テクニカルノート

類似性判断における変換群構造の効果について

天野 要[†] 岡野 大[†]
荒木 正人[†,☆] 小西 敏雄[††]

線形 2 値パターン対の類似性判断の実験を行って，パターン内変換群構造がパターン間変換群構造の認知の容易さ・明瞭さを介して類似性判断に影響していることを示す.

On the Effect of Transformational Group Structures in Similarity Judgments

Kaname Amano,[†] Dai Okano,[†] Masato Araki[†,☆]
and Toshio Konishi[††]

An experiment of similarity judgment of linear binary pattern pairs shows that intra-pattern transformational group structures affect the easiness and the clearness of inter-pattern transformational group structures, which causes the difference of rated similarities.

1. は じ め に

パターンの類似性判断は認知心理学の重要な研究課題であり，幾何学説（特に，Shepard[5] の多次元尺度構成法）や特徴照合説（特に，Tversky[6] の対比モデル）が広く知られている．近年では，Gentner ら[2] の構造整列説のように，対象の構造に着目した学説が注目を集めている．

今井の変換構造説[3] は対象の構造に着目した先駆的な学説の 1 つである．変換構造説では，人（認知系）は提示されたパターンに対していくつかの変換（認知的変換）を施し，相互変換可能性や不変性によって構造（変換構造）を認知し，この変換構造に基づいて認知判断を行うと考える．変換構造説の大きな特徴は類似性判断（パターン対の相対的な関係に関する認知判断）と良さ判断（パターンの個別的な性質に関する認知判断）というパターンに関する異質な認知判断に統合的な説明を与えることである．

変換群構造説[1),4)] は変換群を用いて変換構造説を再構成したものである．すなわち，類似性判断の変換群構造説では，認知的変換群による相互変換可能性でパターン対のパターン間変換群構造を定義し，このパターン間変換群構造に基づいて順序整合性の仮説と順序保存の仮説で類似度の大小の順序関係を予測する（単純化すれば，相互変換可能性の高いパターン対ほど似ている）．また，良さ判断の変換群構造説では，認知的変換群に対する不変性によって個々のパターンのパターン内変換群構造を定義し，このパターン内変換群構造に基づいて同じ 2 仮説でパターンの良さの大小の順序関係を予測する（単純化すれば，不変性の高いパターンほど良い）.

表 1 は線形 2 値パターン（楕円パターンと呼ばれる）対の類似性判断の実験結果である[☆☆]．結果は予測を支持している．しかし，同じパターン間変換群構造を持つパターン対の類似度には無視できない（しかも，規則的な）違いが見られる．本研究の目的はパターン間変換群構造の認知の容易さ・明瞭さに与えるパターン内変換群構造の効果という観点でその理由を説明することである.

† 愛媛大学工学部情報工学科
Department of Computer Science, Faculty of Engineering, Ehime University
†† 松山東雲女子大学人文学部国際文化学科
Department of Communication and Culture, Faculty of Humanities, Matsuyama Shinonome College
☆ 現在，デンソーテクノ株式会社
Presently with DENSOTECHNO Corporation

☆☆ 離散的な対象を扱っているので，数学的には変換（群）ではなく置換（群）と呼ぶ方が自然である．認知的変換（群）は図形の幾何学的な合同変換と関連が深く，変換（群）という名称もここに由来している.

表 1 パターン対と変換群構造，および類似度の評定値（平均値と標準偏差）
Table 1 Pattern pairs and their transformational group structures with the rated similarity (average and standard deviation).

