



デシジョンテーブルの形式化*

守屋 慎次**

Abstract

Decision tables as control structures for programming languages have been used for many years. In regard to the conversion of decision tables to computer programs, formalization has been quite well investigated. However, most of the previous works left out the important issue of general formalization of decision tables.

This paper formalizes mixed entry decision tables based on Boolean algebra. Some of the notions informally used in the decision table literature are systematized, and several fundamental properties of mixed entry decision tables are also investigated.

1. ま え が き

デシジョンテーブル(以後は判断表¹⁾と呼ぶ)への関心は次の5つに向けられている。(i) 実際面への適用^{2),3)}, (ii) 効率の良い変換アルゴリズムの開発^{4),5),6)}, (iii) 表現する論理の解釈法についての検討^{7),8)}, (iv) 新しい応用^{9),10)}, (v) 新しい記法と解釈,並びに拡張¹¹⁾⁻¹⁷⁾。しかし,判断表の一般的性質を形式的に論じたものは非常に少ない^{2),6),18)}。Pollack²⁾らはブール代数により,判断表のルール間における性質を論じてはいるが,ごく基礎的な検討だけに止まっている。Yasui⁶⁾は高効率の変換アルゴリズムを求める問題を,cellular cube上の最小費用の分割を求める問題として詳しい検討を行っている。しかし,拡張記入(extended entry)や混合記入(mixed entry)の判断表には,Yasuiの理論は直接適用できないし,また,Yasuiの関心は主として変換アルゴリズムだけに向けられている。Tamura¹⁸⁾は判断表の形式化を扱ってはいるが,判断表に関する言葉を記号で一般的に表現しなおすに止まっており,深い考察は加えられていない。他にも理論的に論じたものは多い^{4),19)}が,いずれも高効率の変換アルゴリズムを求めるための特定のモデルに基づくものであり,限定記入(limited entry),

拡張記入,混合記入の判断表を包括する一般的な理論モデルは得られていない。

筆者は文献12),13),14)においてdecision grid chartのループに関する性質を理論的に検討してきた。文献12),13),14)で用いられたdecision grid chartのモデルは,KingとJohnson⁸⁾が提唱した,判断表に関する新しい考え方と似ており,特に文献13)に用いられた理論モデルが,KingとJohnsonの考え方に基づく判断表の一般的なモデルとして利用できることがわかった。

本論文は一部文献8)と13)を参照し,ブール代数に基づいた判断表の理論モデルとその基本性質について,以下の順に述べる。

- (1) KingとJohnsonの考え方の簡単な紹介.判断表の意味に関する従来の考え方の不備の指摘。
- (2) ブール代数に基づく判断表の理論モデルの構成。
- (3) 従来,非形式的に論じられてきた諸概念の,理論体系上への位置づけ。
- (4) ルール間の基本的な関係,アクション実行に関する基本的な性質の導出。

これらを,限定記入,拡張記入,混合記入の各判断表を包括した体系で論ずる。本論文で得られるこれらの結果は,単に理論的な興味だけで終るものではなく例えば,判断表の代数的な諸性質やスイッチング理論

* A Formalization of Decision Tables by Shinji MORIYA (Faculty of Engineering, Tokyo Denki University).

** 東京電機大学工学部電気通信工学科

との関係、(混合記入)判断表の最適変換問題²¹⁾、流れ表^{16),17)}の諸性質、等を検討する際の基礎として利用できるものと考えられる。

2. 判断表の意味に関する新しい考え方

本章で、判断表が表わす意味に関する King と Johnson の考え方を紹介し、併せて、判断表の従来からの解釈法における不備を指摘する。

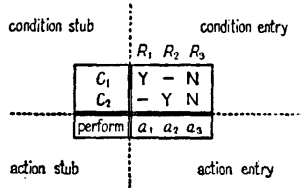


Fig. 1 An illustrative example.

まず、判断表の用語を述べておく。Fig. 1 に判断表の例を示す。Fig. 1 の判断表において、水平方向の二重線で分けられた上側を条件部、下側をアクション部と呼ぶ。また、垂直方向の二重線で分けられた左側をスタブ、右側をエントリと呼ぶ。二重線で分けられた4部分を、Fig. 1 上に示すように、条件スタブ、条件エントリ、アクションスタブ、アクションエントリと呼ぶ。また、エントリにおける縦1列をルールと呼ぶ。Fig. 1 には3つのルール R_1, R_2, R_3 がある。条件エントリに書かれた記号YはYesを、NはNoを、-はYes又はNo(すなわちdon't care)を表わす。判断表全体が表わす意味については、以下の2.1, 2.2で述べる。

2.1 King と Johnson の考え方

Fig. 1 の判断表は、 c_1 と c_2 が共に真のときルール R_1 と R_2 の両者を満足する。このように条件の真偽に関する1つの組合せが、同時に複数個のルールを満足する状況を、かつては論理があいまい(ambiguous)であると称し誤りとして扱っていた^{7),20)}。つまり、判断表においては、もし満たされるルールが存在するならばそれは常に唯一でなければならないという約束(これを単一ルールの約束と呼ぶことにする)が採用されていた。

King と Johnson⁹⁾ は Fig. 2 を例示しつつ、単一

month-no	GE	1		N	-	-	Y
month-no	LE	12		-	N	-	Y
day-no	GE	1		-	-	N	-
day-no	LE	day-in (month-no)		-	-	-	N
report error number				1	2	3	4

Fig. 2 An example.

