



2 ゲーム情報学における パズル研究

小谷善行 (東京農工大学)

パズルを研究しよう

ゲーム情報学の分野で主流であるのはゲームであるが、パズルもそこに含まれる。2003年に本会誌でゲーム情報学の特集があり、パズル関係の報告も含まれていた¹⁾。今回はそれ以降のパズル関係のゲーム情報学の動向を述べる。

最初にパズルというものの位置づけと分類を行い、そのなかで本会を中心としたパズルに関する情報科学における活動を述べ、そのあとに近年の興味深い結果を2, 3紹介する。

パズルの位置づけ

パズルおよびゲームは人間の頭脳を用いる知的な遊戯的活動である。人間の遊戯的な活動のなかで、身体を多く使うものはスポーツと言う。頭脳を用いる遊戯活動のなかでも、知識を多く使い、かつそれが必須であるものをクイズと言う。

残るのはパズルとゲームで、その区別は主にプレイヤーの数である。ゲームは2人以上のプレイヤーが競うのが原則である。電子ゲームは1人で遊ぶことが多いが、コンピュータ側の役割が大きいときは、コンピュータを1つのエージェントと考えて2人とみなして、ゲームに分類する。

すなわち、パズルは、プレイヤーの数が1人であるゲーム、ということによって定義できるだろう。

パズルの分類

まず、パズルの分類に取り組んでみる。パズルの

情報科学的研究を行う際に、パズルの種類を把握しておくことが重要である。研究テーマを意味づけるために必要であり、またほかへの応用などにパズルの分類が活かしてくる。

パズルの種類が多岐にわたるため、パズルを体系的に分類することはなかなか困難なことである。1つの塊状の物体になっているパズルは一定の分類法があり、他と区別しやすいので後でまとめて述べる。まず1つの物体として構成されていないパズルを述べる。

抽象的なパズル

一塊の物体が特になく、言葉や図で表されるパズルを列挙してみよう。紙の上の図や、簡単な駒、またゲームの遊び道具を使うパズルも含めて述べる。

• ペンシルパズル

数独 (別名ナンバープレース)、ヌリカベ、スリザーリンク、ノノグラム (別名イラストロジック) など鉛筆で遊べるパズルの総称である。これらは数独など、近年世界的なブームになっており、「ニコリ」誌を始めとする、たくさんの娯楽雑誌が発売され、その研究も非常に盛んに行われてきている。

• 計算パズル

虫食い算、覆面算。「4つの4」などの四則演算子を間にいれて数を作る問題。この情報科学的研究も一定数ある。

• 数陣

魔方陣などの数字を一定の形に並べて、直線状

の数の合計を同じにするようなパズル。魔方陣では、素数方陣、二重方陣、完全方陣、立体のもの、正方形でない形の数陣などがある。

• **配置問題**

8クイーン、モーピオンソリテア (Morpion Solitaire) など。駒 (ピース) を使って遊ぶことができる。

• **経路を作る問題**

ナイトツアー (桂馬道)、ザイルトリックなど。迷路もこれに含まれる。

• **マッチ棒パズル**

マッチ棒で、数式や図形を作る。何本か動かして目的を達成する。コインを使って類似のこともすることもある。

• **カードを用いた1人遊び系のもの**

ソリテア、スパイダーソリテア、カルキュレーション (別名スタック) など、たくさんものがある。

• **コンピュータゲーム・電子ゲーム**

パズルに値するものが多くある。倉庫番、上海、四川省、マインスイーパー、スパイダーソリテアなど。道具 (トランプやマジック牌) で遊べる物も含まれる。基本的には器用さについては関係なく、論理的に解くものがその範囲である。

• **図形パズル**

紙の上に書いた図形のパズル。物体のパズルとして作ることもある。たとえば、正方形を異なる正方形に分割する問題、図形を合同な部分図形に分割する問題などさまざまなものがある。

