

等高線作図の一方方法†

川面 恵司†† 永井 隆夫††† 荒木†† 裕子 加藤 礼二†††

Abstract

In this paper a computer oriented method is presented which draws contour maps, based on the data on irregularly scattered points in plane and a large variety of shape of domains.

A proposed approach is, first, to divide a domain into lots of triangulars whose apexes are given the data, second to search the manner how the triangular elements are connected and to record the element interconnects, and third to follow all the intersections between the each level line and edges of the elements and to construct the contour chains.

In this approach the third process makes the contour mapping easy and sure, and minimizes plotter pen motions.

Examples are given which illustrate the patterns of contour the maps that can be generated.

1. まえがき

近年、構造解析、伝熱解析、電磁界解析などの場の問題が電子計算機を用いて、精度よく解かれるようになってきたが、電算機のアウトプット・データとして多量の解析結果が得られるので、これらを有効に整理、検討するために、結果を自動的に図示することが極めて重要となってきた。

図示化の一方法として、等高線表示法がよく用いられる。この等高線作図法は、2次元領域 R 上で定義される2変数の一価連続関数 $w=w(x, y)$ の値が離散化した有限個の点に対して与えられる場合に、 R 上で $w(x, y)=C_k$ (C_k は実数、 $k=1, 2, \dots, n$) を満足する多数の等高線を描くことである。この作図法は各所で行なわれており、これに関する論文も幾つか発表されている^{1)~4)}。これらの論文はいずれも矩形形状の領域内のため、よこに規則正しく配列された点上に与えられた値に対して、等高線を描くアルゴリズムに関するものである。

科学技術上の問題では、かならずしも、矩形領域内に規則正しく配列された点上に、計算値あるいは実験値が求められるとは限らない。例えば有限要素法による構造解析の場合では、図 3.1 に示すように複雑な

形状の連続物体を多数の三角形要素に分割して計算を行ない、その結果は要素の頂点上に求められる。この場合には複雑な形状の領域内に全く不規則に散在している点上の値から等高線を作図することが必要となってくる。前記論文は値の与えられている点の配列に規則性のあることを想定してアルゴリズムを展開しているので、点の配列に規則性のない場合あるいは領域の形状が複雑な場合には上記論文のアルゴリズムをそのまま適用するのはかなり困難である。そこで筆者らは、上記のような場合に対して等高線を作図するアルゴリズムの展開を試みた。ここではこの概要を報告するとともに、これに基づいて作成したプログラムによる作図例、試計算結果を示す。

2. 等高線作図法の概要

2.1 等高線作図法

前記文献による作図法は、大別すると次の2つに分類できる。ひとつの方法^{2), 4)}は、(i) まず全ての等高値に対して値の与えられている点†を矩形形状の要素††を構成している線分と等高線との交点を、領域全面にわたって探し出し、(ii) ついで、各等高線ごとにこれらの交点を順序づけて配列するという2つの過程によって、領域内に多数の曲線群を作ろうとする方法である。他の方法^{1), 3)}は(ii)の過程のみからなる方法であって、各等高線ごとに、順次、交点を探索して等高線

† An Approach of Contour Mapping, by Keishi Kawamo and Hiroko Araki (Central Research Laboratory, Mitsubishi Electric Corp.), Takao Nagai and Reiji Kato (Main Office, Mitsubishi Electric Corp.)

†† 三菱電機株式会社中央研究所

††† 三菱電機株式会社本社

† 有限要素法の名称を借用して節点 (node) と呼ぶことにする。

†† 有限要素法の名称を借用して要素 (element) と呼ぶことにする。G. Cottafava は cell と呼んでいる。

を作成していく方法である。前者には交点を追跡し、等高線を作成する過程で、等高値の異なる曲線を識別することが困難であり、一方後者には、同一等高値に対して複数個の等高線が存在する場合にこれらの識別が困難であるなどの欠点がある。また、後者は前者に較べてアルゴリズムが簡単になること、演算時間が短いなどの利点を有している。そこで筆者らは後者に属する方法を採用し、後者の欠点を補うような方法をとった。

2.2 等高線作図の条件と対策

等高線作図プログラムが具備していなければならない条件を次に列挙する。

(1) 電算機による処理時間が短いこと。つまり費用が安いこと。これは自動作図が行なえても、人手によるデータ処理に較べてはるかに高価であれば実用的であるとは言えない。そこで本方法ではプロットにより作図を行なうことを前提として、等高線は極力一筆書きに描き、ペンのあげおろしの回数を少なくするようにした。