No.	パターン対		変換群構造		平均値（標準偏差）		
			パターン間	パターン内			
1	○●●○○●●○	○●●○○●●○	I	M∧P	9.5 (1.7)	9.3 (1.1)	9.3
2	○○●○○●○○	○○●○○●○○		M	9.6 (1.5)		
3	○○●○○○●○	○○●○○○●○		P	9.2 (1.5)		
4	○○●●○●●○	○○●●○●●○		MP	9.1 (1.7)		
5	●○○●●●○●	●○○●●●○●		E	9.2 (1.8)		
6	○●●○●○○●	●○○●○●●○	M∧P∧R	MP∧PR∧RM	6.4 (2.6)		6.4
7	○○●○●●○●	●●○●○○●○	P∧R	MP∧PR	5.0 (2.5)		6.0
8	○●○○●●○●	●○●●○○●○	R∧M	RM	6.3 (2.8)		
9	○●●○●○●●	●●○●○●●○	M∧P	MP	6.8 (2.3)		
10	○●●○●○●○	○●○●○●●○	M∧PR	MPR	6.7 (2.4)		5.7
11	○○●●○●○●	○●○●○○●●	P∧RM	MPR	5.2 (2.1)		
12	○●○●●○○●	●○●○○●●○	R∧MP	MPR	5.1 (2.5)		
13	○●●○●○○○	○○○●○●●○	M	E	6.4 (2.5)		5.3
14	○○●○○●○○	○●○○○○●○	P	M	4.7 (2.2)	4.4 (1.8)	
15	○●○○○●○○	○○○●○○○●		P	5.1 (2.2)		
16	○○●○●○○○	○○○○○●○●		MP	4.2 (2.2)		
17	○○●○●●○○	○○○○●○●●		E	3.5 (2.2)		
18	○○○○○○○○	●●●●●●●●	R	M∧P	6.1 (3.9)	5.2 (2.6)	
19	○○●○○●○○	●●○●●○●●		M	5.0 (3.0)		
20	○○○●○○○●	●●●○●●●○		P	5.1 (2.9)		
21	○○●○○●●●	●●○●●○○○		MP	4.7 (2.7)		
22	○●●○○○●○	●○○●●●○●		E	5.0 (2.8)		
23	○●○●○○●●	○●○●●○○●	MP∧PR	MPR	4.1 (2.3)		4.3
24	○●●○●●○○	●●○○●○○●	PR∧RM	MP	4.5 (2.2)		
25	○●●○○○●●	●●○○●○○●	PR	MP	3.4 (1.9)		4.2
26	○●○○●●○○	●●○○●●○●	RM	E	4.8 (2.2)		
27	○○●○●●○○	○●●○●○○○	MP	E	4.3 (2.1)		
28	○●●○○●○○	●○●●○○●●	MPR	E	3.4 (2.3)		3.4
29	○○○○○○○○	○●●○○●●○	E	M∧P	1.0 (1.6)	2.3 (1.3)	2.3
30	○○●○○●○○	○●●●●●●○		M	1.7 (1.9)		
31	○○●●○●●○	○●○●●○●●		MP	3.8 (2.5)		
32	○○●●●○●●	○●●○●○○○		E	2.6 (2.2)		

2. 変換群構造説の概要

2.1 パターン間変換群構造と類似性判断

まず，n 個の白黒の要素からなる楕円パターンに対して，次の 4 種の認知的変換群を定義する（表 1 参照）．

- 恒等変換群 $I = \{e\}$：e は恒等変換であり，パターンを構成する要素の順序と色を変えない．
- 鏡映変換群 $M = \{e, m\}$：m は要素の並びの順序を逆転する．
- 位相変換群 $P = \{e, p_1, \ldots, p_{n-1}\}$：$p_i$ は要素の順序を i だけ右に平行移動し，右端にはみ出した要素を左端に順次組み込む．
- 反転変換群 $R = \{e, r\}$：r はすべての要素の白黒の色を反転する．

これらの変換群 M，P，R は互いに可換で，積もまた変換群である．

次に，I 以外の変換群によるパターン対の相互変換可能性を e 以外のいずれかの変換要素によって相互に一致することであると定義する．すると，変換群 M，P，R の可換性と変換群の再生性により，2^{2n} 個の楕円パターン対の全体を以下に定義する 20 個のパターン間変換群構造に類別することができる（変換群を斜体で，構造を立体で記す）．

- 恒等変換群構造 I：変換群 I すなわち恒等変換 e で相互変換可能なパターン対の関係構造．
- 単一変換群構造 M，P，R：それぞれ変換群 M，P，R で相互変換可能なパターン対の関係構造．
- 積変換群構造 MP，PR，RM，MPR：それぞれ積変換群 MP，PR，RM，MPR ではじめて相互変換可能なパターン対の関係構造（たとえば，

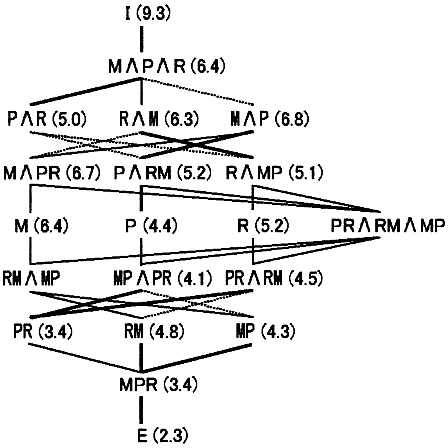

図 1　ハッセ図と類似度の評定値
Fig. 1　Hasse's diagram with the rated similarity.