• **文章で記述するパズル**

これにはすべてのパズルが含まれるとってよいかもしれない。数理的、数学的な問題はここに含まれる。

このなかにはロジックパズルと呼ばれる、パターン化したラテン方陣で表される文章題パズルも含まれる。

• **0人ゲーム**

ライフゲームのようなもので、プレイヤーがいない。面白い形を作るという問題をパズルに含めてよいだろう。

• **ゲームを元にしたパズル**

詰将棋、詰碁、象棋の残局のようにゲームの一部が切り取られて問題になったもの。これについては、ここでは述べないこととする。

これら物体でないパズルについてはどれも情報科学的アプローチで研究対象にすることができるだろう。

物体のパズル

Jerry Slocum の分類²⁾ によると物体のパズルは次のような10のカテゴリに分けられている。そのうち最初の5カテゴリは情報科学的アプローチで研究し得るものであり、パズルの種類も多い。

1. 合わせるパズル

ペントミノなどのポリオミノ、ポリキューブ、タングラム、ホフマンパズルなど多くのものがある。ピースをわくにはめ込むパズルもある。2次元のものと立体のものに分けられる。これらを解くのは探索アルゴリズム研究のよい題材である。

2. 開けるパズル

秘密箱、トリックカギ、トリックナイフなどである。研究対象にあまりなりにくいだが、手順が二進法的なものもある。

3. 組み木パズル

木を6本組み合わせた物、動物などの象形パズルなどがある。多面体など幾何学的に美しい物もある。分解した組み立てるパズルである。難度の高いパズルにするために切り込み (ノッチ) を設計するのに探索的方法を使うこともある。

4. 絡みを解くパズル

キャストパズル、針金の知恵の輪、紐の知恵の輪などである。多くの場合、アナログ的狀態空間を持つので情報科学的研究が簡単でない。デジタル空間で扱える (設計された) ものもかなりある。

5. 手順を求めるパズル

このカテゴリは多様なパズルを含んでいる。ルービックキューブなどの、回転して色や図を揃え

るパズル, 15 パズル (4 × 4 の正方形のなかに 1 から 15 までの正方形の駒があり, 1 つずつずらして整列する遊び) のような駒を移動して揃えるパズル. ほかに, ペグソリテア, ハノイの塔などである. これらは探索を始めとして情報科学的研究になっている.

6. 手の器用さを使うパズル

剣玉, 小箱中の玉をそろえるパズルなど.

7. パズル容器

穴が空いた使い方不明のポット, 蓋のない急須, 教訓湯のみなど.

8. 消えるパズル

図を組み替えるとピースが足りなくなるパズル, 図を組み替えると絵の人数が変わるパズルなど.

9. 折るパズル

折り紙, 折って特定の柄を出すパズルなど.

10. 不可能物体

作るのが不可能に見える物体. 古銭の穴に矢が刺さった物, ビンに, 口より大きい物が入っている物など.

6 番以降は, 9 番を除いて情報科学的に研究するのは困難である.

物のパズルの場合, デジタル化可能な物か, デジタル化可能な物なら, 紙の上に記述しても表現できるし, また研究対象にしやすい.

このなかで, 15 パズルは 20 世紀初頭に, ルービクキューブは 1980 年代に世界的に大ブームを引き起こした物体のパズルである. その結果さまざまな研究対象になっている.

完全情報かどうかのパズルの属性

ゲームの分類と同じように, 不完全情報・完全情報の区別, 非確定的・確定的の区別をパズルの分類にも使える. 見えないものを推測する問題であれば不完全情報パズルということになる. 非確定的パズルというのはほとんどみられない.

個々のパズルの情報科学的研究はこのなかのどれ

かを対象にしていると言える.

パズルの情報科学的研究の目的

パズルをコンピュータや数理を用いて研究する目的は, そのパズルを解くことに限定されない. 解くことは重要であるが, すでに解かれた問題でも, そのほかに色々な課題がある. 次に目的を列挙してみよう.

- 問題を解くという目的
- 問題を作るという目的
- 問題の構造や性質を明らかにする目的
- 人間が問題を解くメカニズムを解明する目的

などである. 最後のものは認知科学的研究である. 問題を解くという目的については手段によってさらに分けることができる. つまり

- 探索的に解く
- 制約充足問題として解く
- 数学的に解く

などである.