ルールの約束は一般的でないことを示している。Fig. 2 は m 月 d 日というデータを入力し、 m と d の値を点検する例である。データによっては複数のルールが満たされるから、複数のエラー番号が報告される。ただし、満たされた複数のルールに対応する複数のアクションの実行のされ方は、一般に、判断表が用いられた目的に依存するため、文献8)では特に定めてはいない。Fig. 2 と同じ論理を単一ルールの約束に基づく判断表で記述することは不可能ではない。しかし、ルール数が増大し、Fig. 2 よりわかりにくく、論理の検証がしにくくなるであろう。むしろこのような例はFig. 2 に限らず数多く存在する。このように多重のルールが満たされることを認める考え方の方が、判断表にとってはより一般的である、というのが King と Johnson の考え方である。本論文もこの考え方に基づいて議論を進める。

2.2 「~のとき」と「~のときまたそのときのみ」

Fig. 1 の論理を言葉で表わしたものに

$$(*) \begin{cases} R_1: c_1 \text{ が真のとき } a_1 \text{ を実行する。} \\ R_2: c_2 \text{ が真のとき } a_2 \text{ を実行する。} \\ R_3: c_1 \text{ が偽かつ } c_2 \text{ が偽のとき } a_3 \text{ を実行する。} \end{cases}$$

がある。これが判断表に関して従来から採られてきた、言葉による Fig. 1 の解釈である(例えば文献 21 の p. 300)。結論を先に述べる。(*)は不完全である Fig. 1 が表わす論理は次の(**)である。

$$(**) \begin{cases} R_1: c_1 \text{ が真のときまたそのときのみ } a_1 \text{ を実行する。} \\ R_2: c_2 \text{ が真のときまたそのときのみ } a_2 \text{ を実行する。} \\ R_3: c_1 \text{ が偽かつ } c_2 \text{ が偽のときまたそのときのみ } a_3 \text{ を実行する。} \end{cases}$$

理由は以下の通り。Fig. 1 の論理を流れ図で表わしたものに Fig. 3(次頁参照)がある。Fig. 3 が Fig. 1 と等しい論理を表現しているということは従来通りの一般的な解釈であって、これには何ら疑義は存在しない。そして、Fig. 3 の論理は(**)の論理を表わし、逆に(**)の論理は Fig. 3 の論理を表わしている。一方、Fig. 3 は(*)の論理も表わしている。しかし、(*)の論理を表わす流れ図は Fig. 3 だけではない。他の例として Fig. 4(次頁参照)がある。Fig. 3 と Fig. 4 は明らかに異なる。従って、Fig. 1 の論理を表わすものとして従来より記述されてきた(*)のような表現には、重大な不備が存在していることが明らかである。

(*)は、アクション実行の十分条件を述べているに過ぎない。しかし、判断表は(**)に示すように、アク

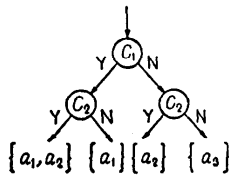


Fig. 3 Flowchart for Fig. 1.

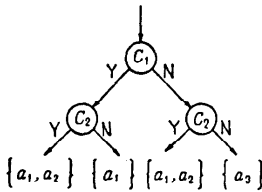


Fig. 4 An example.

ション実行の必要十分条件を表わしていたのである。

3. 判断表の形式化

本章ではブール代数に基づいて、判断表を形式化する。条件部の記述形式が Fig. 1, 2 とは異なる判断表の例を Fig. 5 に示す。Fig. 5 中の条件 A, E, Q, R の一部として条件スタブに記入された A, E, Q, や、条件エントリに記入された R を、本論文では部分関係式と呼び、 c_1 や c_2 を関係式と呼ぶことにする。またこの両者を条件式と総称する。条件スタブに關係式が記入された行のエントリは限定記入行と呼ばれ、その行に記入できる記号は {Y, N, -} のいずれかに限定されている。条件スタブに部分關係式が記入された行は拡張記入行と呼ばれ、その行には {部分關係式, -} のいずれかが記入できる。限定記入行だけから成る判断表を限定記入判断表、拡張記入行だけから成る判断表を拡張記入判断表という。Fig. 5 のように限定記入行と拡張記入行の両者が混合した判断表は混合記入判断表と呼ばれる。

c_1	Y	Y	Y	Y	-	N	N
c_2	Y	Y	Y	Y	N	-	N
A, E, Q, R	S	-	S	-	-	-	-
perform	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7

Fig. 5 An illustrative example of mixed entry decision table.

以後の議論は混合記入判断表について行われる。従って、限定記入、拡張記入判断表に関する性質も含まれている。

〔定義 1〕 条件スタブ中の条件式の集合を

* 有限集合 S の元の数を #S で表わす。

$$C = \{c_1, c_2, \dots, c_N\},$$

また、アクションの集合を

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_M\}$$

と表わす。ただし C と A の元の添数は条件エントリのそれぞれ行と列の番号に対応させる。この添数集合を、

$$S_C = \{1, 2, \dots, N\},$$

$$S_A = \{1, 2, \dots, M\}$$

と表わす。

〔定義 2〕 (i) e_{ij} は条件エントリの i 行 j 列要素を表わす。

(ii) i 行が拡張記入行の場合、2つの部分關係式 c_i と e_{ij} ($\neq -$) の連結 $c_i e_{ij}$ もまた關係式と呼ぶ。 i 行目のすべての連結の集合を

$$E_i = \{c_i e_{ij} | e_{ij} \neq -, j \in S_A\}$$

と置く。

〔例 1〕 Fig. 5 では $E_3 = \{A, E, Q, R, A, E, Q, S\}$ 。

〔定義 3〕 $i \in S_C$ とする。

$$C_i = \begin{cases} \{c_i\} \dots i \text{ 行が限定記入行のとき,} \\ E_i \dots i \text{ 行が拡張記入行のとき.} \end{cases}$$

