

共振-発火型ニューロンモデルの パルス結合系における雑音誘起現象

中田 一紀^{†1} 三浦 佳二^{†2,†3} 林 初男^{†1}

本研究では、連続力学系におけるダイナミカルノイズが離散写像系で摂動としてどのような効果を生じるか具体的に考察する。パルス結合された共振-発火型ニューロン (Resonate-and-Fire Neuron; RFN) モデルの二体系における同期的振動やカオスの挙動とその分岐現象を発火時間差の一次元離散写像により解析し、加算的雑音を摂動として与えたときに生じる雑音誘起現象と区分的連続写像に特有の新しい分岐構造との関連について報告する。

Noise-induced Phenomena in a System of Two Pulse-coupled Resonate-and-Fire Neuron Models

KAZUKI NAKADA,^{†1} KEIJI MIURA ^{†2,†3}
and HATSUO HAYASHI^{†1}

In this report, we consider the effects of dynamical noise in specific continuous dynamical systems on the discrete return maps. We analyzed a system of two pulse coupled resonate-and-fire neuron (RFN) models and the synchronization phenomena and chaotic behavior by using the return map constructed from one dimensional maps with regard to the firing time difference. We further discuss about the relationship between noise-induced phenomena and novel types of bifurcation phenomena known in the piecewise continuous maps.

^{†1} 九州工業大学 大学院生命体工学研究科

Graduate School of Life Science and Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology

^{†2} ハーバード大学 分子細胞生物学部

Department of Molecular and Cellular Biology, Harvard University

^{†3} 科学技術振興機構 さきがけ

PRESTO, JST

1. はじめに

連続力学系の複雑な振る舞いやその数理構造を考えると、離散写像系で解析すると明確に理解される場合がある。神経細胞には、同期非同期的振動やカオスの挙動を示し、複雑な数理構造を持つものもあるが、離散写像上では普遍的な分岐構造や安定性について示すことができる¹⁾。しかし、連続力学系には、観測ノイズだけでなくダイナミカルノイズが本質的にある場合が少なくないにも関わらず、非線形変換された離散写像上において、雑音が摂動としてどのような効果を生じるか調べた研究はほとんどない。

これまでにパルス結合された共振-発火型ニューロン (Resonate-and-Fire Neuron; RFN) モデル²⁾ の二体系の発火特性および分岐現象について報告されている^{3),4)}。結合係数や閾値電位、リセット電位に応じた複雑な発火様式を示し、過分極 (After Hyperpolarization; AHP) に対応するリセット電位を変化させると同期現象だけでなくカオスが生じる⁴⁾。本研究では、カオスが生じるパラメータ領域において、系に摂動として加算的雑音を与えたときに生じる雑音誘起現象と雑音誘起秩序⁵⁾ との関連について示す。また、発火時間差の一次元離散写像と最近研究が進展している区分的連続写像に特有の分岐構造⁶⁾ との関連について報告する。

2. Resonate-and-Fire Neuron (RFN) モデル

RFN モデルは、スパイクニューロンモデルのひとつであり、その時間発展は次式：

$$\dot{z} = (b + iw)z + I \quad (1)$$

に従う。ここで、 $z = x + iy$ は RFN モデルの状態変数を表し、その実数部 x および虚数部 y はそれぞれ膜電流と膜電位に相当する。また、 I は入力電流、 b および w はパラメータを表している。このモデルは $\text{Im}(z)$ がある閾値 a_{th} を越えると発火し、それと同時に状態変数が z_o にリセットされる。このときのリセット電位は AHP に対応する。

積分-発火型ニューロン (Integrate-and-Fire Neuron; IFN) モデルが、一次の膜電位のダイナミクスを持つのに対し、RFN モデルは、二次の膜電位のダイナミクスを持ち、閾値下の膜電位振動を示す。そのため、パルス入力に対して共振発火や抑制後反跳といった実際の神経細胞において観測される多様な応答を示す²⁾。

3. パルス結合系における同期的振動とカオスの挙動

パルス結合された RFN モデルの二体系における同期的振動とカオスの挙動について示す。これまでの研究で、次式：

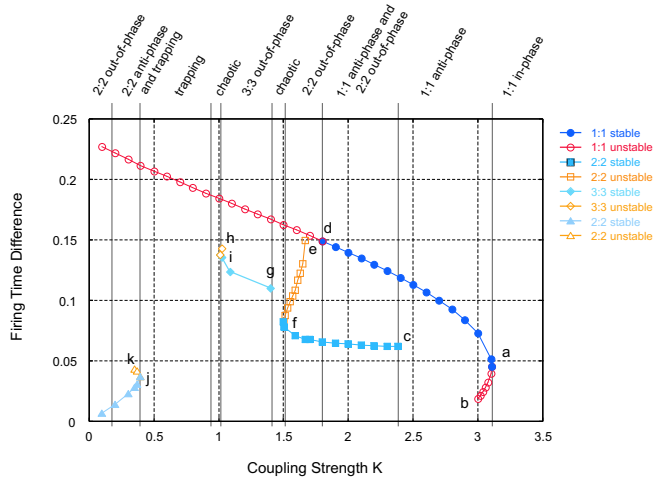


図 1 結合強度による分岐図 .

