Vol.2011-MPS-86 No.6
Vol.2011-BIO-27 No.6
2011/12/1

流動性リスクと株価リターン ：レジームスイッチングモデルによる検証

伊 東 賢 二[†1] 宮 崎 浩 一[†1] 回 渕 純 治[†2]

本研究では，小型株と大型株のポートフォリオリターンを対象に，株式売買のしやすさを表現する流動性指標（流動性リスクの代用変数）と株価リターンの関係をレジームスイッチングモデルに基づき考察する．特にマーケットファクターに関する回帰係数もレジームに応じて異なる値をとることができるように既存モデルを拡張したモデルを用いて検証を行う．また，いくつかの仮定を置くことになるが，決定係数や回帰係数の t 統計量の考え方を導入したうえで検証を行う．

Empirical Analyses on the Liquidity Risk Premium in the Equity Return Using Regime-switching Model

Kenji Ito,[†1] Koichi Miyazaki [†1]
and Junji Mawaribuchi[†2]

This research attempts to examine the influence of liquidity factor (liquidity risk), which represents smoothness in trading equity, on the small-capital and the large-capital equity portfolio returns using regime-switching model. We extend the regime-switching model so as to make the regression coefficient of the market factor also dependable on the regime. We also introduce the notions of the coefficient of determination and the t-value of the regression coefficient in the regime-switching type of regression model under some assumptions.

†1 電気通信大学大学院
The University of Electro-Communications
†2 三菱 UFJ トラスト投資工学研究所 (MTEC)
Mitsubishi UFJ Trust investment Technology Institute Co., Ltd.

1. はじめに

株価には様々な情報が織り込まれていると考えられ，その一つとして，流動性リスクに関する情報が挙げられる．流動性リスクは，通常，株式を必要な時に妥当な価格と量で売買できないリスクと定義される．流動性リスクの増加はマーケットインパクトコスト（大量の株式売買によって生じる株価変動コスト）といった取引コストの増加として表れ，株価リターンに影響を及ぼすため，投資家は流動性リスクに注意を払う．また金融危機を契機に，株価リターンにおける流動性リスクの大きさを把握する重要性は増している．

株価リターンと流動性リスクの関係性を検証するために，回帰係数が検証期間を通じて一定という通常の単純な回帰分析が多く用いられる．しかし，金融市場環境は，経済状況などに応じて変わりゆくものであり，株価リターンと流動性リスクとの関係性を表す回帰係数が，検証期間を通して一定とする回帰モデルでは適切でない可能性がある．そのため，株価リターンと流動性リスクの関係性の変化を柔軟に捉えられる回帰モデルが必要となり，回帰係数がレジームに応じて異なる値をとることが可能なレジームスイッチングモデル（RSM）に注目が集まっている．

先行研究 Watanabe and Watanabe(2008)[4] では，回帰モデルにおける回帰係数が一定ではなく，その係数が状態に応じて 2 つの値をとる RSM を用いて検証を行い，米国市場における株価リターンと流動性リスクの関係は一定ではなく，時間経過に伴って変化することを示した．そして，本研究では流動性指標とマーケットファクターに関する状態を導入する形で RSM を拡張し，株価リターンと流動性リスクとの関係性を詳細に検証する．また，Watanabe and Watanabe(2008) では，レジームスイッチングモデルにおける回帰係数の t 検定値や回帰モデルの決定係数に関してほとんど言及されていない．本研究ではいくつかの仮定をおくことにはなるが，これらについての考え方を導入したうえで，検証を試みる．

2. 流動性指標とレジームスイッチングモデル (RSM)

2.1 ポートフォリオのリターン

検証で用いるポートフォリオのリターンは，小型株のリターンと大型株のリターンの 2 通りである．

2.2 流動性指標（LIQ）

本研究は，Acharya and Pedersen(2005)[1] が提唱する流動性指標を用いる．まず Amihud(2002) の指標は，単位売買代金当たりの個別株式の日次リターン $|r_{n,d,t}|/Volume_{n,d,t}$

Vol.2011-MPS-86 No.6
Vol.2011-BIO-27 No.6
2011/12/1

でマーケットインパクトコストを捉えている．市場全体の流動性リスク $APRIM$ は，$ILLIQ$ の市場全体平均として式 (1) で定義される．

$$APRIM_t = \frac{1}{N_t}\sum_{n=1}^{N_t}\left\{\frac{1}{D_{n,t}}\sum_{d=1}^{D_{n,t}}\frac{|r_{n,d,t}|}{Volume_{n,d,t}}\right\}\times 10^8, \tag{1}$$