(2) 正しく等高線を作図すること、一般に同一等高値に対して、複数本の等高線が存在し得る。そこで各々の等高値に対してばかりでなく、同一等高値に対しても各々の等高線を確実に識別できるようにした。このために後述 3.2 の前処理を行なうことにした。

(3) 複雑な形状の領域に対しても適用できること。このため前記文献で採用している矩形要素に換えて三角形要素を採用した。

2.3 等高線作図法の論理過程

本方法による等高線作図の論理過程は下記のとおりである。

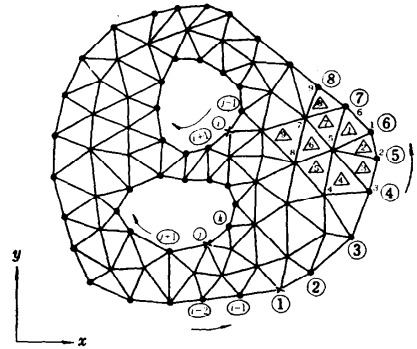
- (1) インput・データの作成・認識,
- (2) 節点の結合状態の調査,
- (3) 領域の境界の作成,
- (4) 等高線の作成.

上記論理過程の詳細を以下に述べる。

3. 等高線作図法

3.1 インput・データの作成・認識

まず、2次元領域を計算値あるいは実験値の与えられている点が節点となるように多数の三角形要素に分割し、要素と節点とに一連の番号を付す(図 3.1 参照)。ついで節点の座標 $(x(i), y(i))$ (i は節点番号)、節点における値 $w(i)$ および要素番号と節点番号との関係のテーブル (Table I) を電算機に認識させる。



- Δ, \triangle, \dots 要素番号
- 1, 2, \dots 節点番号
- ①, ②, \dots 境界上の節点の鎖番号
- \times 各境界ループの始点
- \rightarrow 境界ループの探索方向
- \cdot 境界上の点

図 3.1 要素分割

Fig. 3.1 Element Division

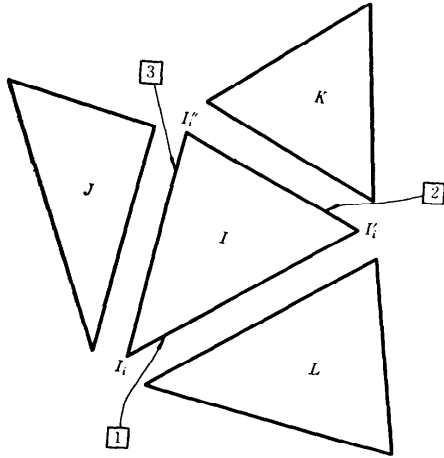
表 3.1 TABLE I
Table 3.1 TABLE I

要素番号	第1節点番号	第2節点番号	第3節点番号
1	1	6	5
2	1	5	2
3	5	3	2
4	5	4	3
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
k	i	j	m
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot

要素は図 3.2 に示すように定義する。すなわち、頂点 I_i, I'_i, I''_i の要素 I に対して節点は反時計回りに第1節点を I_i 、第2節点を I'_i 、 \dots と辺は第1節点と第2節点を結ぶ線分を第1辺、 \dots と定める。上述のように定義すれば Table I は図 3.1 について表 3.1 のように求められる。

3.2 要素結合状態の調査

等高線作図ならびに領域の境界の作成の前処理として、要素の結合状態を調べる。すなわち全ての要素について要素の3つの辺が要素のどの辺と隣接しているかを調べ、隣接している場合には相手の要素番号を、いずれの要素とも隣接していない場合にはブランクを、Table II の所定の箇所に記憶することによって結合状態を認識する。これの具体的手順のフローチャートを図 3.3 に示してある。たとえば図 3.2 に示す



I_1 : 要素 I の第1 節点
 I_2 : 要素 I の第2 節点
 I_3 : 要素 I の第3 節点
 ①, ②, ③: 辺の番号

図 3.2 要素の結合状態の調査
 Fig. 3.2 Search of element joinings

表 3.2 TABLE II
 Table 3.2 TABLE II

要素番号	第 1 辺	第 2 辺	第 3 辺
1			
2			
...			
I	L	K	J
J		I	
K			
L			

ように要素 I が要素 J, K, L とそれぞれ第3 辺, 第1 辺, 第2 辺で, 一方要素 J は第2 辺で要素 I と接している場合には, 表 3.2 に示すように Table II の要素 I, J の所定の箇所に相手の要素番号を記入する。

