論　文

# 語いの一分割法の提案*

佐藤　睦** 田中幸吉***


**Abstract**

In this paper, an analytical model of the language is considered. The "derivative" of the partition R on a vocabulary and the "matched partition" of the language are defined and some properties of them are considered. The "derivative" defined in this paper does not mean the "derivative" defined in Marcus's book[1]. And the "matched" means that a word "$a$" is equal to a word "$b$" in the sense of $R$ if and only if the context of "$a$" is equal to that of "$b$" in the sense of $R$.

We propose the partition $P$ which is the maximum member of the class of the matched partition.


## 1. はじめに

解析的言語理論は Marcus[1] らによりいくつかの研究がなされてきた．現在までに用いられている分割には意味を考慮に入れた分割，同一の文脈による分割などがある．ここでは新しい“誘導”の概念を導入し，“同一の文脈”よりゆるい条件“適合”の概念に基礎をおく一つの分割（最大適合分割）を提案する．まず，誘導された分割，適合する分割に関する性質を述べ，つぎに提案理由を述べる．

## 2. 諸定義および基本定理

### 2.1 諸定義

本論に入る前に基本的な記法の説明と諸定義を述べる．

**（定義 2.1）** 語いの有限集合を $\Sigma$，$\Sigma$ の元を単語といい，$a$, $b$, $c$ などで表わす．$\Sigma$ の元の任意の有限列の集合を $\Sigma^*$ で表わし，その元を文といい，$\alpha$, $\beta$, $\gamma$ などで表わす．$\alpha=a_1a_2\cdots a_n$ とするとき，$n$ を $\alpha$ の長さという．長さ0の文を空文といい，$\lambda$ で表わす．

* A Proposal of the Partition on Vocabulary, by Mutsumi SATO (Dept. of IE. Faculty of Science & Technology Kinki University) and Kohkichi TANAKA (Dept. of Information Seience Faculty of Engineering Science Osaka University).

** 近畿大学理工学部経営工学科

*** 大阪大学基礎工学部情報工学科

**（定義 2.2）** 語い $\Sigma$ 上の言語 $L$ とは $\Sigma^*$ の部分集合である．

**（定義 2.3）** $\Sigma$ 上の同値関係を $R, R'$ などで表わし，$R$ に関する語 $a$ の同値類を $R(a)$ で表わす．同値関係によりその同値類への分割をも表わす．このとき，同値類を細胞ともいう．また，具体的に分割を示すときには各細胞を1つの集合で表わし，その和集合の形で表現する．

**（定義 2.4）** 集合の包含関係を⊆で，関係の半順序関係を≦で表わす．すなわち，$\Sigma$ の任意の元 $a$ に対して，$R(a)\subseteq R'(a)$ であるとき $R\leq R'$ である．また，2つの関係 $R$ と $R'$ の和を $R\vee R'$ で，積を $R\wedge R'$ で表わす．

**（定義 2.5）** 単位分割 $E$ とは各細胞がただ一つの元を有する分割である．すなわち，$\Sigma$ の任意の元 $a$ に対して $E(a)=\{a\}$．また，非本来の分割 (improper partition) $\Sigma$ とは単一の細胞からなる分割である．すなわち，すべての元が同値である．

ここで説明のため例をあげておく．

**（例）**

語い　$\Sigma=\{a, b, c, d\}$

分割　$R=\{a\}\cup\{b\}\cup\{c, d\}$

$R'=\{a, b\}\cup\{c\}\cup\{d\}$

とすれば，　$R(a)=\{a\}$

$R'(a)=\{a, b\}$

$R\vee R'=\{a, b\}\cup\{c, d\}$

$R \wedge R' = \{a\} \cup \{b\} \cup \{c\} \cup \{d\} (=E)$

また，非本来の分割 $\Sigma$ は

$\Sigma = \{a, b, c, d\}$.

順序関係は　$E \leq R \leq \Sigma$，$E \leq R' \leq \Sigma$，$R \leq R \vee R'$.