ここで， $r_{n,d,t}$; 第 t 月 d 日における株式 n の日次リターン， $Volume_{n,d,t}$; 第 t 月 d 日における株式 n の売買代金，$D_{n,t}$; 第 t 月における株式 の約定が成立した営業日数，N_t; 第 t 月における市場全体の株式銘柄数とする．

Acharya and Pedersen(2005) では，市場全体の流動性指標として，$APRIM$ をベースに，以下の 2 つのステップを経由して指標を構築する．まず $APRIM_t$ の市場全体の時価総額のトレンドを調整する．それは，市場全体の時価総額の増加から $Volulme$ が増加することによって，意図せぬ $APRIM$ の減少が生じることを緩和するためである．ここでは時点 $t-1$ と時点 1 の市場全体の時価総額の比 mcp_{t-1}/mcp_1 で $APRIM_t$ の値を調整する．次に，過去の情報から予測できない流動性の変化を捉える．具体的には，時価総額のトレンドを調整した $APRIM_t$ の時系列データを自己回帰モデルに適応した際の攪乱項（イノヴェーション）の異符号を流動性指標 LIQ_t と定義している．

$$\left(\frac{mcp_{t-1}}{mcp_1}APRIM_t\right) = \alpha + \beta_1\left(\frac{mcp_{t-1}}{mcp_1}APRIM_{t-1}\right) + \beta_2\left(\frac{mcp_{t-1}}{mcp_1}APRIM_{t-2}\right) + (-LIQ_t), \tag{2}$$

ここで，mcp_{t-1}; 第 $t-1$ 月における市場全体の時価総額，α; $AR(2)$ における定数項，β_1; $AR(2)$ における 1 次の回帰係数， β_2; $AR(2)$ における 2 次の回帰係数とする．

2.3 レジームスイッチングモデル（RSM）

本節では，まず 2 種類の株価リターン r_t を流動性指標 LIQ_t で説明する回帰型の RSM を紹介する．式 (3) は，回帰型の RSM であり，パラメータ α, β が状態に応じて 2 通りの値をとる点が単純な回帰モデルと大きく異なる点である．式 (3) のモデルを M0 とする．

モデル M0；

$$\left(\mathbf{r}_t - \mathbf{1}\cdot r_t^f\right) = \alpha_{v_t} + \beta_{v_t}^{LIQ} LIQ_t + \varepsilon_t, \tag{3}$$

$$\mathbf{r}_t = \begin{pmatrix} r_{S,t} \\ r_{L,t} \end{pmatrix}, \alpha_{v_t} = \begin{pmatrix} \alpha_{S,v_t} \\ \alpha_{L,v_t} \end{pmatrix}, \beta_{v_t}^{LIQ} = \begin{pmatrix} \beta_{S,v_t}^{LIQ} \\ \beta_{L,v_t}^{LIQ} \end{pmatrix},$$

$$\varepsilon_t|v_t = \begin{pmatrix} \varepsilon_{S,t}|v_t \\ \varepsilon_{L,t}|v_t \end{pmatrix} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{\Omega}_{v_t}), \quad \mathbf{\Omega}_{v_t} = \begin{pmatrix} \sigma_{S,v_t}^2 & \rho_{v_t}\sigma_{S,v_t}\sigma_{L,v_t} \\ \rho_{v_t}\sigma_{S,v_t}\sigma_{L,v_t} & \sigma_{L,v_t}^2 \end{pmatrix},$$

ここで，r_t; 株価リターン，r_t^f; 無リスク金利，$\mathbf{1}$; 要素 1 で 2 行の列ベクトル，LIQ; 流動性指標，S; 小型株，L; 大型株，α; 定数項，β^{LIQ}; 回帰係数（以下，流動性ベータ），ε; 誤差項，$\mathbf{\Omega}$; 誤差項の分散共分散行列， σ; 誤差項の標準偏差，ρ; 誤差項の相関係数， v_t; 時点 t において，1 か 2 の 2 通りの状態をとる観測されない変数（潜在変数）である．

モデル M0 は，流動性ベータ $\beta_{v_t}^{LIQ}$ が状態 v_t に依存して β_1^{LIQ} と β_2^{LIQ} の 2 通りの状態をとり，β_{S,v_t}^{LIQ} が状態 1 では高い値（high），状態 2 では低い値（low）をとるものとする．また，定数項，誤差項の標準偏差も状態に依存して，2 通りの値をとる．RSM では，この状態 v_t がマルコフ連鎖の推移確率行列に従い推移するようにモデル化されている． 次に，モデル M0 にマーケットファクター MKT_t（市場ポートフォリオの無リスク金利からの超過リターン）を加えるが，マーケットファクターの回帰係数 β^{MKT} （以下，マーケットベータ）は状態に依存しない形のモデルを M1 とし，式 (4) に示す．モデル M1 の誤差項はモデル M0 と同様である．