3.3 領域の境界の作成

領域の境界は図 3.1 のように境界上にある節点を順に記憶して境界の鎖を作成する。この具体的手順のフローチャートを図 3.4 に示す。

3.4 等高線の作成

等高線作図として2次元閉領域 R 上の有限個の節点 p で値 w_p が与えられているとき, R 上で連続

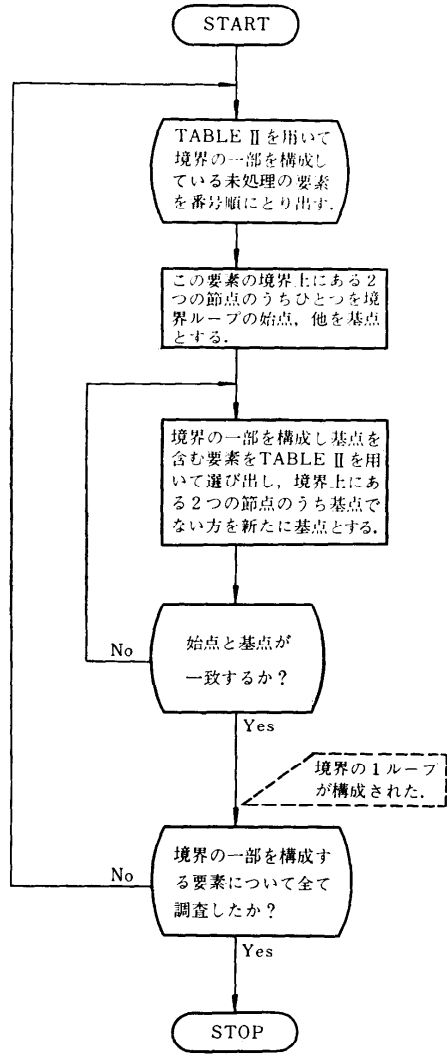


図 3.4 領域の境界を作成するフローチャート
 Fig. 3.4 Scheme of domain boundaries

な一価関数 $w(x, y)$ が定義されていて, この関数 $w(x, y)$ のサンプル値として点 p に値 w_p が与えられていると仮定し, これらサンプル値より $w(x, y)$ の等高線に近似な線を作図する方法が一般に行なわれている。文献 1)~4) でもこの方法がとられており, 本方法でもこの方法を採用した。 R 上の3 節点 A, B, C を結ぶことにより構成される三角形要素 ΔABC を考える。辺 AB において, ひとつの等高値 C_s に対して