〔定義 4〕 $C_i = \{x_1, \dots, x_n\}$, $i \in S_C$, と置くとき、關係式 x_1, \dots, x_n から生成される自由ブール代数 (free Boolean algebra) $X_i = \langle X_i; -, +, \cdot \rangle$ を次のように定める。

- (i) $x \in C_i$ ならば $x \in X_i$,
- (ii) $x \in X_i$ ならば $\bar{x} \in X_i$,
- (iii) $x, y \in X_i$ ならば $x \cdot y \in X_i$,
- (iv) $x, y \in X_i$ ならば $x + y \in X_i$,
- (v) (i) ~ (iv) で与えられるものだけが X_i の元。

ただし、演算 $+$, \cdot , 及び $\bar{}$ は、ブール代数における加算、乗算及び補元をとる演算を表わすものとする。

また任意の $x \in X_i$ に対して、

$$I_i = x + \bar{x},$$

$$O_i = x \cdot \bar{x}$$

と表わす。 I_i は最大元、 O_i は最小元である。また $x \cdot y$ を xy と略記することもある。

〔補注〕 定義 4 では再帰的定義を行っているので、 $\#C_i^*$ が有限のときでも、 X_i の元は有限でないようにみえる。しかし演算 $+$, \cdot , $\bar{}$ がブール代数の演算であるため、例えば $x, x \cdot x + x, \bar{x}$ 等は同一の元とみなすものとする。

〔例 2〕 Fig. 5 では $C_1 = \{c_1\}$, $C_2 = \{c_2\}$, $C_3 = \{A, E, Q, R, A, E, Q, S\}$ 。 $C_i = \{x\}$ の場合 $X_i = \{O_i, x, \bar{x}, I_i\}$ 。 $C_i = \{x, y\}$ の場合 $X_i = \{O_i, xy, x\bar{y}, \bar{x}y, \bar{x}\bar{y}, x, I_i\}$ 。

$y, \bar{x}, \bar{y}, xy + \bar{x}\bar{y}, x\bar{y} + \bar{x}y, x+y, x+\bar{y}, \bar{x}+y, \bar{x}+\bar{y}, I_i\}$.

次の命題が知られている²²⁾.

〔命題 1〕 $n=2^{\#C_i}$ と置くと、 $\#X_i=2^n$.

〔定義 5〕 $i \in S_C, j \in S_A$ とする. このとき,

(i) i 行が限定記入行ならば

$$r_{ij} = \begin{cases} I_i \cdots e_{ij} = - \text{ のとき,} \\ c_1 \cdots e_{ij} = Y \text{ のとき,} \\ \bar{c}_1 \cdots e_{ij} = N \text{ のとき,} \end{cases}$$

と置き, i 行が拡張記入行ならば

$$r_{ij} = \begin{cases} I_i \cdots e_{ij} = - \text{ のとき,} \\ c_1 e_{ij} \cdots e_{ij} \neq - \text{ のとき,} \end{cases}$$

と置く.

(ii) $r_j = (r_{1j}, r_{2j}, \dots, r_{Nj})$,

$$R = \{r_j \mid j \in S_A\}.$$

〔補注〕 r_j の添数 j は判断表の列番号に対応している.

〔例 3〕 Fig. 5 では $r_1 = (c_1, c_2, A, EQ, R)$, $r_5 = (I_1, \bar{c}_2, I_3)$.

〔定義 6〕 自由ブール代数 X_1, X_2, \dots, X_N の直積 χ を次のように定める.

(i) $\chi = \langle \chi; -, +, \cdot \rangle$, ここに

$$\chi = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_N.$$

(ii) $x = (x_1, \dots, x_N), y = (y_1, \dots, y_N) \in \chi$ とするとき,

$$x \cdot y = (x_1 \cdot y_1, x_2 \cdot y_2, \dots, x_N \cdot y_N),$$

$$x + y = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_N + y_N),$$

$$\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_N).$$

$x \cdot y$ を xy と略記することもある.

(iii) $I = (I_1, I_2, \dots, I_N)$,

$$O = (O_1, O_2, \dots, O_N).$$

このとき次の命題が成立する.

〔命題 2〕 代数系 $\chi = \langle \chi; -, +, \cdot \rangle$ は, I を最大元, O を最小元とするブール代数である.

〔補題 3〕 R は χ の真部分集合である.

〔証明〕 定義 5, 定義 6 から明らか. □

〔定義 7〕 $B = \{0, 1\}$ とする. 代数系 $B = \langle B; -, +, \cdot \rangle$ の演算 $-, +, \cdot$ を次のように定める.

$$1+1=1, \quad 1 \cdot 1=1, \quad \bar{1}=0,$$

$$1+0=1, \quad 1 \cdot 0=0, \quad \bar{0}=1,$$

$$0+1=1, \quad 0 \cdot 1=0,$$

$$0+0=0, \quad 0 \cdot 0=0.$$

〔命題 4〕 代数系 B は 1 を最大元, 0 を最小元とするブール代数である.

〔定義 8〕 $x^{(1)}, \dots, x^{(n)} \in C_i$ (ただし $n = \#C_i$) から生成される自由ブール代数 X_i の任意の元 x_i をブール多項式と呼び,

$$x_i = f(x^{(1)}, \dots, x^{(n)})$$

と表わす. このときブール関数 F_i は,

$$F_i: X_i \times B^{\#C_i} \rightarrow B$$

なる写像で次のように定められる. すなわち,

$$b_i = (b^{(1)}, \dots, b^{(n)}) \in B^{\#C_i}$$

とするとき

$$F_i(x_i, b_i) = f(b^{(1)}, \dots, b^{(n)})$$

つまり, ブール多項式 f の $x^{(j)}$ に $b^{(j)}$ を代入し ($j = 1, \dots, n$), B 上の演算を施したものが F_i の値である.