以上の分類で分かるように, 研究対象の範囲は非常に広い. またほとんどが未解決の問題として解かれていない. 今後, その解決が期待される.

パズルの情報科学的研究の概観

以上の分類に基づいてパズルの情報科学的研究を本会で発表された報告を中心に概観する.

まず, 数独に代表されるペンシルパズルの研究は非常に発展してきている. 物体パズルやほかのカード遊びなどの研究も一定の数があるが, ペンシルパズルの隆盛に対応して, その研究の数も多く, ほかのパズルのカテゴリを完全に凌駕している.

ペンシルパズルは, 日常的に遊ぶもので, その範囲で解けるように仕組みられているため, コンピュー

タで解くのもほとんどの場合、容易である。したがって、研究目的については、解くことに重点を置いた研究はそれほど多くない。他の研究を目的別に整理すると、

- 問題の生成
- パズルの解答手順の空間の探求
- ペンシルパズルの推論規則（定理）
- パズルの難易度推定
- 制約充足問題としての検討
- 数理的研究
- 人間行動の認知科学的研究

といった多様な研究があることが分かる。

たとえば、数独では、それを解くのは探索的手法でも、制約的手法でも容易であるので、それ自体はさほど今日では研究対象とならない。バックトラックなしで、一定の規則を適用していつ解けるかが問題になる。その際の推論規則（定理）がどのようなものでどんな順なら解けるか、また人間はどのような定理のどれを使っているか、またそれが数独の難易度にどう反映しているか、などが研究される（たとえば文献3）。

次にほかのパズルカテゴリの研究を述べよう。数式を隠したパズルである虫食い算や覆面算の研究がある。制約的手法による解法と問題生成や数理的分析である。

ロジックパズルについては効率的アルゴリズムと難易度評価の研究がある。

図形パズルの研究では、いままでほとんどコンピュータで解かれたことがなかったパズルについて取り組んでいる研究がでてきた。問題文のなかに、図の形が決まっていなくて、ある形が問題の解となるパズルの研究などである。こうしたものを解くアルゴリズムを設計するには一定の工夫が必要である。もう1つの研究は、アナログ的なパズルに取り組んでいる。つまりピースを置く場所がデジタルに決まっておらず、無限個の状態空間の問題である。

以上のようなペンシルパズルや計算パズル、図形

パズルについて、問題生成についての研究も出てきている。問題生成は、ランダムな問題候補生成および解法アルゴリズムがあれば、原理的には実現できる。しかし良い問題を、効率的に作るために工夫が必要である。一般的にいうと、

- 解がないときには、解の制限をゆるめる
- 解が複数あるときには、解の制限を強める

と制御することを繰り返すことにより、効率的に正しい問題の周辺を探す。たとえば、虫食い算生成アルゴリズムでは、前者は、表出している数字を虫食いに変え、後者は逆に虫食いを数字に変える⁴⁾。

コンピュータゲーム、電子ゲームの研究としては、ライツアウト、倉庫番、さめがめなどがある。

駒やカードを使ったパズルについては、探索アルゴリズムの研究が中心であり、スーパーパズというカード遊び、Nクイーン問題、モーピオンソリテアなどが研究されている。

モーピオンソリテアは、玉と棒を置いていくパズルで、玉の初期配置に対して、なるべく多くの着手を続けるのが目標である。この研究ではコンピュータ囲碁で使われるモンテカルロ法を多重化した方法が使われている。すなわち、通常のモンテカルロ法は、プレイアウト（シミュレーション）のときには、ランダムな着手を終局までたどる。二重化した方法とは、プレイアウトのときに、通常のモンテカルロ法で決めた手をたどる。三重化した方法とは、プレイアウトのときに、二重化したモンテカルロ法で決めた手をたどる。このようにすることは計算量が著しく増えるが、それを適用した結果、長い手順解を発見することとなった⁵⁾。