**（定義 2.6）**　$\Sigma$ の元，$\Sigma^*$ の元，$\Sigma^* \times \Sigma^*$ の元およびそれらの集合から商集合への写像を $/R$ で表わす．すなわち，

$a/R = R(a)$

$\alpha \cdot \beta/R = \alpha/R \cdot \beta/R$

$(\alpha, \beta)/R = (\alpha/R, \beta/R)$

$\{\alpha\}/R = \{\alpha/R\}$

$\{(\alpha, \beta)\}/R = \{(\alpha, \beta)/R\}$.

**（定義 2.7）**　言語 $L$ において，単語 $a$ が現われる文脈の集合を $C_L(a)$ で表わす．すなわち，

$C_L(a) = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha a \beta \in L\}$.

ここで，$\alpha$ および $\beta$ は空文 $\lambda$ であってもよい．

**（定義 2.8）**　分割 $R$ より誘導された分割 $\sim_L/R$ はつぎのように定義される．

$a \cdot \sim_L/R \cdot b$ であるのは $C_L(a)/R = C_L(b)/R$ のときかつそのときに限る．

以後，添字 $L$ を省略する．

なお，ここで用いられている誘導分割の定義は一般に用いられている定義[1]と異なる．一般に用いられている定義によれば，ある与えられた分割より“誘導”された分割は分割 $R$ より大きな分割となるが，ここで用いられている定義によれば，次節以降で明らかにされるように細分割である場合も依存する．

**（定義 2.9）**　与えられた言語 $L$ に対して分割 $R$ が条件

$$R = \sim/R \tag{1}$$

を満たすとき，分割 $R$ は $L$ に適合するという．

条件(1)はつぎのことを意味している．2つの単語 $a$ と $b$ が同一細胞に含まれている $(aRb)$ とき，$a$ と $b$ は $/R$ の意味で同一の文脈を持っている．すなわち，　$C(a)/R = C(b)/R$.

われわれがある種の統辞分的分割たとえば品詞分割を考えて有意義であるのは条件(1)を満たすことであると考えられる．

理解の助けのため簡単な例を示す．

**（例）**

語い　$\Sigma = \{$家，水，を，建てる，流す$\}$

言語　$L = \{$家・を・建てる，水・を・流す$\}$

分割　$R = \{$家，水$\} \cup \{$を$\} \cup \{$建てる，流す$\}$

とすれば

$\sim/\Sigma = R$，$\sim/R = R$

となり，分割 $R$ は $L$ に適合している．

## 2.2 基本定理

分割相互間の関係について基本的な定理を述べる．

**〔定理 2.1〕**　$R$ を $R'$ の細分割とする．

$C(a)/R \subseteq C(b)/R$　ならば

$C(a)/R' \subseteq C(b)/R'$.

**（証明）**　$C(a) \ni (\alpha, \beta)$

すなわち，　$\alpha a \beta \in L$

とすれば，$C(a)/R \subseteq C(b)/R$ より言語 $L$ の文 $\alpha' \cdot b \cdot \beta'$ が存在して，$\alpha/R = \alpha'/R$ かつ $\beta/R = \beta'/R$.

条件より，$\alpha/R' = \alpha'/R'$　かつ　$\beta/R' = \beta'/R'$.

ゆえに，$(\alpha, \beta)/R' = (\alpha', \beta')/R'$.

以上より，$C(a)/R' \ni (\alpha, \beta)/R'$.

ならば　$C(b)/R' \ni (\alpha', \beta')/R'$.

すなわち，$C(a)/R' \subseteq C(b)/R'$　　（証明終り）

定理 2.1 よりつぎの2つの系は明らかである．

〔系 2.1.1〕　$R$ を $R'$ の細分割とする．

$C(a)/R = C(b)/R$ ならば

$C(a)/R' = C(b)/R'$.

〔系 2.1.2〕

$R \leq R'$　ならば　$\sim/R \leq \sim/R'$.