$$\min(w_A, w_B) < C_s \leq \max(w_A, w_B) \quad (3.1)$$

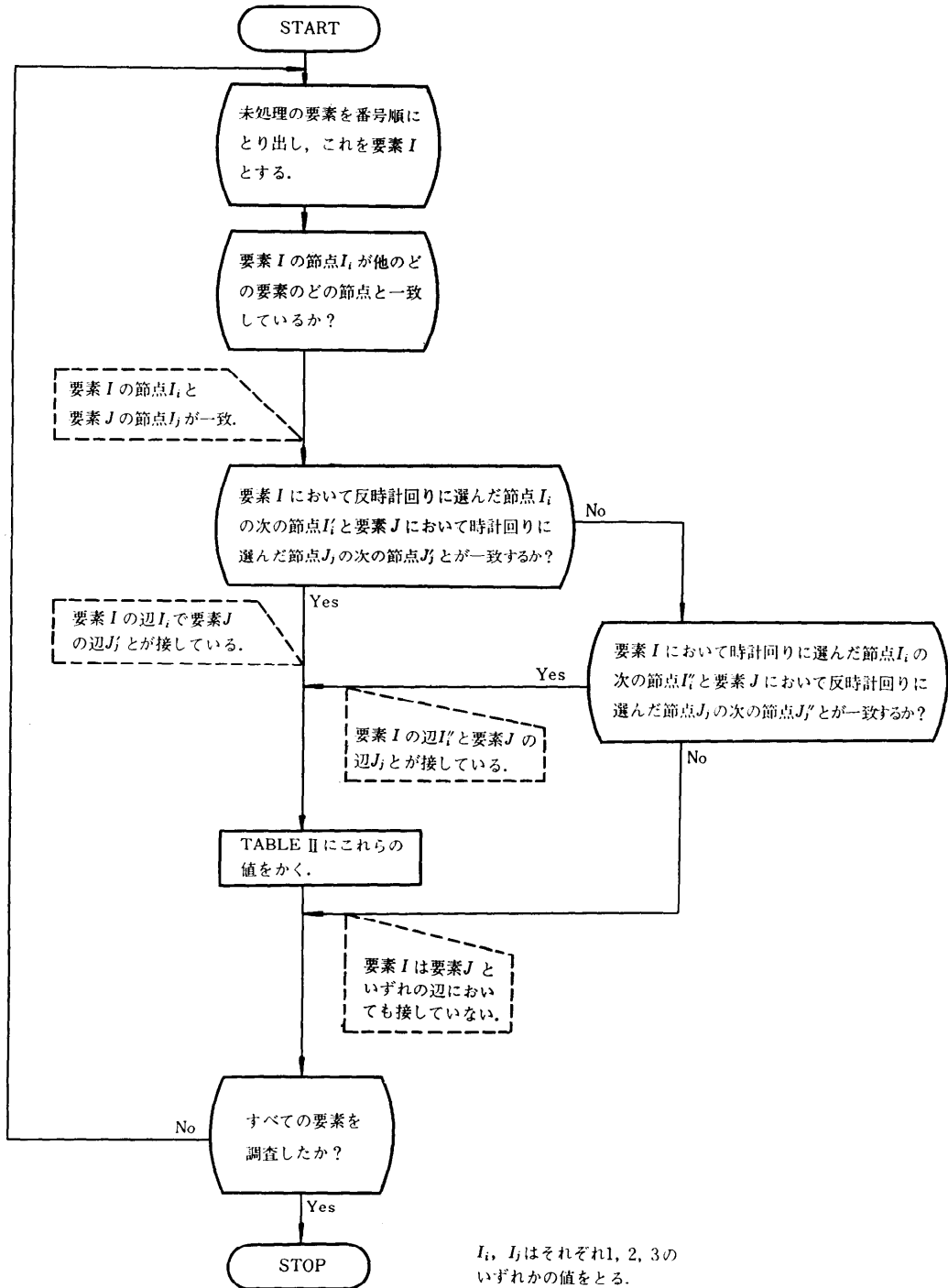


図 3.3 要素の結合状態を調査するフローチャート
 Fig. 3.3 Scheme of search of element joinings

が満足されれば、この辺上に等高線との交点が存在するとし、この交点の位置は w_A, w_B の値および点 A, B の位置から直線近似により決定する。ここで w_A, w_B は節点 A, B 上の $w(x, y)$ のサンプル値である。辺 AB 上に交点が存在すれば、他の2辺 BC, CA 上にならず1個の交点が存在し、この2交点を通り要素を横切るただ一本の等高線をひくことができる。

等高線は各等高値 $C_k (k=1, 2, \dots, n)$ に対して次の手順により作成される。

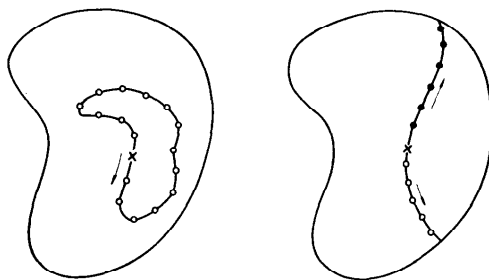
(1) 未処理の要素のうち番号の最も若い要素を選び出す。

(2) この要素から始めて番号順に式 (3.1) を満足する辺を有する要素を探索していく。式 (3.1) を満足する要素が見出されたときには、2交点のうち一方を始点、他方を基点と定める。

(3) つぎに先に作成した Table II を用いて、この基点を含む辺に隣接する他の要素を見出し、この要素の残る2辺から交点を探し出し、これを基点とする。

(4) (3) の操作をくり返して、基点についての鎖を作成していく。

(5) 基点が始点に一致する場合には、ここで(4)の操作を終える。この場合には図 3.5(a) に示すような閉じた基点の鎖を作成したことになる。一方、鎖が領域の境界で終る場合(これは Table II の所定の辺の内容がブランクになっていることからわかる)には、再び始点に戻り、Table II を用いて始点を基点として(4)の操作をくり返す。この場合には図 3.5(b) のように領域の境界から出発して、境界で終る基点の鎖を作成したことになる。