モデル M1；

$$\left(\mathbf{r}_t - \mathbf{1}\cdot r_t^f\right) = \alpha_{v_t} + \beta_{v_t}^{LIQ} LIQ_t + \beta^{MKT} MKT_t + \varepsilon_t, \tag{4}$$

$$\mathbf{r}_t = \begin{pmatrix} r_{S,t} \\ r_{L,t} \end{pmatrix}, \quad \alpha_{v_t} = \begin{pmatrix} \alpha_{S,v_t} \\ \alpha_{L,v_t} \end{pmatrix}, \quad \beta_{v_t}^{LIQ} = \begin{pmatrix} \beta_{S,v_t}^{LIQ} \\ \beta_{L,v_t}^{LIQ} \end{pmatrix}, \quad \beta^{MKT} = \begin{pmatrix} \beta_S^{MKT} \\ \beta_L^{MKT} \end{pmatrix},$$

さらに，マーケットベータ $\beta_{v_t}^{MKT}$ が流動性ベータ $\beta_{v_t}^{LIQ}$ と同一の状態に応じて 2 つの値をとるモデルを M2(Common state) とし，式 (5) に示す．モデル M2(Common state) の誤差項はモデル M0 と同様である．

モデル M2(Common state)；

$$\left(\mathbf{r}_t - \mathbf{1}\cdot r_t^f\right) = \alpha_{v_t} + \beta_{v_t}^{LIQ} LIQ_t + \beta_{v_t}^{MKT} MKT_t + \varepsilon_t, \tag{5}$$

$$\mathbf{r}_t = \begin{pmatrix} r_{S,t} \\ r_{L,t} \end{pmatrix}, \quad \alpha_{v_t} = \begin{pmatrix} \alpha_{S,v_t} \\ \alpha_{L,v_t} \end{pmatrix}, \quad \beta_{v_t}^{LIQ} = \begin{pmatrix} \beta_{S,v_t}^{LIQ} \\ \beta_{L,v_t}^{LIQ} \end{pmatrix}, \quad \beta_{v_t}^{MKT} = \begin{pmatrix} \beta_{S,v_t}^{MKT} \\ \beta_{L,v_t}^{MKT} \end{pmatrix}.$$

モデル M2(Individual state)；

各指標の回帰係数が指標ごとに異なる状態に依存して 2 つの値をとるモデル M2(Individual state) を提案する．モデル式は M2(Common state) と同様で式 (5) であるが，M2(Individual state) では，指標ごとに 2 つの状態を採用しているので，とりうる状態の組み合わせは 2×2 の 4 通りである．よって，この 4 通りを新たに状態 v_t と定義しなおし，小型株の流動性ベータとマーケットベータのセット $\left(\beta_{S,v_t}^{LIQ}, \beta_{S,v_t}^{MKT}\right)$ を基準として，これが,（high, high）,（low, high）,（high, low）,（low, low）をとる場合の状態を順に状態 1 から状態 4 と定義する．但し，M2(Individual state) では推移確率として斉時的な推移確率を採用する．その理由は，パラメータ数の増大を避けること，モデル M0，M1，M2(Common state) において推移確率を非斉時なものに拡張しても有意性が認められなかったことにある．

Vol.2011-MPS-86 No.6
Vol.2011-BIO-27 No.6
2011/12/1

ここで，本研究で採用した推移確率を市場全体の出来高によって日々変化する非斉時なものに拡張する手法について示す．式 (6) で示される Eckbo and Norli(2002)[3] の取引量の指標 $STOV_t$ は，第 t 月における全銘柄の出来高の合計 $ATOV_t$ を，トレンド $ATOV_1$ $/MATOV_t$ で調整することにより，トレンド以外の市場全体の急激な出来高の増減を捉えることができる．

$$STOV_t = \frac{ATOV_1}{MATOV_t} ATOV_t \tag{6}$$

ここで，$ATOV_t$; 第 t 月における全銘柄の出来高の平均，$MATOV_t$; 直近第 $t-25$ 月から第 $t-1$ 月における $ATOV_t$ の移動平均である．