系 2.1.2 により，$R$ が $R'$ の細分割ならば，$R$ より誘導された分割 $\sim/R$ は $R'$ より誘導された分割 $\sim/R'$ の細分割であることがわかる．

系 2.1.2 の逆は成立しない．一例をあげておく．

**（例）**　$\sim/R \lneqq \sim/R'$　かつ　$R \not\leq R'$ の例．

$\Sigma = \{a, b, c\}$

$L = \{ab, ba, bc, cb, ca, ac, cc, aa\}$

$R = \{a, c\} \cup \{b\}$

$R' = \{a, b\} \cup \{c\}$

とすれば

$\sim/R' = \{a, b, c\} \gneqq \sim/R = R$

$R \not\leq R'$.

分割の族 $\{R_i\}$ に関してつぎの定理が成立する．

**〔定理 2.2〕**　$\Sigma$ の分割の族を

$\{R_i\} = \{R_1, R_2, \cdots, R_n\}$ とする．

(i)　$\displaystyle\bigwedge_{i=1}^{n} \sim/R_i \geq \sim/\left(\bigwedge_{i=1}^{n} R_i\right)$

(ii)　$\displaystyle\left(\bigvee_{i=1}^{n} \sim R_i\right)^* \leq \sim\Big/\left(\bigvee_{i=1}^{n} R_i\right)^*$

ここで，$*$ は反射的推移的閉包を表わす．

**（証明）**

(i)　明らかに任意の $j (1 \leq j \leq n)$ に対して

$$R_j \geq \bigwedge_{i=1}^{n} R_i$$

ゆえに，系 2.1.2 より

$$\sim/R_j \geq \sim/\left(\bigvee_{i=1}^{n} R_i\right)$$

したがって

$$\bigwedge_{i=1}^{n} \sim/R_i \geq \sim/\left(\bigwedge_{i=1}^{n} R_i\right)$$

(ii) 明らかに任意の $j(1\leq j\leq n)$ に対して

$$R_j \leq \left(\bigvee_{i=1}^{n} R_i\right)^*$$

ゆえに，系 2.1.2 より

$$\sim/R_j \leq \sim/\left(\bigvee_{i=1}^{n} R_i\right)^*$$

したがって

$$\left(\bigvee_{i=1}^{n} \sim/R_i\right)^* \leq \sim/\left(\bigvee_{i=1}^{n} R_i\right)^*$$

(証明終り)

2つの分割のうち少なくとも1つの分割が言語 $L$ に適合しているとき，つぎの2つの定理が成り立つ．証明は省略する．

**〔定理 2.3〕** $R$ が $R'$ の細分割であり，$R'$ が $L$ に適合しているとき

$$C(a)/R \subseteq C(b)/R$$

ならば，$a$ と $R'$ 同値である任意の元 $c$ に対して

$$C(c)/R' \subseteq C(b)/R'.$$

**〔定理 2.4〕** $R$ が $R'$ の細分割であり，$R'$ が $L$ に適合しているとき

$$C(a)/R \subseteq C(b)/R$$
$$C(c)/R \subseteq C(d)/R$$

かつ $aR'c$, $bR'd$ ならば $aR'b$ である．

すなわち，$a, b, c, d$ はすべて $R'$ の同一細胞に含まれている．

## 3. 誘導分割列

ここでは誘導分割列とくに収束する誘導分割列について，2，3の性質を述べる．

まず，2つの記法を導入する．

**(定義 3.1)** $R$ を $\Sigma$ の分割とするとき，${}_iR$ を ${}_{i-1}R$ より誘導された分割とする．ただし，${}_0R=R$.

すなわち，${}_0R=R$

$${}_iR=\sim/_{i-1}(=(\sim/)^i\cdot R).$$

系列 ${}_0R(=R)$, ${}_1R$, ${}_2R$, … を誘導分割列 ${}^iR$ という．

**(定義 3.2)** 自然数 $N$ が存在して，任意の自然数 $n(n\geq N)$ に対して ${}_NR={}_nR$ となるとき，この誘導分割列 ${}^iR$ は収束するといい，${}_NR$ を ${}_\infty R$ と書く．また，${}_0R(R)$ が収束するともいう．