(a) 閉じた等高線 (b) 閉じない等高線
x 始点
o 基点

図 3.5 等高線の種類

Fig. 3.5 Kinds of contour lines

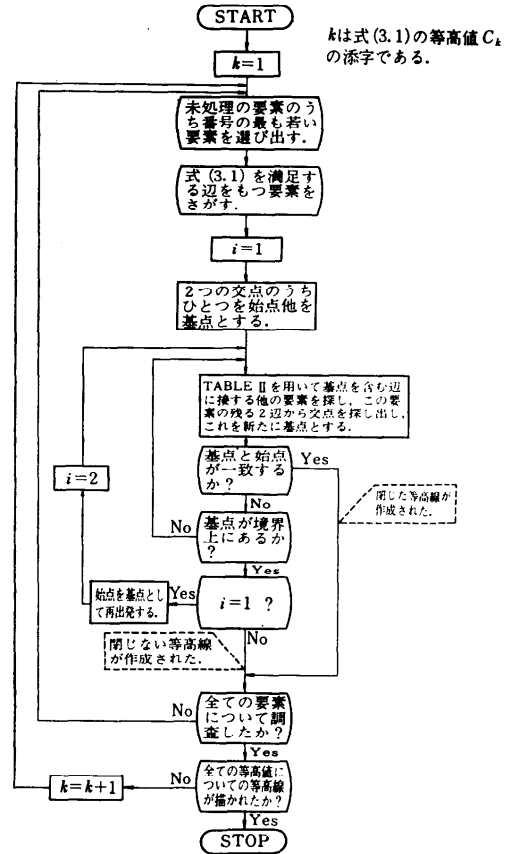


図 3.6 等高線を作図するフローチャート
Fig. 3.6 Scheme of contour mapping

(6) 再び(1)に戻って、全ての要素が処理できるまで(1)~(6)の操作を行なう。

以上の手順によって構成された基点の鎖から一本の等高線を一筆あるいは二筆書きで描くことができる。このフローチャートは図 3.6 に示してある。

3.5 等高線作図法の検討

ここでは本作図法の特徴、問題点などについて述べる。

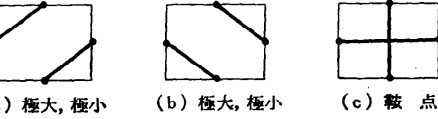
(1) 文献 1)~4) の方法と同様に、本方法でも辺と等高線の交点を求めて直線で「結んで」に変えていく方法を採用しているのが各要素は一般に図 3.7(a) に示すように、3辺中の2辺で交点を持つか、あるいは全然もたないかのいずれかであって、図 3.7(b) に示すような接点を持つようなことはない。

(2) 四辺形要素の場合には同一等高値に対して2本の等高線が要素を横切る場合、すなわち4辺に交点



● 交点 ○ 接点

図 3.7 交点と接点



(a) 極大, 極小 (b) 極大, 極小 (c) 鞍点

図 3.8 特異要素

Fig. 3.8 degenerate element

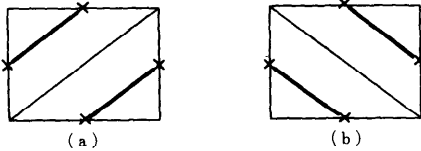


図 3.9 特異要素

Fig. 3.9 degenerate element

がある場合(これを特異要素†と呼ぶことにする)がある。これは要素内に値 $w(x, y)$ の極大点, 極小点あるいは鞍点が存在する場合である。直線近似法による等高線作図では4つの節点の値からは図 3.8 (a)(b)(c)のいずれかを決定することができず, 等高線の追跡状況によってはいずれの作図でも行ない得る難点がある。本方法では, 図 3.9 (a)(b)に示すように要素の結合状況によっては2種類の作図が生じ得るが, 上述の四辺形要素の難点はやはり本方法で解消されていない。しかし, G. Cottafava が指摘しているようにこの特異要素に関する難点は局所的なものであること, 実際にはこの特異要素の数は全体の要素数に較べて少ないこと, などから等高線の全体的な様相に大きな影響を与えないと考えられるので本方法ではこれに対して特別な対策をとっていない。