取引量の指標 $STOV$ によって日々変化する非斉時な推移確率を式 (7) で定義する．式 (7) で示される p_t^{ii} は，時点 $t-1$ から時点 t において，状態 $i (i = 1\, or\, 2)$ に留まる確率を表わす．また時点 $t-1$ から時点 t において，状態 i から状態 j に推移する確率 $p_t^{ij} (j \neq i)$ は $p_t^{ij} = 1 - p_t^{ii}$ で定義される．式 7 から，推移確率は，状態 v_t に依存するパラメータ c_{v_t}, d_{v_t} を用いて $STOV$ に応じて変化するロジット型で構成されていることが分かる．$d_1 = d_2 = 0$ の場合には，式 (7) の右辺は定数となり，$STOV$ が推移確率に影響を与えない斉時的な推移確率となる．

$$p_t^{ii} = \mathrm{P}\left\{v_t = i | v_{t-1} = i; STOV_{t-1}\right\} = \frac{\exp(c_{v_t} + d_{v_t} STOV_{t-1})}{1 + \exp(c_{v_t} + d_{v_t} STOV_{t-1})} \quad , \tag{7}$$

$$\mathrm{P}_t = \begin{bmatrix} p_t^{11} & p_t^{21} \\ p_t^{12} & p_t^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_t^{11} & 1 - p_t^{22} \\ 1 - p_t^{11} & p_t^{22} \end{bmatrix} \quad . \tag{8}$$

推定パラメータセットを $\mathbf{\Theta} \equiv \{\alpha_{S,1}, \alpha_{S,2}, \alpha_{L,1}, \alpha_{L,2}, \beta_{S,1}^{LIQ}, \beta_{S,2}^{LIQ}, \beta_{L,1}^{LIQ}, \beta_{L,2}^{LIQ}, \sigma_{S,2}, \sigma_{S,2}, \sigma_{L,1}, \sigma_{L,2}, \rho_1, \rho_2, c_1, c_2, d_1, d_2\}$ とし，EM アルゴリズムを用いて，パラメータの推定をする．また取引量の指標が推移確率に影響を与えるか検証するために帰無仮説を とおいて，尤度比検定を行う．

3. 本研究で用いるレジームスイッチングモデルにおける決定係数と回帰係数の t 統計量の考え方

3.1 決 定 係 数

- 決定係数 $cR^2(S)$

小型株ポートフォリオリターンの時系列データに関する RSM の決定係数 $cR^2(S)$ は，式 (9) で与えられる[⋆1]．

$$cR^2(S) = 1 - \frac{\left\{\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n} (r_{S,t} - \hat{r}_{S,t,i})^2 P\{v_t = i|\mathbf{R}_t; \mathbf{\Theta}\}\right\} / (T - nk - n)}{\sum_{t=1}^{T} (r_{S,t} - \overline{r}_S)^2 / (T-1)}, \tag{9}$$

ここで，$cR^2(S)$; 自由度調整済み決定係数，r; リターン，$\hat{r}$; リターンのモデル値，$\hat{\alpha} + \hat{\beta}^{LIQ} LIQ$，$\bar{r}$; リターンの平均，$P\{\bullet\}$; 状態確率，$\mathbf{R}_t$; 第 t 月までに利用可能な観測データ，$\mathbf{\Theta}$; 推定パラメータセット，$T$; サンプル数，$n$; モデルの状態数，$k$; 回帰係数の個数である．

- 決定係数 $cR^2(S;i)$（RSM の枠組みにおいて，状態に応じたモデルの説明力を把握）

小型株ポートフォリオリターンの時系列データに関する RSM の状態に応じた決定係数 $cR^2(S;i)$ は，式 (10) で与えられる．

$$cR^2(S;i) = 1 - \frac{\left\{\sum_{t=1}^{T} (r_{S,t} - \hat{r}_{S,t,i})^2 P\{v_t = i|\mathbf{R}_t; \mathbf{\Theta}\}\right\} / (T - nk - n)}{\sum_{t=1}^{T} (r_{S,t} - \overline{r}_S)^2 P\{v_t = i|\mathbf{R}_t; \mathbf{\Theta}\} / (T-1)}, \tag{10}$$

ここで，$cR^2(S;i)$ は，状態 i における自由度調整済み決定係数である．

3.2 回帰係数の t 統計量

ここではモデル M0 の状態 i における小型株の流動性ベータ $\hat{\beta}_{S,i}^{LIQ}$ を例に取り，状態 v_t や推定パラメータの推定誤差は無視できるものと仮定して議論する[⋆2]．

帰無仮説が $\hat{\beta}_{S,i}^{LIQ} = 0$ である場合の t 統計量 $|\hat{\beta}_{S,i}^{LIQ} - 0| \Big/ \sqrt{V[\hat{\beta}_{S,i}^{LIQ} | v_t = i]}$ は $t(T - nk - n)$ に従う．このとき，式 (11) の流動性ベータの推定値 $\hat{\beta}_{S,i}^{LIQ}$ は EM アルゴリズムの M ステップにおいて導出される．式 (11) の右辺には状態確率が含まれており，従来の t 統計量とは異なるため，単純な回帰モデルにおける t 検定ができないことが分かる．