この収束した分割 ${}_\infty R$ は ${}_\infty R=\sim/_\infty R$ である．すなわち，収束した分割 ${}_\infty R$ は $L$ に適合する分割である．

つぎの定理は $R$ より誘導された分割が $R$ の細分割であれば，その誘導分割列は単調に細かくなっていくことを示している．

**〔定理 3.1〕** ${}_0R\geq{}_1R$ ならば，任意の非負の整数 $i$ に対して ${}_iR\geq{}_{i+1}R$

**(証明)** 帰納法により証明する．

(i) 仮定より ${}_0R\geq{}_1R$.

(ii) ${}_{n-1}R\geq{}_nR$ と仮定する，

(iii) (ii)および系 2.1.2 より．

$${}_nR=\sim/_{n-1}R\geq\sim/_nR={}_{n+1}R.$$

(証明終り)

定理 3.1 と同様にして，つぎの系を得る．

〔系 3.1.1〕 ${}_0R\leq{}_1R$ ならば，任意の非負の整数 $i$ に対して ${}_iR\leq{}_{i+1}R$.

以上2つの命題より，つぎの2つの系は明らかである．

〔系 3.1.2〕 ある非負の整数 $j$ に対して，${}_jR\geq{}_{j+1}R({}_jR\leq{}_{j+1}R)$ ならば，任意の自然数 $i(i\geq j)$ に対して

$${}_iR\geq{}_{i+1}({}_iR\leq{}_{i+1}R).$$

〔系 3.1.3〕 ある非負の整数 $i$ に対して，${}_iR={}_{i+1}R$ ならば任意の整数 $n(n\geq i)$ に対して ${}_nR={}_iR$. すなわち，${}_\infty R={}_iR$.

**〔定理 3.2〕** ${}_0R\geq{}_1R({}_0R\leq{}_1R)$ ならば，誘導分割列 ${}^iR$ は収束する．

**(証明)** ${}_0R\geq{}_1R$ について証明する．${}_0R\leq{}_1R$ のときも同様である．

${}_0R\geq{}_1R$ より

$${}_0R\geq{}_1R\geq{}_2R\geq\cdots\geq{}_iR\geq{}_{i+1}R\cdots.$$

ところが，$\Sigma$ が有限集合であることより分割の個数も有限である．ゆえに，ある $i$ に対して ${}_iR={}_{i+1}R$. すなわち，誘導分割列 ${}^iR$ は収束する．

(証明終り)

**〔定理 3.3〕** $R$ と $R'$ を収束する2つの分割とする．$R$ が $R'$ の細分割ならば，${}_\infty R$ は ${}_\infty R'$ の細分割である．

**(証明)** すべての $i$ に対して，${}_iR$ が ${}_iR'$ の細分割であることを証明すれば十分である．帰納法により

${}_iR \leq {}_iR'$ を証明する.

(i) 仮定より $R={}_0R\leq{}_0R'=R'$.

(ii) ${}_KR\leq{}_KR'$ と仮定する.

(iii) 系 2.1.2 より

${}_{K+1}R=\sim/_KR\leq\sim/_KR'={}_{K+1}R'$.

(証明終り)

〔系 3.3.1〕 $\Sigma$, $E$ は収束し, ${}_\infty\Sigma\geq{}_\infty E$.

(略証) $\Sigma$ の任意の分割 $R$ に対して $\Sigma\geq R\geq E$ であることおよび定理 3.2, 定理 3.3 より明らか.

$\Sigma$ および $E$ は収束するが, 誘導の回数について考えれば, $E$ は一度の誘導で収束するが $\Sigma$ は必ずしも一度では収束しない.

〔定理 3.4〕 $\sim/E=\sim/\sim/E$.

(証明) $E\leq\sim/E$. ゆえに $\sim/E\leq\sim/\sim/E$.