(3) 等高値が節点における値と等しく, 等高線が節点を寄切るかあるいは辺上を走る場合(これを特異点‡と呼ぶことにする)で, 図 3.10(a)の G. Cottafava があげている例のように, 1個の特異点のまわ

† G. Cottafava らは, このような要素を degenerate cell と呼んでいる。

‡ これを G. Cottafava は degenerate node と呼んでいる。

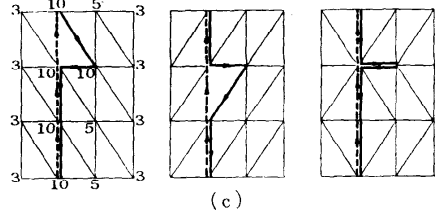
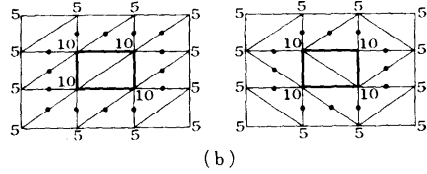
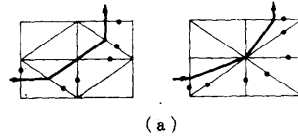


図 3.10 特異点

Fig. 3.10 degenerate node

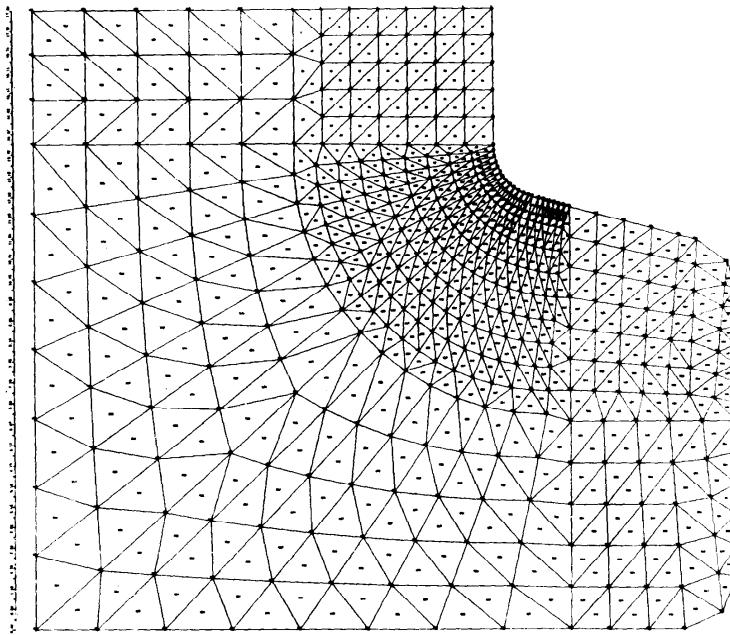
りに正常な節点がある場合には, 本方法では要素の結合状態によっては多少等高線の形状が異なるが, 不都合は生じない。なお図中の●印は交点の存在する辺を示す。

しかし特異点が多数存在し, 一つの要素の3節点が全て特異点である場合には, 本方法では要素の結合状況によっては異なった等高線が作成されることがある。図 3.10(b)の周辺の12個の節点上の値が5, 内部の4節点上の値が10で, 等高値が10の場合には太実線で示す等高線が描かれ不都合は生じない。一方, 図 3.10(c)に与えられている要素分割, 節点上の値に対して, 等高値10の等高線を描かせる問題では, 図示の3通りの等高線が作図される。図中の太実線および太破線はそれぞれ一筆書きで描かれる等高線で, ●印はそれぞれの等高線の交点の存在する辺を指し, 矢印は作図方向を示す。