〔定義 9〕 $x_i \in X_i, b_i \in B^{\#C_i}$ とする. このとき, $F_i(x_i, b_i) = 1 (0)$ のとき, b_i に関して x_i は真(偽), という. また, $F_i(x_i, b_i) = 1 (0)$ なる b_i が存在するとき, x_i が真(偽)となる b_i が存在するという.

〔定義 10〕 $\mathcal{B} = B^{\#C_1} \times \dots \times B^{\#C_N}$ と置き, $x = (x_1, \dots, x_N) \in \chi$ とする. このとき,

(i) すべての $i \in S_C$ に対して $F_i(x_i, b_i) = 1$ のとき, $b = (b_1, \dots, b_N)$ に関して x は真, という. また, 上記のような $b \in \mathcal{B}$ が存在するとき, x が真となる $b \in \mathcal{B}$ が存在するという.

(ii) $F_i(x_i, b_i) = 0$ なる $i \in S_C$ が存在するとき, $b = (b_1, \dots, b_N)$ に関して x は偽, という. また, 上記のような $b \in \mathcal{B}$ が存在するとき, x が偽となる $b \in \mathcal{B}$ が存在するという.

〔定義 11〕 判断表 T は三組 $T = \langle C, \mathcal{A}, \mathcal{R} \rangle$ である. ここに,

$$(1) C = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_N,$$

$$(2) \mathcal{A} = A = \{a_1, a_2, \dots, a_M\},$$

$$(3) \mathcal{R} = \{\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_M\}; \text{ 実行規則の有限集合,}$$

(3.1) $r_j \in \mathcal{R}$ とするとき Γ_j は, 任意の $b \in \mathcal{B}$ に関して, 「 r_j が真のときまたそのときのみ a_j を実行する」を表わす. ただし上記は $M \neq 0 \neq N$ の場合である. $M \neq 0 = N$ の場合は無条件に A が実行*される. $M = 0$ のときは無条件に ϕ (空集合) が実行**される.

(3.2) 任意の $b \in \mathcal{B}$ に関して, r_i, r_j, \dots, r_k (i, j, \dots, k はすべて相異なる) が共に真になることも

* 「 A が実行される」とは, 集合 A のすべての元が実行の対象として選ばれたことを意味するものとする. しかし, 実際に実行されるのが A のすべての元なのか, A のある特定の元なのか, どの元も実行せずにエラーメッセージを印刷するのか, あるいは又, A の複数個の元が実行される場合にはどの順番に実行するのか, 等の A の元の実行のされ方については本論文では定めぬものとする.

** つまり何も実行されない.

許されている。この場合には集合 $\{a_i, a_j, \dots, a_k\}$ が実行*される。

(3.3) r_j の任意の座標 r_{ij} は、 $i \in S_C, j \in S_A$ によって一意に定められている。これを、集合 \mathcal{B} は $C \times A$ に制限されている、と呼ぶことにする。

〔補注〕 定義 11 の (3.1) は 2.2 の議論に、(3.2) は 2.1 の議論に基づいている。

4. 判断表の基本的な性質

判断表のルール間の基本的な関係、アクション実行に関する基本的な性質を導く。

4.1 X_i 上の基本性質

4.1 を通じて $i \in S_C$ とする。

〔補題 5〕 $x, y \in X_i, \mathbf{b} \in B^{\#C_i}$ とする。

- (i) $F_i(\bar{x}, \mathbf{b}) = \overline{F_i(x, \mathbf{b})}$
- (ii) $F_i(x \cdot y, \mathbf{b}) = F_i(x, \mathbf{b}) \cdot F_i(y, \mathbf{b})$
- (iii) $F_i(x + y, \mathbf{b}) = F_i(x, \mathbf{b}) + F_i(y, \mathbf{b})$

(証明の方針) $n = \#C_i$ とする。 $x = f(x^{(1)}, \dots, x^{(n)})$ 及び $y = g(x^{(1)}, \dots, x^{(n)})$ を標準形 (例えば文献 22 の p. 57) で書き換える。以下略す。 ☒

〔系 6〕 $x, y \in X_i$ のとき、任意の $\mathbf{b} \in B^{\#C_i}$ に関して、

- (i) x が真 $\Leftrightarrow \bar{x}$ が偽、
- (ii) $x \cdot y$ が真 $\Leftrightarrow x$ が真かつ y が真、
- (iii) $x + y$ が真 $\Leftrightarrow x$ が真又は y が真。

〔定義 12〕 $x, y \in X_i$ とする。

$$x \leq y \Leftrightarrow x \cdot y = x \Leftrightarrow x + y = y.$$

〔命題 7〕 \leq は X_i における半順序関係である。

4.2 χ 上の基本性質

〔定義 13〕 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N) \in \chi, \mathbf{y} = (y_1, \dots, y_N) \in \chi$ とする。このとき、

$$\mathbf{x} \leq \mathbf{y} \Leftrightarrow \forall i \in S_C, x_i \leq y_i.$$

〔命題 8〕 $\mathbf{x} \leq \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{x} \Leftrightarrow \mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y}.$

〔命題 9〕 \leq は χ における半順序関係である。

〔定義 14〕 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N) \in \chi$ とする。

$$\chi_r = \{\mathbf{x} \in \chi \mid \forall i \in S_C, x_i \neq 0_i\},$$

$$\chi_0 = \{\mathbf{x} \in \chi \mid \exists i \in S_C, x_i = 0_i\}.$$

次の補題は定義から明らかである。

〔補題 10〕 $\chi = \chi_r \cup \chi_0, \chi_r \cap \chi_0 = \phi.$

〔定理 11〕 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \chi$ とする。このとき \mathbf{x} と \mathbf{y} は次

に述べる (i)~(v) の関係の必ずいずれか 1 つにある。すなわち、 $\mathbf{z} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$ と置くと、

