 20, 40 とする．冷却に関するパラメータは，各手法とも冷却は 4000 回に 3 回の割合で行い， $T_{max} = 200$ ， $\alpha = 0.99$  とする．終了条件は，全探索点の摂動回数の合計が 4000 万回となるように統一する．

### 4.2.2 結果

各探索手法ごとに 5 回の試行を行い，得られた評価指標

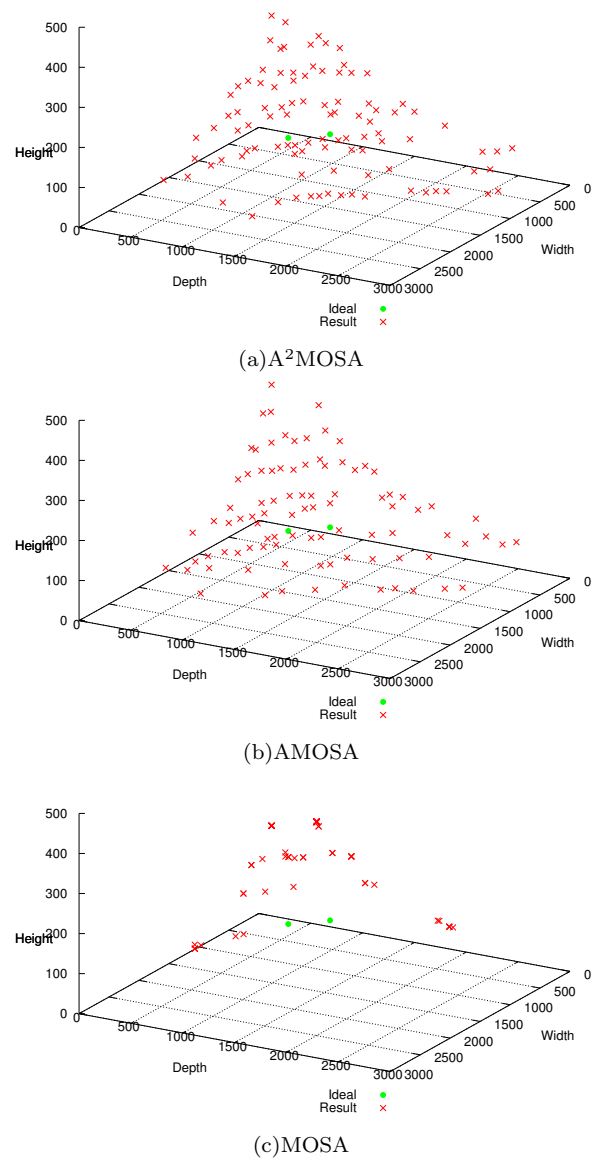


図 3 探索点数 100 で得られたパレート解

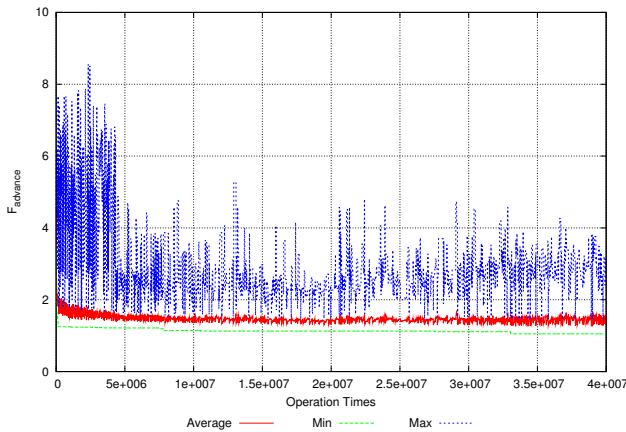
の平均値を表 1 に示す．ただし，表における探索点数 inf は，アーカイブの整理が行われないように SL の値を十分大きくとった  $(HL, SL) = (25, 10000)$  の試行を表す．探索点数 100 の場合に得られたパレート最適解を図 3 に示す．

$A^2$ MOSA は精度において最良値が得られている場合が多く，AMOSA は広がり度で最良値が得られている場合が多い．AMOSA に対して  $A^2$ MOSA の制度が高く，広がり度が小さい解が得られる理由は， $A^2$ MOSA が配置のパッケージの体積を  $F_{advance}$  としてアーカイブの整理を行なっているためであり，体積が大きくなる目的関数空間端の解を削除し，精度が良くなる有望度が高い中央の解を集中的に探索しているためである．