4. 作図例・計算実験

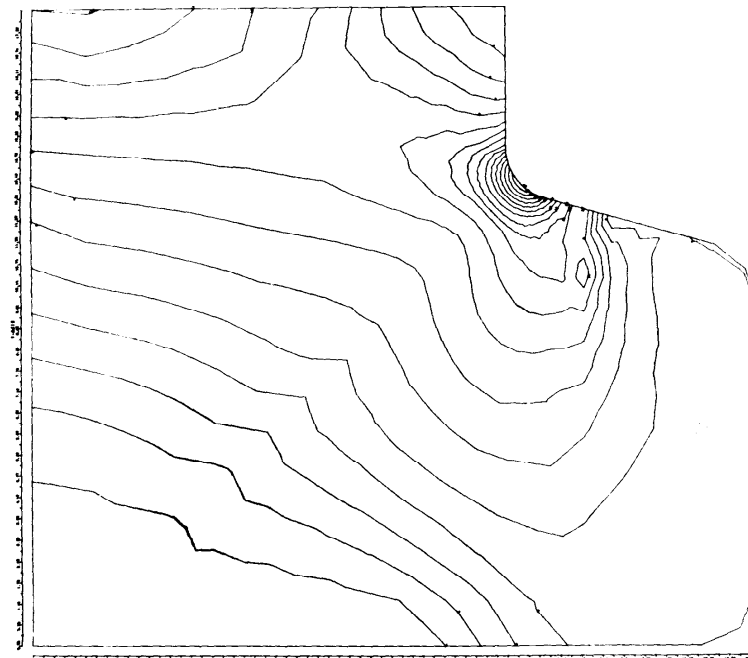
以上述べた方法に基いて, 開発したプログラムにより, プロッタ作図した例を図 4.1, 図 4.2 に示す。電算機は IBM 370/165, プロッタは CALCOMP 763/780 PLOTTER, 磁気テープ装置は IBM 3420-003 を使用した。

図 4.1 は回転電気機械の一部分を有限要素法によ



(a)

STRESS ANALYSIS OF RUBER WEDGE 1973.3.20



(b)

STRESS ANALYSIS OF RUBER WEDGE 1973.3.20

LOAD CONDITIONS: PRINCIPAL STRESS 1
 0111 0.00000E+00 0112 0.00000E+00 0113 0.00000E+00 0114 0.00000E+00 0115 0.00000E+00
 0116 0.00000E+00 0117 0.00000E+00 0118 0.00000E+00 0119 0.00000E+00 0120 0.00000E+00
 0121 0.00000E+00 0122 0.00000E+00 0123 0.00000E+00 0124 0.00000E+00 0125 0.00000E+00
 0126 0.00000E+00 0127 0.00000E+00 0128 0.00000E+00 0129 0.00000E+00 0130 0.00000E+00

図 4.1 等応力線図
 Fig. 4.1 contour map of stress

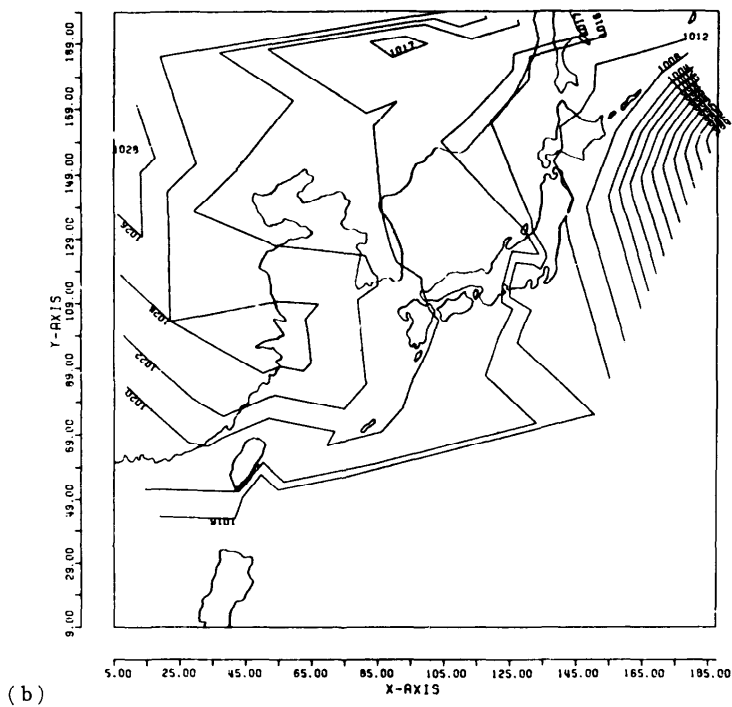
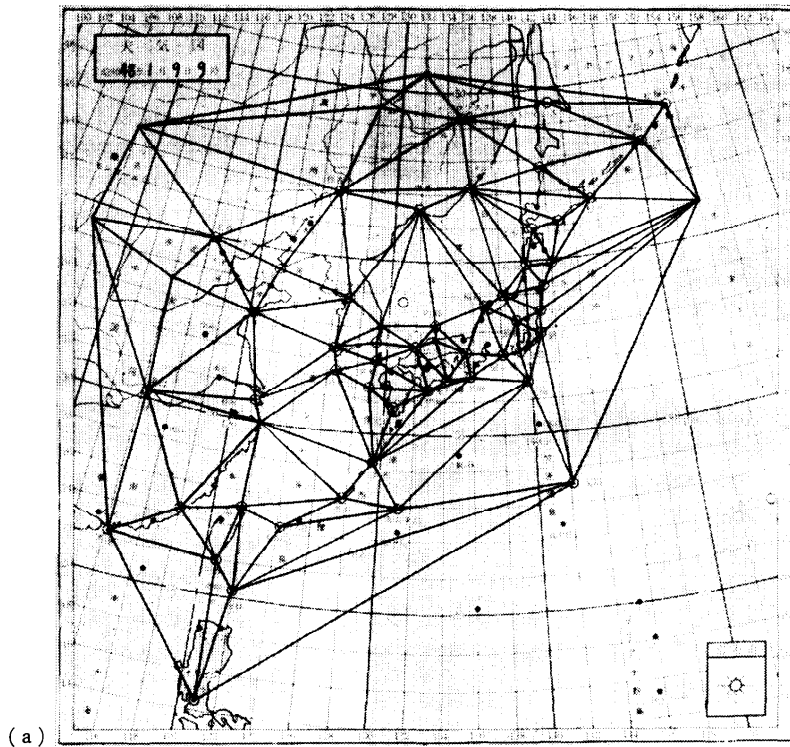