- (i) $\mathbf{x} = \mathbf{z} = \mathbf{y}$ の場合；すなわち $\mathbf{x} = \mathbf{y}$ の場合。
 - (ii) $\mathbf{x} = \mathbf{z} \neq \mathbf{y}$ の場合；この関係を $\mathbf{x} < \mathbf{y}$ または $\mathbf{y} > \mathbf{x}$ と表わすことにする。
 - (iii) $\mathbf{x} \neq \mathbf{z} = \mathbf{y}$ の場合；
 - (iv) $\mathbf{x} \neq \mathbf{z} \neq \mathbf{y}$ かつ $\mathbf{z} \in \chi_r$ の場合；この関係を \mathbf{x} と \mathbf{y} は互に独立 (mutually independent) と呼ぶことにする。
 - (v) $\mathbf{x} \neq \mathbf{z} \neq \mathbf{y}$ かつ $\mathbf{z} \notin \chi_r$ の場合；この関係を \mathbf{x} と \mathbf{y} とは排反 (exclusive) と呼ぶことにする。
- (証明) 略す。 ☒

〔例 4〕 Fig. 5 の場合。 $r_2 = r_4, r_1 < r_3, r_2 < r_3, r_4 < r_3, r_5 > r_7, r_6 > r_7$ 。互に独立なのは、 r_1 と r_2, r_1 と r_4, r_5 と r_6 。排反なのは $\{r_1, r_2, r_3, r_4\}$ の元と $\{r_5, r_6, r_7\}$ の元。

〔定理 12〕 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \chi$ とするとき、任意の $\mathbf{b} \in \mathcal{B}$ に関して、

- (i) $\mathbf{x} = \mathbf{y} \Leftrightarrow (\mathbf{x}$ が真 $\Leftrightarrow \mathbf{y}$ が真)**、
- (ii) $\mathbf{x} < \mathbf{y} \Leftrightarrow (\mathbf{x}$ が真 $\Rightarrow \mathbf{y}$ が真)***、
- (iii) \mathbf{x} と \mathbf{y} とが排反 $\Leftrightarrow (\mathbf{x}$ が真 $\Rightarrow \mathbf{y}$ が偽)****、
- (iv) $\mathbf{x} \leq \mathbf{y} \Leftrightarrow (\mathbf{x}$ が真 $\Rightarrow \mathbf{y}$ が真)***。

(証明) 付録 A 参照。 ☒

〔例 5〕 例 4 参照。定理 15 の例で、関連した話題を扱う。

〔定理 13〕 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \chi, \mathbf{x}$ と \mathbf{y} は互に独立とする。

- (i) \mathbf{x} が真かつ \mathbf{y} が真となる $\mathbf{b} \in \mathcal{B}$ が存在する。
- (ii) \mathbf{x} が真かつ \mathbf{y} が偽となる $\mathbf{b} \in \mathcal{B}$ が存在する。
- (iii) \mathbf{x} が偽かつ \mathbf{y} が真となる $\mathbf{b} \in \mathcal{B}$ が存在する。
- (iv) \mathbf{x} が偽かつ \mathbf{y} が偽となる $\mathbf{b} \in \mathcal{B}$ が存在する。

(証明) 付録 B 参照。 ☒

〔補注〕 定理 13 から、 \mathbf{x} と \mathbf{y} が独立の場合は、 \mathbf{x} が真(偽)であっても、 \mathbf{y} の真偽は一意に定まらないことがわかる。この意味で互に独立と呼ぶことにした。

〔定理 14〕 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \chi$ とする。このとき、 \mathbf{x} と \mathbf{y} とは排反でない $\Leftrightarrow \mathbf{x}$ が真かつ \mathbf{y} が真となる $\mathbf{b} \in \mathcal{B}$ が存在する。

(証明) 定理 11 から、排反でないのは、 $\mathbf{x} = \mathbf{y}$ 又は $\mathbf{x} < \mathbf{y}$ 又は $\mathbf{x} > \mathbf{y}$ 又は \mathbf{x} と \mathbf{y} は互に独立、のいずれかである。そのいずれの場合にも、 \mathbf{x} が真かつ \mathbf{y} が真となる $\mathbf{b} \in \mathcal{B}$ の存在することが、定理 12, 13 から明らか。逆も定理 11, 12, 13 から明らか。 ☒

〔補注〕 \mathbf{x} と \mathbf{y} とが排反でない場合には独立の場合も含まれるから、 \mathbf{x} が真かつ \mathbf{y} が真、の他に、 \mathbf{x} が真

* 前頁脚注* と同様、 $\{a_i, a_j, \dots, a_k\}$ の元の実行のされ方については、本論文では定めない。
 ** (\mathbf{y} が偽 $\Leftrightarrow \mathbf{x}$ が偽) も成立する。
 *** (\mathbf{y} が偽 $\Rightarrow \mathbf{x}$ が偽) も成立する。
 **** (\mathbf{y} が真 $\Rightarrow \mathbf{x}$ が偽) も成立する。

かつ y が偽, x が偽かつ y が真, x が偽かつ y が偽, の場合も含まれている。

〔定義 15〕 $x, y \in \chi$ とする. x と y が互に従属 (mutually dependent) とは, x と y が互に独立でないこと, すなわち, $x=y$ 又は $x < y$ 又は $x > y$ 又は x と y とは排反, のいずれかをいう。

〔補注〕 判断表の関係式又はルールに関する dependent や independent 又は exclusive という用語は, 文献 21), 24), 25) など非形式的に用いられ, 文献 2), 26) でやや形式的に述べられているが, 1つの体系の中に形式的かつ厳密に位置づけられたのは, 本論文が最初である。

4.3 アクション実行の基本性質

〔定理 15〕 $r_i, r_j \in R$ とする.