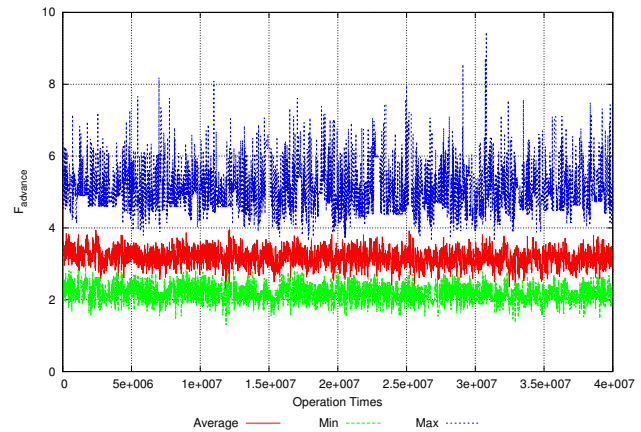
また，表 1 より， $A^2$ MOSA，AMOSA は，探索点数の増加とともに得られる解集合の質が良くなることがわかる．しかし，探索点数が少なくなったときに AMOSA の解の質が極端に悪くなっていることがわかる．さらに詳しく

表 1 最適化の結果

探索点数	非劣解数			Displacement			Spacing			R <sub>mean</sub>		
	A <sup>2</sup> MOSA	AMOSa	MOSA	A <sup>2</sup> MOSA	AMOSa	MOSA	A <sup>2</sup> MOSA	AMOSa	MOSA	A <sup>2</sup> MOSA	AMOSa	MOSA
25	25	25	11.2	266	432	531	116	186	194	1212	1560	626
50	50	50	15.2	230	222	441	141	106	168	1486	1617	752
100	100	100	22.4	171	143	341	124	69	278	1475	1528	1033
inf	160.0	131.8		123	156		83	86		1705	1392	



(a)A<sup>2</sup>MOSA



(b)AMOSa

図 4 探索点数が 25 の場合の  $F_{advance}$  の履歴

く調べるために、random16 の探索点数 25 の場合の探索前進評価関数の履歴を図 4 に示す。図 4 より、AMOSa ではアーカイブの整理により  $F_{advance}$  の値が最も小さい解が削除され、探索の後退が起きていることがわかる。一方、A<sup>2</sup>MOSA は  $F_{advance}$  の値が最も小さい解は保存され、探索の後退が抑えられていることがわかる。

なお、MOSA は random16 のすべての場合のすべての指標で最悪値を示している。しかし、配置実装密度が最も高い解は MOSA から得られている。その密度は 98.39 % である。

## 5. 検証の総括

3次元矩形配置問題を用いた検証により、AMOSa では探索が進まなくなるほどアーカイブの大きさが小さい場合でも、A<sup>2</sup>MOSA では探索が行えるという結果が得られた。したがって、A<sup>2</sup>MOSA は、空間の離散性が高い問題において、アーカイブの大きさが小さい条件下で探索する場合に特に有効であるといえる。逆に言えば、アーカイブの大きさを十分大きく取ることによりアーカイブの整理を行う回数を減らせば、AMOSa に対する優位性が小さくなるという結果でもある。

## 6. おわりに

本稿では、組合せ最適化問題の空間の離散性に対応するために、複数解の分布や個別解の探索の前進具合に着目したヒューリスティクスによりアーカイブを適応的に調整するメカニズムを組み込むことによる AMOSA 高性能化法

として、A<sup>2</sup>MOSA の提案を行った。さらに、3次元矩形最適配置設計問題による検証により、アーカイブの大きさが小さい場合でも、探索の後退を抑え、AMOSa よりも良いパレート最適解集合が得られるという結果を得た。今後は空間の離散性とアーカイブの大きさについてさらに詳しく調査を行う必要があると考えている。

## 参考文献

- [1] (社)電気学会 進化技術応用調査専門委員会：進化技術ハンドブック 第I巻 基礎編，近代科学社 (2010).
- [2] P. J. M. van Laarhoven and E. H. L. Aarts, *Simulated Annealing: Theory and Applications*, D.Reidel Publishing Company (1987).
- [3] D. Nam and C. H. Park, “Multiobjective Simulated Annealing : A Comparative Study to Evolutionary Algorithm”, *Int. J. Fuzzy Syst.*, 2(2), pp.87-97, (2000).
- [4] S. Bandyopadhyay, S. Saha, U. Maulik and K. Deb, “Simulated Annealing-Based Multiobjective Optimization Algorithm: AMOSA”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 12(3), pp.269-283, (2008).
- [5] S. Bandyopadhyay, S. K. Pal and B. Aruna, “Multiobjective GAs, Quantitative Indices, and Pattern Classification”, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics -B*, 34(5), pp.2088-2099, (2004).
- [6] H. Yamazaki, K. Sakanushi, S. Nakatake and Y. Kajitani, “The 3D-Packing by Meta Data Structure and Packing Heuristics”, *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences*, Vol.E83-A, No.4, pp.639-654, (2000).