⋆1 通常の回帰分析では決定係数は（自由度調整を無視すれば）0〜1 の範囲に入るが，これは全変動がモデルの変動と誤差の変動に分解されることに起因する．一方，状態を導入した場合には状態ごとに誤差項があり，それぞれの 2 乗に状態確率をウェイト付けることで決定係数が算出されるが，誤差項が大きい状態にも関わらず，その状態確率が大きく推定されることがある．従って推定される状態確率の値次第で式 (9)，(10) の決定係数が 0 未満になることも起こりうる．

⋆2 推定値の推定誤差を無視して分散を計算した場合には，回帰係数の分散を過小評価する恐れがあるので，帰無仮説が棄却されやすくなることには注意を要する．

Vol.2011-MPS-86 No.6
Vol.2011-BIO-27 No.6
2011/12/1

本研究では状態 i で条件付けられた流動性ベータの分散 $V[\hat{\beta}_{S,i}^{LIQ}|v_t = i]$（式 (12)）を導入することで，t 検定を可能とした．帰無仮説が棄却されれば，各々の回帰係数が有意に値を持つと考えられる．

$$\hat{\beta}_{S,i}^{LIQ} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \left\{ \sigma_{L,i}^2 (r_{S,t} - \alpha_{S,i}) - \rho_i \sigma_{S,i} \sigma_{L,i} \left(r_{L,t} - \hat{r}_{L,t,i} \right) \right\} LIQ_t P\{v_t = i | \mathbf{R}_t; \mathbf{\Theta}\}}{\sum_{t=1}^{T} \sigma_{L,i}^2 LIQ_t^2 P\{v_t = i | \mathbf{R}_t; \mathbf{\Theta}\}}, \tag{11}$$

$$V[\hat{\beta}_{S,i}^{LIQ}|v_t = i] = \frac{\hat{\sigma}_{S,i}^2 \sigma_{L,i}^2 + \rho_i^2 \sigma_{S,i}^2 \hat{\sigma}_{L,i}^2 - 2\rho_i \sigma_{S,i} \sigma_{L,i} \cdot \hat{\rho}_i \hat{\sigma}_{S,i} \hat{\sigma}_{L,i}}{\sigma_{L,i}^2 \sum_{t=1}^{T} LIQ_t^2 P\{v_t = i | \mathbf{R}_t; \mathbf{\Theta}\}}, \tag{12}$$

$$\hat{\sigma}_{S,i}^2 = \frac{1}{T - nk - n} \sum_{t=1}^{T} (r_{S,t} - \hat{r}_{S,t,i})^2 P\{v_t = i | \mathbf{R}_t; \mathbf{\Theta}\}, \tag{13}$$

$$\hat{\sigma}_{L,i}^2 = \frac{1}{T - nk - n} \sum_{t=1}^{T} (r_{L,t} - \hat{r}_{L,t,i})^2 P\{v_t = i | \mathbf{R}_t; \mathbf{\Theta}\}, \tag{14}$$

$$\hat{\rho}_i \hat{\sigma}_{S,i} \hat{\sigma}_{L,i} = \frac{1}{T - nk - n} \sum_{t=1}^{T} (r_{S,t} - \hat{r}_{S,t,i})(r_{L,t} - \hat{r}_{L,t,i}) P\{v_t = i | \mathbf{R}_t; \mathbf{\Theta}\}, \tag{15}$$

ここで，$\hat{\beta}^{LIQ}$; 流動性ベータの推定値，$V[\bullet]$; 分散，T; サンプル数，n; モデルの状態数，k; 回帰係数の個数，r; リターン，$\hat{r}$; リターンのモデル値，σ; モデルの誤差項の標準偏差，ρ; 誤差項の相関係数，$\hat{\sigma}$; モデルの誤差項の標準偏差の不偏推定量，$\hat{\rho}$; 相関係数の不偏推定量，i; 状態（$i = 1, 2$），$P\{\bullet\}$; 状態確率，S; 小型株，L; 大型株である．

4. 実 証 分 析

4.1 データと分析モデル設定，分析対象

実証分析に用いるデータは，東証一部で取得可能な日次の株価の終値，調整後終値，出来高，月次の TOPIX，無担保コールレート翌日物，年次の発行済み株式枚数である．データ期間は 1999 年 9 月から 2010 年 8 月の 11 年間である．また節 2.3 の MATOV の構築に 2 年分のデータを用いるため，分析期間は 2001 年 9 月から 2010 年 8 月の 9 年間である．市場ポートフォリオは，東証一部上場銘柄を時価総額で加重平均を取った株価指数（TOPIX）を用いる．