- (i) $r_i = r_j \Rightarrow a_i$ が実行されるならば a_j が実行され, a_j が実行されるならば a_i が実行される*.
- (ii) $r_i < r_j \Rightarrow a_i$ が実行されるならば a_j が実行される**.
- (iii) r_i と r_j とは排反 $\Leftrightarrow a_i$ が実行されるならば a_j は実行されない***.
- (iv) $r_i \leq r_j \Rightarrow a_i$ が実行されるならば a_j が実行される**.

〔証明〕 定義 11 (3.1) と定理 12 から明らか. □

〔補注〕 定義 11 の (3.1) がアクション実行の必要十分条件を述べていることから, 定理 15 の (i) (iii) (iv) で “ \Leftrightarrow ” が成立している. 2.2 の議論は本定理以後で生きてくる。

〔例 6〕 Fig. 5 の論理を流れ図で表わすと Fig. 6 が得られる. 例 4 で述べた各 r_i と r_j の組に対して, 定理 15 の (i) ~ (iv) 及び 定理 13 の成立していることが Fig. 6 上から確認できる。

〔定理 16〕 $r_i, r_j \in R$ とする. このとき,

$r_i r_j \in \chi_r \Leftrightarrow a_i$ が実行され, かつ, a_j が実行されることがある。

〔証明〕 $r_i, r_j \in R$ から, r_i と r_j は共に χ_r の元と考えてよい. 従ってこの場合には, 「 $r_i r_j \in \chi_r$ 」と「 r_i と r_j とは排反でない」とは同値である (定理 11). このことと定理 14, 定義 11 の (3.1) から明らか. □

* a_j が実行されないならば a_i が実行されず, a_i が実行されないならば a_j が実行されない, も成立.
 ** a_j が実行されないならば a_i が実行されない, も成立.
 *** a_j が実行されるならば a_i が実行されない, も成立.
 **** 本論文では, 判断表におけるアクションの実行のされ方を特に定めてはいない. 文献 13) では, 実行の対象として選ばれたすべてのアクションを左から右の順に実行している. 本論文の判断表と文献 13) の decision grid chart が異なるのはこの点だけである.

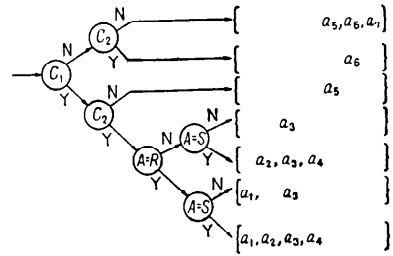


Fig. 6 Flowchart expressing the same algorithm as that of Fig. 5.

〔補注〕 定理 14 の補注と同様にして, $r_i r_j \in \chi_r$ の場合には「 a_i が実行され, かつ, a_j が実行される」の他に, 「 a_i が実行され, かつ, a_j が実行されない」, 「 a_i が実行されず, かつ, a_j が実行される」, 「 a_i が実行されず, かつ, a_j が実行されない」の各場合も含まれている。

5. むすび

本論文では以下の点を議論した. (1) King と Johnson の新しい考え方を取入れた. (2) 判断表がアクション実行の必要十分条件を表わしていることを指摘した. (3) ブール代数に基づいて判断表を形式化した. (4) 従来, 非形式的に論じられてきた諸概念を理論体系上に位置づけた. (5) ルール間における基本性質とアクション実行に関する基本性質を導いた.

このうち (3) の形式化は decision grid chart の場合における文献 13) の議論を参考にしている. これは本論文の判断表と, 13) の decision grid chart との間に本質的な差はなく, ほとんど同一****であることがわかったからである. また (5) の基本性質は, 一部分 (定理 11 と 15) が文献 13) にも述べられている. しかし本論文は 13) の理論構成や考え方のいくつかの不備を補い, 13) における論旨の飛躍を厳密化している. また, 判断表に関して, しかも限定記入・拡張記入・混合記入の各判断表を含めて, 厳密な体系化を行ったのは本論文が最初である.

本論文の理論モデルや諸結果は, 理論としての意義と共に, まえがきに述べたような諸問題の検討に利用できるであろう. 代数系 χ が自由ブール代数として本論文の守備範囲を越える“大きさ”で定義されているのは, このような今後の利用を考慮したからである. なお, 今後に残された問題の具体例として, 判断表が complete²⁾ であるための必要十分条件や, 判断表の存