つぎに, $\sim/\sim/E\leq\sim E$ を証明する.

$a\cdot\sim/\sim E\cdot b$ と仮定する.

換言すれば, $C(a)/\sim/E=C(b)/\sim/E$.

よって, $\alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_n a\beta_1\cdots\beta_m\in L$

とすれば, $\alpha_1'\cdots\alpha_n' b\beta_1'\cdots\beta_m'\in L$.

ただし,

$\alpha_i/\sim/E=\alpha_i'/\sim/E$ $(1\leq i\leq n)$

$\beta_i/\sim E=\beta_i'/\sim\beta_i'/\sim/E$ $(1\leq i\leq m)$

ゆえに,

$\alpha_1'\alpha_2'\cdots\alpha_n' b\beta_i'\cdots\beta_m'\in L$

$\alpha_1\alpha_2'\cdots\alpha_n'\cdots\alpha_n' b\beta_1'\cdots\beta_m'\in L$

.........

$\alpha_1\cdots\alpha_n b\beta_1'\cdots\beta_m'\in L$

$\alpha_1\cdots\alpha_n b\beta_1\beta_2'\cdots\beta_m'\in L$

.........

$\alpha_1\cdots\alpha_n b\beta_1\cdots\beta_m\in L$

ゆえに, $C(a)\subseteq C(b)$.

同様にして, $C(b)\subseteq C(a)$.

よって, $C(a)=C(b)$

すなわち, $a\cdot\sim/E\cdot b$

(証明終り)

〔定理 3.5〕 集合 $\Sigma$ の濃度を $n$ とする. 任意の $K$ $(1\leq K\leq n-1)$ に対して, ${}_\infty\Sigma={}_K\Sigma\neq{}_{K-1}\Sigma$ となる言語 $L$ が存在する.

(証明) 語い $\Sigma$ と言語 $L_k$ を

$\Sigma=\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$

$L_K=\{a_ia_{i+1}\,|\,1\leq i\leq n-1\}$

$\cup\{a_ja_j\,|\,K+1\leq j\leq n\}$

とする.

${}_1\Sigma=\{a_1\}\cup\{a_1,\cdots,a_n\}$

${}_2\Sigma=\{a_1\}\cup\{a_2\}\cup\{a_3,\cdots,a_n\}$

任意の $i(>K)$ に対して

${}_i\Sigma=\bigcup_{j=1}^{i}\{a_j\}\cup\{a_{i+1},\cdots,a_n\}$

任意の $i(\geq K)$ に対して

${}_i\Sigma=\bigcup_{j=1}^{K}\{aj\}\cup\{a_{K+1},\cdots,a_n\}$

ゆえに

$\Sigma={}_0\Sigma\gneq{}_1\Sigma\gneq\cdots\gneq{}_{K-1}\Sigma\gneq{}_K\Sigma={}_{K+1}\Sigma=\cdots$

よって, 言語 $L_K$ において, ${}_\infty\Sigma={}_K\Sigma\neq{}_{K-1}\Sigma$

(証明終り)

〔定理 3.6〕 収束しない誘導分割列が存在する.

(証明) $\Sigma=\{c, d, e, f\}$

$L=\{ce, df\}$

$R=\{c, d\}\cup\{e\}\cup\{f\}$

とすれば, $R$ は収束しない.

なぜならば

${}_0R=R$

${}_1R=\sim/_0R=\{c\}\cup\{d\}\cup\{e, f\}$

${}_2R=\sim/_1R={}_0R$.

一般に $K$ を自然数としたとき

${}_{2K}R={}_0R$

${}_{2K+1}R={}_1R$

(証明終り)

一般に誘導分割列 ${}^iR$ はに収束するか, 定理 3.6 の例のように最後に周期的になるかのいずれかである. しかしながら, 最後に周期的になる誘導分割列 ${}^iR$ についても周期的な部分の和の反射的推移的閉包および積は収束する.