4.2 モデル M0 に基づく流動性ベータの検証

小型株（S），大型株（L）のリターンを流動性指標のみで説明する RSM であるモデル M0 を採用した場合に，どちらのリターンに対する説明力が高くなるかについて確認する．表 1 を見ると，式 (9) の小型株と大型株のリターンに対する決定係数 $cR^2(S)$，$cR^2(L)$ は，それぞれ 0.45，0.29 である．この結果から，大型株よりも小型株の方が流動性リスクで説明できる割合が大きいことが分かる．次に流動性ベータについて見ると，全ての流動性ベータが正で 1%有意であることから，流動性指標が正で大きい時期には，株価リターンも正で大きな値を取ると分かる．流動性指標が正の値であることは取引のしやすさが増大する（流動性リスクは低減）ことを表すため，流動性ベータが正で有意である場合，流動性リスクの低減は株価が上昇するように反映されるので株式リターンは増大する．よって，推定された流動性ベータはファイナンス理論と整合的である．

表 1 から，状態に応じたモデルの説明力について詳細に議論する．$cR^2\,(S;1)$，$cR^2\,(S;2)$，$cR^2\,(L;1)$，$cR^2\,(L;2)$ は，順に 0.69，0.22，0.38，0.25 であり，小型株では，状態 1 における決定係数が状態 2 における決定係数の 3 倍程度と高く，状態に応じてモデルの説明力が大きく異なるに対し，大型株では，モデルの説明力は殆ど状態に依存しないことが分かる．また，小型株の流動性ベータの値は，状態 1 において 1.292 であり，状態 2 における 0.442 の 3 倍程度となっている．これに対して，大型株においては，状態 1，2 における流動性ベータの値はそれぞれ 0.517，0.524 と同程度である．これらのことから，株価リターンと流動性リスクの関係を捉えるうえで，大型株よりも小型株の方が RSM の必要性は高いと考えられる．

表 1 モデル M0 における回帰分析の結果
Table 1 A Result of Regression Analysis on Model M0

Max Log Likelihood:395.6				$cR^2(S) : 0.45$,$cR^2(L) : 0.29$			
	Small Size Stock's Parameters				Common Parameters		
State	cR^2	α	β^{LIQ}	σ	ρ	c	d
1	0.69	0.000	1.292***	0.036	0.630	-0.585	4.464
2	0.22	0.006	0.442***	0.049	0.759	-1.056	15.096
	Large Size Stock's Parameters						
State	cR^2	α	β^{LIQ}	σ			
1	0.38	0.001	0.517***	0.028			
2	0.25	0.006	0.524***	0.053			
LR-test	$d_1 = d_2 = 0$ 1.58(accept)						

小型株の流動性ベータ β_{S,v_t}^{LIQ} が high，low をとる場合を順に状態 1，状態 2 とする．*, **, ***はそれぞれ t 検定における 10%，5%，1%有意を表す．LR-test は尤度比検定の結果である．

4.3 モデル M0 と M1 を用いたマーケットファクターの影響をコントロールした流動性ベータの検証

モデル M0 の説明変数にマーケットファクター を加えたモデル M1 とモデル M0 の説明力について比較検討する．表 2 を見ると，対数尤度，小型株と大型株に関する決定係数 $cR^2(S)$，$cR^2(L)$ は，それぞれ 576.9，0.74，0.97 である．表 1 のモデル M0 の対数尤度や決定係数の値と比較すると，全ての値が増加していることが分かる．小型株，大型株の何れのリターンに関してもモデルにマーケットファクターを加えることで説明力が増すことが確認された．より詳細にみると，小型株よりも大型株において決定係数の増加幅が大きいことが分かる．このことから，大型株のリターンは，マーケットリスクで説明される割合が大きいことが確認された．

モデル M1 に関する状態ごとの決定係数 $cR^2(S;1)$，$cR^2(S;2)$，$cR^2(L;1)$，$cR^2(L;2)$ は，表 2 によると，順に 0.80，0.67，0.95，0.98 である．この結果を，モデル M0 の 0.69，0.22，0.38，0.25 と比較すると，小型株，大型株を問わず，また，どちらの状態に関してもマーケットファクターをモデルに追加することで，モデルの説明力が増すことが分かる．より詳細に比較すると，何れの状態であっても，大型株の方がマーケットファクターを追加することによるモデルの説明力の向上が大きいことも分かる．