以下にパズル研究の近年の成果のうち、面白いものを挙げておく。

ルービックキューブの神の数

ルービックキューブの数理的な研究で画期的な成

果があった。ルービックキューブは $3 \times 3 \times 3$ の立方体型パズルで、大ブームになってから30年ほど経つ。

当初からこのパズルの数理的性質が興味の対象であった。なかでもこのパズルの状態空間の直径が未解決の問題であり続けた。それが確かめられたのである⁶⁾。直径とは最も遠い2点間の距離のことである。言い換えれば、どんな状態でも最大でもN手でルービックキューブの各面がそろった状態にできる、というときのNのことである(そろった状態が特に特別な状態ではないため)。2010年7月、Morley Davidsonらが、この値が20であることを証明した。実際は、数年前にNの下限が20であることが示されていたので、今回はその上限が20であることを示したということである。

この問題はルービックキューブが出現してから多くの人が研究していた問題で、30年近くかけてやっと答えに到達した。

その方法は、状態間の対称性や等価性を使って効率化した。グーグルから使われていないコンピュータの計算時間を35CPU年分寄贈してもらい、すべての状態をチェックすることで実施したようである。

数独の表出数字の最小数

数独は 9×9 の81マスで構成されている。このうちいくつかのマスに数字を表示して問題を作る。これは、数独の問題として成立するような最初に示されている数字の個数を最も少なくする、という課題である。この問題については今日まで解決されていない。表出の数字が17個のものがすでに見つけられている。

課題で目指すのは、表出の数字16個の問題について、それを見つけるか、それが作れないことを証明するかである。表出の数字16個の問題の探索空間を飛躍的に減らす研究が発表されている。

大型数独、つまり 16×16 の大きさの問題でブロックのサイズは 4×4 であるものについて成果が出ている。これによると、白川俊博により、表出の数

字が56の問題が見つかった。

数独の数字パターンの種類数

数独についてももう1つの興味深い課題が、その数字パターンの総数である。数字の再ラベル、および対称性を利用してこれを求めている⁷⁾。その総数は、**6670903752021072936960**という数値であった。また対称性を考慮して本質的に同じものについても総数を求めている。

最後に

以上、概観してみて、次のことが言えよう。多くの情報科学的パズル研究が行われている。しかしカテゴリとしてはペンシルパズルに偏りが大きい。多くのパズルがまだ研究されずに残されている。物体としてのパズルは特にほとんど未開拓である。

その意味で、今後取り組むものとしてたくさんの課題が多く残されている。

参考文献

- 1) 田中哲朗：パズル，情報処理<特集：ゲーム情報学>，Vol.44，No.9，pp.921-926 (Sep. 2003).
- 2) http://www.woodpuzzles.com/puzzles_class_slocum.html
- 3) 是川 空，小谷善行：数独の数理モデル「解き筋」，情報処理学会 第51回プログラミングシンポジウム予稿集，pp.79-88 (Nov. 2010).
- 4) 小谷善行：虫食い算の非探索的解決と問題作成への応用，情報処理学会研究報告 [ゲーム情報学]，Vol.2009-GI-22，No.8，pp.1-8 (2009).
- 5) Akiyama, H., Komiya, K. and Kotani, Y.: Nested Monte-Carlo Search with AMAF Heuristic, 2010 International Conference on Technologies and Applications of Artificial Intelligence (TAAI 2010), pp.172-176 (Nov. 2010).
- 6) Rokicki, T., Kociemba, H., Davidson, M. and Dethridge, J.: God's Number for the Cube is Exactly 20, <http://www.cube20.org/> (2010).
- 7) Felgenhauer, B. and Jarvis, F.: Enumerating Possible Sudoku Grids, <http://www.afjarvis.staff.shef.ac.uk/sudoku/> (2010).

(2011年11月21日受付)

小谷善行 (正会員)
kotani@cc.tuat.ac.jp

東京農工大学大学院教授 (情報工学)。コンピュータ将棋協会副会長。西村コンピュータコレクション (本会分散コンピュータ博物館) 世話人。ゲーム・自然言語の学習・知識獲得・創造性の研究に従事。パズルの世界的コレクター。