〔定理 3.7〕 周期的な誘導分割列を ${}_0R, {}_1R, \cdots, {}_nR$ $(={}_0R)$ とする.

$\left(\bigvee_{i=1}^{n}{}_iR\right)^*$ および $\bigwedge_{i=1}^{n}{}_iR$ は収束し

$${}_\infty\left(\bigvee_{i=1}^{n}{}_iR\right)^*\geq\left(\bigvee_{i=1}^{n}{}_iR\right)^*\geq\bigwedge_{i=1}^{n}{}_iR\geq{}_\infty\left(\bigwedge_{i=1}^{n}{}_iR\right).$$

(証明) 定義より任意の $i(1\leq i\leq n-1)$ について ${}_{i+1}R=\sim/_iR$.

仮定より, ${}_1R={}_{n+1}R=\sim/_nR$.

また, 定理 2.2 より

$$\bigwedge_{i=1}^{n}\sim_iR\geq\sim\Big/\left(\bigwedge_{i=1}^{n}{}_iR\right)$$

ゆえに

$$\bigwedge_{i=1}^{n}{}_iR\geq\sim\Big/\left(\bigwedge_{i=1}^{n}{}_iR\right)$$

よって, $\bigwedge_{i=1}^{n}{}_iR$ は収束し $\bigwedge_{i=1}^{n}{}_iR\geq{}_\infty\left(\bigwedge_{i=1}^{n}{}_iR\right)$.

同様に，$\left(\bigvee_{i=1}^{n} {}_iR\right)^*$ も収束し

$$ {}_\infty\left(\bigvee_{i=1}^{n} {}_iR\right) \geq \left(\bigvee_{i=1}^{n} {}_iR\right)^*. $$

（証明終り）

## 4. 適合する分割

この章では，適合する分割の族が束をなすこと，およびその最大元が ${}_\infty\Sigma$，最小元が ${}_\infty E$ で与えられることを中心に述べる．

適合する分割の族が束をなすことを示すためにいくつかの補題を証明する．

**（定義 4.1）** ${}_\infty\Sigma$ を $P$ と記し，${}_\infty E$ を $\sim$ と記す．また，$P$を最大適合分割，$\sim$を最小適合分割という．

〔補題 4.1.1〕 $L$ に適合する分割を $R$ とする．$P \geq R \geq \sim$.

**（証明）** 明らかに，$\Sigma \geqq R \geq E$，ゆえに，定理 3.3 より $P = {}_\infty\Sigma \geq R = {}_\infty R \geqq \sim = {}_\infty E$.

（証明終り）

この補題は適合する分割の族の最大元は $P$，最小元は$\sim$であることを示している．

〔補題 4.1.2〕 $R, R'$ を適合する分割とする．$R \wedge R'$ は収束し，${}_\infty(R \wedge R') \leq R < R'$.

**（証明）**

定理 2.2 より

$$ \sim/R \wedge \sim R' \geq \sim/R < R'. $$

$R, R'$ が適合することより

$$ R = \sim/R,\quad R' = \sim/R'. $$

ゆえに

$$ {}_0(R \wedge R') = R \wedge R' \geq \sim/R \wedge R' = {}_1(R \wedge R') $$

よって，$R \wedge R'$ は収束し，$R < R' \geq {}_\infty(R \wedge R')$

（証明終り）

$R$ および $R'$ が適合していても $R \wedge R'$ が適合するとは限らない．$R$ および $R'$ が適合していて $R \wedge R'$ が適合していない例をあげる．

**（例）** $\Sigma = \{a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, b_4\}$

$L = \{a_1b_1, a_1b_2, a_1b_3, a_2b_1, a_2b_2, a_2b_4, a_3b_2, , a_3b_3, a_3b_4\}$

$R = \{a_1, a_2\} \cup \{a_3\} \cup \{b_1\} \cup \{b_2, b_3, b_4\}$

$R' = \{a_1\} \cup \{a_2, a_3\} \cup \{b_1, b_2, b_3\} \cup \{b_4\}$

とすれば，$R = \sim/R$，$R' = \sim/R'$.