在問題などがある。

参考文献

- 1) 情報処理学会編: 情報処理ハンドブック, オーム社 (1972).
- 2) Pollack et al.: Decision Tables: Theory and Practice, John Wiley & Son (1971).
- 3) Low: Programming by Questionnaire: An Effective Way to Use Decision Tables, C. ACM, Vol. 16, No. 5 (May 1973), など.
- 4) Pooch: Translation of Decision Tables, ACM Computing Surveys, Vol. 6, No. 2 (June 1974).
- 5) Schmacher & Sevcik: The Synthetic Approach to Decision Table Conversion, C. ACM, Vol. 19, No. 6 (June 1976).
- 6) Yasui: Some Aspects of Decision Table Conversion Techniques, SIGPLAN Notices, Vol. 16, No. 8 (Sept. 1971).
- 7) King: Ambiguity in Limited Entry Decision Tables, C. ACM, Vol. 11, No. 10 (Oct. 1968).
- 8) King & Johnson: Some Comments on the Use of Ambiguous Decision Tables and Their Conversion to Computer Programs, C. ACM, Vol. 16, No. 5 (May 1973).
- 9) Cavouras: On the Conversion of Programs to Decision Tables, C. ACM, Vol. 17, No. 8 (Aug. 1974).
- 10) 守屋, 平松: デシジョンテーブルによるプログラムの自動ドキュメンテーション, 情報処理, Vol. 17, No. 9 (Sept. 1976).
- 11) Strunz: The Development of Decision Tables via Parsing of Complex Decision Situations, C. ACM, Vol. 16, No. 6 (June 1973).
- 12) 守屋, 平松: Decision Grid Chart のあいまいさとループの表現について, 情報処理, Vol. 18, No. 1 (Jan. 1977).
- 13) 守屋: 混合エントリ Decision Grid Chart のループの性質と変換アルゴリズム, 電子通信学会誌, Vol. 60D, No. 5 (May 1977).
- 14) 守屋: 混合エントリ Decision Grid Chart の解釈実行アルゴリズム, 電子通信学会誌投稿中.
- 15) 守屋, 平松: 表言語とその処理法, 情報処理, Vol. 13, No. 1 (Jan. 1972).
- 16) 守屋: 流れ表: 論理構造を表形式に記述する新手法(1), 電子通信学会・オートマトンと言語研究会, AL 76-38 (Sept. 1976).
- 17) 守屋: 流れ表: 論理構造を表形式に記述する新手法(2), 情報処理投稿中.
- 18) Tamura: Formalized Decision Tables, IBM Los Angeles Scientific Center Reports, No. G 320-2678 (April 1976).
- 19) Reinwald et al.: Conversion of Limited-Entry Decision Tables to Optimal Computer Programs I, II: J. ACM, Vol. 13, No. 3 (July 1966); J. ACM, Vol. 14, No. 3 (April 1967), など.
- 20) Muthkrishnan et al.: On the Conversion of Decision Tables to Computer Programs, C. ACM, Vol. 13, No. 6 (June 1970).
- 21) King & Johnson: The Conversion of Decision Tables to Sequential Testing Procedures, The Computer Journal, Vol. 18, No. 4 (April 1975).
- 22) Harrison: Introduction to Switching and Automata Theory, McGraw-Hill (1965).
- 23) 野崎: スイッチング理論, 共立出版, p. 49 (1972).
- 24) Veinott: Programming Decision Tables in FORTRAN, COBOL or ALGOL, C. ACM Vol. 19, No. 1 (Jan. 1966).
- 25) Buckerfield: A Technique for the Construction and Use of A Generalized Information Table, Proc. of the IFIPS Congress 68, pp. 395-403.
- 26) King: The Interpretation of Limited Entry Decision Table Format and Relationships Among Conditions, The Computer Journal, Vol. 12 (1969).



付録

定理 12, 13 の証明に先立ち次の性質を述べておく。

〔性質 A 1〕 $x \neq O_i$ なら $x \in X_i$ が真となる $b_i \in B_i^{c_i}$ が存在する。(証明略) □

〔性質 A 2〕 $x \in \chi_i$ が真となる $b \in \mathcal{B}$ が存在する。

(証明) 性質 A1, 定義 10, 定義 14 から明らか。 □

〔性質 A 3〕²³⁾ $a, b, x \in X_i (i \in S_c)$ とする。

このとき, $ax = b \Leftrightarrow a + \bar{b} = I_i$ かつ $x = b + \bar{a}u$, ここに $u \in X_i$.

A. 定理 12 の証明

以下で $\forall i$ 及び $\exists i$ はそれぞれ $\forall i \in S_c$ 及び $\exists i \in S_c$ を表すものとする。また以下において, X_i のある元 x に関する「 x が真(偽)」なる文は, 「 b_i に関して x が真(偽)」なる文を略記したものである。ここに $b_i \in B_i^{c_i}$ である。同様に, χ のある元 x に関する「 x が真(偽)」なる文は, 「 $b = (b_1, \dots, b_N)$ に関して x が真(偽)」なる文を略記したものである。 $x = (x_1, \dots, x_N)$, $y = (y_1, \dots, y_N)$ と置く。

(i) の証明. $x = y \Leftrightarrow xy = x$ かつ $xy = y \Leftrightarrow \forall i (x_i y_i = x_i)$ かつ $\forall i (x_i y_i = y_i) \Rightarrow \forall i (x_i \text{ が真} \Rightarrow \forall i y_i \text{ が真})$ (6系より) $\Rightarrow (\forall i (x_i \text{ が真}) \Rightarrow \forall i (y_i \text{ が真})) \Rightarrow (x \text{ が真} \Rightarrow y \text{ が真})$ (定義 10 より). 逆に, $(x \text{ が真} \Rightarrow y \text{ が真})$ が成立するとき $x \neq y$ と仮定してみる。 $x \neq y \Leftrightarrow \textcircled{1} x < y$

又は② $x > y$ 又は③ x と y 又は独立は④ x と y とは排反, である (定理 11). ① $x < y$ の場合. $x < y \Leftrightarrow xy = x$ かつ $x \neq y \Rightarrow \forall i(x_i y_i = x_i)$ かつ $\exists i(x_i \neq y_i) \Leftrightarrow \forall i(y_i = x_i + \bar{x}_i u, u \in X_i)$ かつ $\exists i(x_i \neq y_i)$ (性質 A 3 より) $\Rightarrow \forall i(y_i$ が真 $\Leftrightarrow x_i$ が真, 又は, x_i が偽かつ u が真) (系 6 より). これは前提の (x が真 $\Leftrightarrow y$ が真) と矛盾する. 従って $x < y$ でない. 同様にして② $x > y$, ③ x と y は独立, ④ x と y とは排反, のいずれでもない. 従って, $(x$ と y が真) $\Leftrightarrow x = y$.