図 4.2 気圧線図
Fig. 4.2 contour map
of atmospheric pressure

表 4.1 試計算結果
Table 4.1 Result of test-run.

試計算例	要素数	節点数	CPU Time (sec)		プロッタ		
			構造解析	等高線作図	大きさ (cm)	枚数	時間 (min)
1	866	544	19.43	6.67	30	4	16
2	1154	633	38.24	10.56	75	4	20
3	745	413	15.82	7.08	75	4	23
4	1145	634	25.83	11.2	75	4	27

り応力計算した結果を作図したものであり、図 4.2 は日本列島近辺の 48 年 1 月 9 日 9 時現在の気圧線図である。各図の (a) 図は要素分割図であり、(b) 図は本方法による等高線図である。

また有限要素法による平面応力解析プログラムと等高線作図プログラムを連結したプログラムにより等高値の数が 20 の場合について試計算を行なった。この結果を表 4.1 に示す。等高線作図に要した CPU time は構造解析に要した CPU time の約 1/3~1/2 であって、作図処理のため多くの時間は要していない。プロッタ稼動時間は、他の等高線作図法による稼動時間と比較していないので断言できないが、本方法では等高線を一筆ないしは二筆書きで描き、ペンのあげおろしの回数を極力少なくおさえているので短いものと思われる。

5. むすび

以上、複雑な形状の領域内に不規則に散在する点

の値を基に等高線を作図する一アルゴリズムを展開しこれらの概要ならびに試計算結果を述べた。作図の確実性、処理に要する時間量などに関してほぼ満足すべき結果が得られたので、本方法は充分実用に耐えるものと考えられる。しかし現在本方法を含め各所で作られている作図プログラムで採用されている作図理論は、3.5 に述べたように幾つかの問題点を有しているので、これについては今後検討していく必要がある。

参考文献

- 1) M.O. Dayhoff: A Contour-Map Program for X Ray Crystallography, communications of the ACM, vol. 6, No. 10 (1963), pp. 620~622.
- 2) G. Cottafava, G. Le Moli: Automatic Contour Map, communications of the ACM, vol. 12, No. 7 (1969), pp. 386~391.
- 3) 磯部俊夫: 等高線を描かせるプログラム, 航空宇宙技術研究所資料 198 号 (1971). 情報処理, vol. 10, No. 3 (May 1969), pp. 165~166.
- 4) 中堀一郎: パターン計画法: 判定条件をもつ最大問題の 1 解法, 回路とシステム理論研究会資料, 資料番号 CT 72-17 (1972).
(昭和 48 年 7 月 9 日 受付)
(昭和 48 年 9 月 4 日再受付)