次に，流動性ベータの状態ごとの値は，小型株で 0.696（状態 1），0.086（状態 2），大型株で 0.068（状態 1），-0.012（状態 2）である．小型株，大型株や状態によらず，モデル M1 の流動性ベータはモデル M0 の流動性ベータよりも値が小さいことから，モデル M0 の流動性ベータには本来マーケットベータとして捉えられるべきものが幾らか加わっていることも分かる．また，流動性ベータに関する t 検定の結果は，小型株，大型株共に状態 1 において 1%有意である．このことから，状態 1 では，各ポートフォリオリターンにおいてマーケットリスクのみならず流動性リスクによる部分も大きいと考えられる．また，状態 2 では，各ポートフォリオのリターンにおいてマーケットリスクが極めて大きいと考えられる．但し，小型株の流動性ベータに関しては，状態 2 においても 10%有意であるため，マーケットリスクが大きな時期においても，流動性リスクが相応に残るものと考えられる．なお，モデル M0 と同様に，モデル M1 においても，非斉時な推移確率を導入する必要性を尤度比検定によって検討したところ，帰無仮説が棄却されないことが分かる（表 2）．よって，日本株式市場において非斉時な推移確率を導入する必要性は小さいといえる．

表 2 モデル M1 における回帰分析の結果
Table 2 A Result of Regression Analysis on Model M1

Max Log Likelihood:576.9			$cR^2(S):0.74$,$cR^2(L):0.97$					
	Small Size Stock's Parameters					Common Parameters		
State	cR^2	α	β^{LIQ}	β^{MKT}	σ	ρ	c	d
1	0.80	0.007	0.696***	0.775***	0.033	-0.553	0.067	-5.816
2	0.67	0.006	0.086*	0.775***	0.030	-0.348	0.173	8.728
	Large Size Stock's Parameters							
State	cR^2	α	β^{LIQ}	β^{MKT}	σ			
1	0.95	0.003	0.068***	0.990***	0.012			
2	0.98	0.001	-0.012	0.990***	0.007			
LR-test	$d_1=d_2=0$ 4.10(accept)							

小型株の流動性ベータ β^{LIQ}_{S,v_t} が high，low をとる場合を順に状態 1，状態 2 とする．*, **, ***はそれぞれ t 検定における 10%，5%，1%有意を表す．LR-test は尤度比検定の結果である．

4.4 モデル M1，M2(Common state)，M2(Individual state) を用いたマーケットファクターの与え方による流動性ベータの検証

マーケットファクター MKT_t をモデルの説明変数として加える際に，マーケットベータが状態に依存しない形で与えたものがモデル M1，マーケットベータが流動性ベータと同じ状態に依存する形で与えたものがモデル M2(Common state)，マーケットベータに流動性ベータとは個別の状態に依存する形で与えたものがモデル M2(Individual state) である．つまり，マーケットファクターをモデルに加える際に，モデル M1 から，モデル M2(Common state)，モデル M2（Individual state) となるに従って柔軟な形で与えている．マーケットファクターをより柔軟な形で与えるに従って，小型株や大型株のリターンを流動性指標による部分とマーケットファクターによる部分により的確に分けることができると考えられる．

モデル M2(Common state) とモデル M2(Individual state) に関する回帰分析の推定・検定結果をそれぞれ，表 3，表 4 に示した．表 3 によると，モデル M2（Common state）の対数尤度は 581.2 であり，モデル M1 の 576.9 から殆ど向上していないことが分かる．また，小型株，大型株の決定係数 $cR^2(S)$，$cR^2(L)$ も，モデル M2(Common state) の 0.72，0.98 はモデル M1 の 0.74，0.97 と概ね同じである．このことは，状態別に決定係数を比較した場合でも同様である．また，流動性ベータの大きさも小型株，大型株を問わず，また何れの状態においても，M2(Common state) と M1 とでは殆ど違いは見られず，違いを述べるなら小型株の流動性ベータの有意水準が状態 2 において 10%有意から 5%有意へと向上したことぐらいである．取引量の指標が状態の推移確率に与える影響についての尤度比検定もモデル M1 と同様に，モデル M2(Common state) においても帰無仮説は棄却されなかった．このことから，マーケットファクターをモデルに加える際に，マーケットベータが状態

に依存する形で与えてもその状態を流動性ベータの依存する状態と共通のものを利用するのであれば，状態に依存しない形で与えるのと殆ど違いが見られないことが分かる．

次に，モデル M2(Individual state) をモデル M1 やモデル M2(Common state) と比較する．先に，モデル M1 とモデル M2(Common state) には違いが殆どみられないことを確認したので，ここでは，モデル M2(Individual state) とモデル M1 との比較に焦点を当てる．表4によると，モデル M2(Individual state) の対数尤度は 604.0 であり，モデル M1 の 576.9 からある程度の改善がみられる．小型株，大型株の決定係数 $cR^2(S)$，$cR^2(L)$ は，モデル M2(Individual state) の 0.71，0.97 はモデル M1 の 0.74，0.97 と小型株において説明力が若干低下しているが，状態別に決定係数を見たときに，状態 2（流動性ベータが低く，マーケットベータが高い状態）以外の 3 つの状態における決定係数はモデル M1 の 2 つの状態における決定係数の何れよりも高くなっている．流動性ベータに関してもモデル M2(Individual state) とモデル M1 とは大きく異なる．小型株に関して，モデル M2(Individual state) では流動性ベータが低い状態であったとしても 0.245 となり，これは 1%有意な水準である．また，大型株に関しても，モデル M2(Individual state) では，状態 1 や状態 3 のように流動性ベータが高い状態では，0.161 とモデル M1 の場合の 0.068 と比較すると相対的に大きな流動性リスクプレミアムを確認することができた．