となり，$R$ および $R'$ はともに $L$ に適合している．

しかしながら

$$ R \wedge R' = \{a_1\} \cup \{a_2\} \cup \{a_3\} \cup \{b_1\} \cup \{b_2, b_3\} \cup \{b_4\} $$

$$ \sim/(R \wedge R') = E. $$

となり，$R \wedge R'$ は $L$ に適合していない．

〔補題 4.1.3〕 $R$ および $R'$ を適合する分割とする．$(R \vee R')^*$ は収束し，${}_\infty(R \vee R')^* \geqq (R \vee R')^*$.

**（証明）** 定理 2.2 より

$$ (\sim'R \vee \sim/R')^* \leq \sim/(R \vee R')^*. $$

$R$ および $R'$ が $L$ に適合していることより

$$ R = \sim/R,\quad R' = \sim/R'. $$

ゆえに

$$ {}_0(R \vee R')^* = (R \vee R')^* \leq \sim/(R \vee R')^*. $$

よって，$(R \vee R')^*$ は収束し

$$ (R \vee R')^* \leq {}_\infty(R \vee R')^*. $$

（証明終り）

積の場合と同様 $R$ および $R'$ が $L$ に適合していても $(R \vee R')^*$ は適合するとは限らない．一例をあげる．

**（例）** $\Sigma = \{a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4\}$

$L = \{a_1b_1, a_1b_2, a_2b_2, a_2b_3, a_3b_3, a_3b_4, a_4b_4, a_4b_1\}$

$R = \{a_1\} \cup \{a_2, b_4\} \cup \{a_3\} \cup \{b_1, b_2\} \cup \{b_3, b_4\}$

$R' = \{a_1, a_3\} \cup \{a_2\} \cup \{a_4\} \cup \{b_1, b_4\} \cup \{b_2, b_3\}$

とすれば $(R \vee R')^*$ は適合していない．

分割の族 $R_1, R_2, \cdots, R_n$ に対しても補題 4.1.2，補題 4.1.3 と同様の命題が成立する．

〔定理 4.1〕 $L$ に適合する分割の族 $(M)$ は束をなす．

**（証明）** 補題 4.1.1 より最大元は $P$，最小元は$\sim$である．

$M$ の任意の2元 $R, R'$ に対して ${}_\infty(R \wedge R')$ および ${}_\infty(R \vee R')^*$ はそれぞれ $R$ と $R'$ の最大下界，最小上界である．なぜならば，$R$ と $R'$ の下界を $A$ とすれば

$$ R \geq A,\quad R' \geq A, $$

すなわち　$R \wedge R' \geq A$.

ゆえに　${}_\infty(R \wedge R') \geq {}_\infty A = A$.

よって，${}_\infty(R \wedge R')$ は $R$ と $R'$ の最大下界である．同様に，${}_\infty(R \vee R')^*$ は最小上界である．

（証明終り）

任意の言語 $L$ に対して適合する分割は少なくとも1つ存在するが興味ある例を2つあげる．

**（例）** 任意の分割が適合する言語，

$\Sigma = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$

$L = \bigcup_{\text{任意の}P} \{a_{P(1)}a_{P(2)}\cdots a_{P(n)} \mid P$ は $n$ 次の置換$\}$

(例)　適合する分割が唯一つの言語．

言語を文脈自由形文法により定義する．

文法　$G=(N,\Sigma,P,S)$

非終端記号　$N=\{S,A,O\}$

終端記号　$\Sigma\{x_1,\cdots,x,+,-,*,/\}$

生成規則　$P=\{S\rightarrow SAO,\ ASO,\ S\leftarrow AAO\}$

$\cup\{A\rightarrow x_i|1\leq i\leq m\}\cup\{O\rightarrow +\}$

$\cup\{O\rightarrow -\}\cup\{O\leftarrow *\}\cup\{O\rightarrow /\}$

$L=L(G)$ とすれば

$$_{*}\Sigma={}_{*}E=\{x_1,x_2,\cdots,x_m\}\cup\{+,-,*,/\}$$

これまでの議論から少しはずれるが次章のためにつぎの定理を述べておく．

〔定理 4.2〕　～を最小適合分割とする．$L/\sim$ が文脈自由形言語 (context free language) ならば，$L$ も文脈自由形言語である．