Fig. 1 Bifurcation diagram by coupling strength as a bifurcation parameter.

$$\dot{z}_j = (b + iw)z_j + I + K \sum \delta(t - t'_k), \quad (j = 1, 2) \quad (2)$$

によって表されるパルス結合系の同期特性について解析されている^{3),4)}. ここで, K は結合強度であり, $\delta(\cdot)$ はデルタ関数を表す. このモデルの同期特性は, リセット電位 z_o の影響を強く受け, z_o を変化させると同相 / 逆相同期解³⁾ だけでなく, 逆相 $N:N$ 同期解とカオス解を生じる⁴⁾. RFN モデルは, 閾値下では軌道を解析的に求めることができるため, 発火時間差の一次元離散写像を数値計算により求めることができる³⁾. また, 逆相 $N:N$ 同期解において交互に発火する場合の周期を T とすると, 発火時間差の一次元離散写像を同様に求めることができる⁴⁾. 結合強度 K を分岐パラメータとした場合の分岐図を図 1 に示す.

4. 雑音誘起現象

発火時間差の一次元離散写像には強い非一様性があり (図 2), 摂動として加算的雑音を閾値電位に与えると, ある強度を越えた場合に雑音誘起秩序⁵⁾ が生じる (図 3). しかし, 加算的雑音を軌道に与えても雑音誘起秩序は生じない. したがって, ここで示した雑音誘起秩序は新しい雑音誘起現象のひとつだと考えられる.

また, 発火時間差の一次元離散写像は区分的連続写像⁶⁾ となるため, 摂動によって連続的

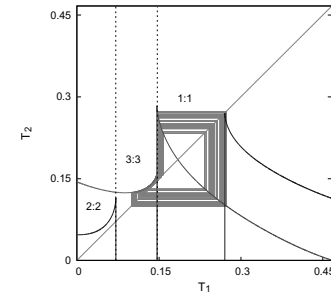


図 2 発火時間差の一次元離散写像 .

Fig. 2 Firing Time Difference Map ($K = 1.0$).

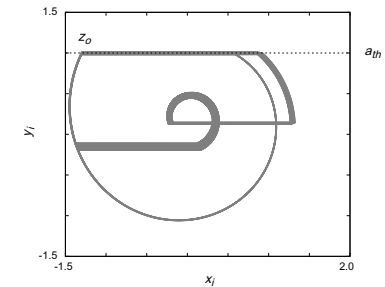


図 3 雑音誘起現象 .

Fig. 3 Noise-induced phenomena ($K = 1.5$).

な領域間を遷移する場合があります, さらに複雑な分岐構造を持つ. この分岐構造は最近研究が進展しつつある Piecewise-smooth (PWS) Dynamical System⁶⁾ との関連性が示唆される.

5. まとめ

本研究では, RFN モデルのパルス結合系の持つ複雑な数理構造から生じる雑音誘起現象について示した. また, 発火時間差の一次元離散写像を区分的連続写像として見なし, その分岐構造と PWS Dynamical System との関連性について示した.

参考文献

- 1) Hayashi, H., Ishizuka, S., Ohta, M., and Hirakawa, K.: Chaotic behavior in the Onchidium giant neuron under sinusoidal stimulation, *Physics Letters*, Vol. 88 A, pp. 435-438 (1982)
- 2) Izhikevich, E.M.: *Dynamical Systems in Neuroscience: The Geometry of Excitability and Bursting*, The MIT press (2007)
- 3) Miura, K. and Okada, M.: Pulse-coupled resonate-and-fire models, *Physical Review E*, Vol. 70, 021914 (2004)
- 4) Nakada, K., Miura, K., and Hayashi, H.: Burst synchronization and chaotic phenomena in two strongly coupled resonate-and-fire neurons, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 18, No. 4, pp. 1249-1259 (2008)
- 5) Matsumoto, K. and Tsuda, I.: Noise-induced order, *Journal of Statistical Physics*, Vol. 31, No. 1, pp. 87-106 (1983)
- 6) Bernardo, M., Budd, C., Champneys, A.R., Kowalczyk, P.: *Piecewise-smooth Dynamical Systems: Theory and Applications (Applied Mathematical Sciences)*, Springer (2008)