表 3 モデル M2(Common state) における回帰分析の結果
Table 3 A Result of Regression Analysis on Model M2(Common state)

Max Log Likelihood:576.9			$cR^2(S):0.72$,$cR^2(L):0.98$					
	Small Size Stock's Parameters					Common Parameters		
State	cR^2	α	β^{LIQ}	β^{MKT}	σ	ρ	c	d
1	0.80	0.004	0.671***	0.734***	0.031	-0.559	1.678	-22.081
2	0.65	0.007	0.103**	0.798***	0.032	-0.465	-2.180	32.523
	Large Size Stock's Parameters							
State	cR^2	α	β^{LIQ}	β^{MKT}	σ			
1	0.98	0.004	0.040***	1.095***	0.009			
2	0.98	0.001	0.002	0.937***	0.007			
LR-test	$d_1 = d_2 = 0$ 1.28(accept)							

小型株の流動性ベータ β^{LIQ}_{S,v_t} が high，low をとる場合を順に状態 1，状態 2 とする．*, **, ***はそれぞれ t 検定における 10%，5%，1%有意を表す．LR-test は尤度比検定の結果である．

表 4 モデル M2（Individual state）における回帰分析の結果
Table 4 A Result of Regression Analysis on Model M2（Individual state）

Max Log Likelihood:604.0			$cR^2(S):0.71$,$cR^2(L):0.97$			
	Small Size Stock's Parameters					Common Parameters
State	cR^2	α	β^{LIQ}	β^{MKT}	σ	ρ
1	0.97	-0.018	0.580***	0.732***	0.010	0.997
2	0.62	0.014	0.245***	0.732***	0.037	-0.321
3	0.98	0.026	0.580***	0.730***	0.010	0.659
4	0.82	-0.008	0.245***	0.730***	0.020	0.959
	Large Size Stock's Parameters					
State	cR^2	α	β^{LIQ}	β^{MKT}	σ	
1	0.98	0.001	0.161***	0.993***	0.009	
2	0.97	0.003	-0.008	0.993***	0.010	
3	1.00	-0.001	0.161***	0.989***	0.001	
4	0.98	0.003	-0.008***	0.989***	0.006	

小型株の流動性ベータ，マーケットベータのセット $\left(\beta^{LIQ}_{S,v_t}, \beta^{MKT}_{S,v_t}\right)$ がそれぞれ（high, high），（low, high），(high, low），(low, low）をとる場合の状態を順に状態 1 から状態 4 と定義する．*, **, ***はそれぞれ t 検定における 10%，5%，1%有意を表す．

5. まとめと結語

本研究は，小型株ポートフォリオや大型株ポートフォリオのリターンにおける流動性リスクを，レジームスイッチングモデル（RSM）を用いて検証した．分析結果から，モデルの説明力は小型株の方が大型株よりも大きいことが確認された．また，説明力の向上は大型株において顕著にみられ大型株のリターンはマーケットリスクで説明される割合が大きいことが分かった．さらに，マーケットファクターをモデルに加える際に，マーケットベータが状態に依存する形で与えてもその状態を流動性ベータの依存する状態と共通のものを利用するのであれば，状態に依存しない形で与えるのと殆ど違いが見られないが，個別の状態を導入した場合には，小型株，大型株共に，流動性ベータの値が大きくなり，株式リターンにおける流動性リスクプレミアムを捉えることができた．

参 考 文 献

1) Acharya, V.V., and Pedersen, L. H: Asset Pricing with Liquidity Risk. *Journal of Financial Markets*, **77**, pp.375-410. (2005)
2) Amihud, Y: Illiquidity and Stock Returns. *Journal of Financial Markets*, **5**, pp.31-5. (2002)
3) Eckbo,E.B., and Norli, O: Pervasive Liquidity Risk. *Working Paper, Dartmouth College*. (2002)
4) Watanabe, A., and Watanabe, M: Time Varying Liquidity Risk and the Cross Section of Stock Returns *The Review of Financial Studies*, **21**, pp.2449-87. (2008)