(証明略)

〔定理 4.3〕　$P$ を最大適合分割とする．$L/P$ が文脈自由言語であり，$L$ が文脈依存形言語 (context sensivitive language) である言語が存在する．

(証明)　$L$ の例を示す．

$$\Sigma=\{a,b,c\}$$

$$L=\{a^nb^nc^n|n\geq 1\}\cup\{a^nc^nb^n|n\geq 1\}$$

とすれば

$$P=\{a\}\cup\{b,c\}\triangleq\bar{a}\cup\bar{b}$$

$$L/P=\{\bar{a}^n\bar{b}^{2n}|n\geq 1\}$$

明らかに，$L/P$ は文脈自由形言語，$L$ は文脈依存形言語である．

(証明終り)

## 5. 最大適合分割 $P$ の提案

ここでは最大適合分割 $P$ を提案する理由を述べる．

一般に，語いの分割のうち統辞的な分割は“時間的にかなり安定である”．“意味要素を含まない”．“同一品詞に属する２つの単語は品詞列の意味で同一文脈を持っている(適合する分割である)”．“文法が簡単である”などの条件が必要であろう．最大適合分割 $P$ は非本来の分割 $\Sigma$ より誘導された分割であり意味要素を含んでいないと考えられる．また，意味要素を含んでいないことより時間的にかなり安定であることも推察される．また，明らかに適合する分割である．

以上の理由により統辞的分割として分割 $P$ を提案する．

しかしながら，処理能力について考えれば，最大適合分割 $P$ は適合する分割の最大元であることよりよい処理結果が得られるとは限らない．処理能力のみを考慮すれば最小適合分割（同一の文脈による分割）～が良いと思われる．しかしながら，最小適合分割～は統辞的意味をも抱含した分割になっていると考えられる．たとえば，単語列“テレビのスイッチ”は日本語の一節として奇異な感情をわれわれに与えないが，“タンスのスイッチ”は日本語の一節として奇異な感情をわれわれに与えるであろう．また，このような感情は時間とともに変化しやすい．たとえば，将来スイッチ一つで自動的に開閉できるタンスが普及すれば“タンスのスイッチ”はもはや奇異なものではなくなるであろう．このことから考えて，最小適合分割～を統辞的分割として考えるより，最大適合分割 $P$ の方が良いと考えられる．また，定理 4.2 と定理 4.3 とからわかるように $L/\sim$ よりも $L/P$ の方が簡単な文法から生成される．

## 6. おわりに

分割の誘導および適合の概念を定義し，そのいくつかの性質を述べ，最大適合分割 $P$ を提案した．

しかしながら，本論文においてなされた議論はそのまま自然言語に適用するにはいくつかの問題がある．たとえば，言語 $L$ を示すことができないこと，多品詞語の問題，性，数などの問題，意味処理との関連などがある．これらの問題，とくに意味処理との関連の考察は他の機会にゆずりたい．

また，実例を示すべきであるが，処理に当たって異なった議論を必要とするので，これも他の機会にゆずる．

最後に，大阪大学基礎工学部北橋忠宏助手，近畿大学理工学部滝猪一教授の御援助に感謝する．

## 参考文献

1) S. Marcus : Algebraic Linguistics ; Analytical Models, Academic Press, New York & London (1967).

2) F. Kiefer : Mathematical Linguistics in Eastern Europe, Elsevier, New York (1968).

3) 栗原俊彦，吉田　将：言語理論（情報科学講座(10.1)），共立出版 (1970).

(昭和 49 年 5 月 4 日受付)

(昭和 49 年 10 月 11 日再受付)