(ii) の証明. $x < y \Leftrightarrow xy = x$ かつ $x \neq y \Rightarrow \forall i(x_i y_i = x_i)$ かつ $\exists i(x_i \neq y_i) \Rightarrow \forall i(x_i$ が真 $\Rightarrow y_i$ が真) (系 6 より) $\Rightarrow (\forall i(x_i$ が真) $\Rightarrow \forall i(y_i$ が真)) $\Rightarrow (x$ が真 $\Rightarrow y$ が真) (定義 10 より).

(iii) の証明. x と y とは排反 $\Leftrightarrow x \neq xy \neq y$ かつ $xy \notin \chi_r \Rightarrow \exists i(x_i \neq x_i y_i \neq y_i)$ かつ $\exists i(x_i y_i = O_i) \Rightarrow \exists i(x_i = \bar{y}_i u, u \in X_i)$ (性質 A 3 より) $\Rightarrow \exists i(x_i$ が真 $\Rightarrow y_i$ が偽) (系 6 より) $\Rightarrow (x$ が真 $\Rightarrow y$ が偽) (定義 10 より). 逆は (i) と同様にして証明できる.

(iv) の証明. (i) (ii) から明らか. □

B. 定理 13 の証明

$x = (x_1, \dots, x_N)$, $y = (y_1, \dots, y_N)$, $z = xy = (z_1, \dots, z_N)$ と置く. $z_i = x_i y_i (i \in S_c)$ である.

(i) の証明. 独立の定義 $\Rightarrow z \in \chi_r \Rightarrow z$ が真となる $b \in \mathcal{B}$ が存在する (性質 A 2). 一方, $z = xy$ かつ x と y は互に独立 $\Rightarrow z < x$ かつ $z < y$. 従って上記 b に関して, z が真 $\Rightarrow x$ が真かつ y が真 (定理 12 (ii) より).

(ii) の証明. (i) の証明 $\Rightarrow x > z \Rightarrow \exists i \in S_c, x_i > z_i$. ここで $z'_i = x_i \bar{y}_i$ と置けば $z'_i \neq O_i$ である. なぜならば, $O_i = x_i \bar{y}_i \Leftrightarrow x_i = y_i u, u \in X_i$ (性質 A 3) $\Rightarrow z_i = x_i y_i = x_i$ となって $x_i > z_i$ に矛盾する. $z'_i \neq O_i$ から z'_i が真となる $b_i \in B^{*c_i}$ が存在する (性質 A 1). $z'_i = x_i \bar{y}_i$ から, b_i に関して, z'_i が真 $\Rightarrow x_i$ が真かつ y_i が偽 (系 6), となる. また $z' = (z_1, \dots, z_{i-1}, z'_i,$

$z_{i+1}, \dots, z_N)$ と置くと, $z' \in \chi_r$. 従って z' が真となる $b = (\dots, b_i, \dots) \in \mathcal{B}$ が存在する (性質 A 2). 従って, b に関して, z' が真 $\Rightarrow x$ が真かつ y が偽 (定義 10).

(iii) の証明. (i) の証明 $\Rightarrow y > z \Rightarrow \exists j \in S_c, y_j > z_j$. (ii) と同様に $z''_j = \bar{x}_j y_j, z'' = (z_1, \dots, z_{j-1}, z''_j, z_{j+1}, \dots, z_N)$ と置けばよい. 以下 (ii) と同様.

(iv) の証明. (ii) の z'_i , (iii) の z''_j を用いる. $i \neq j$ のとき (一例として $i < j$ とする), $z''' = (z_1, \dots, z_{i-1}, z'_i, z_{i+1}, \dots, z_{j-1}, z''_j, z_{j+1}, \dots, z_N)$ と置けば (ii) (iii) と同様にして, z''' が真 $\Rightarrow x$ が偽かつ y が偽, となる $b \in \mathcal{B}$ が存在する. $i = j$ のときは, $z'''_i = \bar{x}_i \bar{y}_i, z''' = (z_1, \dots, z_{i-1}, z'''_i, z_{i+1}, \dots, z_N)$ と置く. このとき z'''_i が真となる $b_i \in B^{*c_i}$ が存在する. その理由を以下に述べる. $\bar{x}_i \bar{y}_i = O_i$ と仮定する. $\bar{x}_i \bar{y}_i = O_i \Leftrightarrow \bar{x}_i = y_i u, u \in X_i$ (性質 A 3) $\Leftrightarrow x_i = \bar{y}_i + \bar{u} \Rightarrow z_i = x_i y_i = \bar{u} y_i$. 一方, この第 i ($= j$) 座標では (ii) (iii) の証明から $z_i < x_i, z_i < y_i$ である. さらに独立の仮定から $z_i \neq O_i$ である. 従って $z_i = \bar{u} y_i$ は, x_i, y_i, O_i のいずれとも等しくなってはならない. しかし u は X_i の任意の元だから, $\bar{u} y_i$ を x_i, y_i, O_i の各々に等しくなるように u を選ぶことが可能 (性質 A 3 から) であり, そのとき, $\bar{x}_i \bar{y}_i = O_i$ なる仮定は矛盾に導かれる. 従って, $\bar{x}_i \bar{y}_i \neq O_i$, 従って $z'''_i = \bar{x}_i \bar{y}_i$ が真となる $b_i \in B^{*c_i}$ が存在する (性質 A 1). 以上より z''' が真となる $b = (\dots, b_i, \dots) \in \mathcal{B}$ が存在する. また b_i に関して, $\bar{x}_i \bar{y}_i$ が真ならば x_i は偽かつ y_i は偽である (系 6). よって, b に関して, z''' が真 $\Rightarrow x$ が偽かつ y が偽, となる. □

謝辞 熱心な討論と貴重な示唆を頂いた, 本学, 平松啓二教授, 古東馨助教授, 博士課程斉藤剛氏に深謝する.

(昭和 51 年 12 月 22 日受付)

(昭和 52 年 9 月 5 日再受付)