MP には M，P では相互変換不可能であることが含意されている）．

- 多重変換群構造 M∧P，P∧R，R∧M，M∧P∧R，M∧PR，P∧RM，R∧MP，MP∧PR，PR∧RM，RM∧MP，MP∧PR∧RM：複数の変換群構造をあわせ持つパターン対の関係構造（たとえば，M∧P は M，P をあわせ持つことを意味する）．
- 空変換群構造 E：以上の相互変換可能性を持たないパターン対の関係構造．

このようなパターン間変換群構造の定義に基づいて，パターン対の類似度の順序関係を順序整合性の仮説と順序保存の仮説で予測する．順序整合性の仮説とは，変換群構造 T を持つパターン対の類似度を $S(\mathrm{T})$ として，変換群構造 T_i，T_j，T_k に対して

$$S(\mathrm{E}) \leq S(\mathrm{T}_i), S(\mathrm{T}_j) \leq S(\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_j) \leq S(\mathrm{I}), \quad (1)$$

$$S(\mathrm{E}) \leq S(\mathrm{T}_i\mathrm{T}_k \wedge \mathrm{T}_j\mathrm{T}_k) \leq S(\mathrm{T}_k) \leq S(\mathrm{I}) \quad (2)$$

が成立することである．また，順序保存の仮説とは，次の 3 つの不等式

$$S(\mathrm{T}_i) \leq S(\mathrm{T}_j), \quad (3)$$

$$S(\mathrm{T}_i \wedge \mathrm{T}_k) \leq S(\mathrm{T}_j \wedge \mathrm{T}_k), \quad (4)$$

$$S(\mathrm{T}_i\mathrm{T}_k) \leq S(\mathrm{T}_j\mathrm{T}_k) \quad (5)$$

が同値になることである．

図 1 は上記の 2 仮説から定まる 20 個の変換群構造の間の類似度の順序関係をハッセ図で表現したものである（数値，線の種類と太さの意味は後述する）．

2.2　パターン内変換群構造と良さ判断

前述の認知的変換群に対するパターンの不変性を e 以外のいずれかの変換要素に対して不変（自分自身へ変換可能）なことであると定義する．すると，2^n 個の楕円パターンの全体を次の 19 個のパターン内変換群構造に類別することができる．

- 単一変換群構造 M，P，R：それぞれ変換群 M，P，R に対して不変なパターンの構造．
- 積変換群構造 MP，PR，RM，MPR：それぞれ積変換群 MP，PR，RM，MPR に対してはじめて不変なパターンの構造．
- 多重変換群構造 M∧P，P∧R，R∧M，M∧P∧R，M∧PR，P∧RM，R∧MP，MP∧PR，PR∧RM，RM∧MP，MP∧PR∧RM：複数の変換群構造をあわせ持つパターンの構造．
- 空変換群構造 E：以上の不変性を持たない（e のみに対して不変な）パターンの構造．

このようなパターン内変換群構造（実際には，R を含むパターンは存在しない）の定義に基づいて，パターンの良さの順序関係を順序整合性の仮説と順序保存の仮説で予測する．いずれの仮説も，変換群構造 T を持つパターンの良さを $G(\mathrm{T})$ として，式 (1)〜(5) と同様な形式で表現される．

3.　実験と考察

実験の方法　表 1 のように，同じパターン内変換群構造を持つ楕円パターン 32 対を構成した．8 要素の場合には，RM∧MP，PR∧RM∧MP を除く 18 個のパターン間変換群構造が現れる．また，パターン間変換群構造に I，M，R，RM を含む場合の左右のパターンのパターン内変換群構造は必ず等しい．

被験者（情報工学科 1 年生 47 名）は，パターン対の印刷された 32 枚のカードをシャッフルし，最高 10 点，最低 0 点の整数点で類似度を評定した．

結果と考察　表 1 と図 1 が実験結果である．図 1 では，太い実線（予測を支持する向きに有意差がある）が 10 例，細い実線（予測を支持する向きで有意差はない）が 6 例（うち 1 例は等号），細い点線（予測とは逆の向きで有意差はない）が 7 例である（両側 t 検定，有意水準 5%）．順序の逆転した場合の差はわずかで，有意性はない．実験結果は順序整合性の仮説と順序保存の仮説を支持していることが分かる．

図 2 (a)，(b)，(c)，(d) はパターン間変換群構造 I，P，R，E のパターン対のパターン内変換群構造に注目したハッセ図である（太い点線は予測とは逆の向きに有意差があることを意味している）．次のことが読み取れる：

(1) パターン間変換群構造 I，P，R の場合の評定値はパターン内変換群構造によるパターンの良さの予測順序に従っている．

(2) パターン間変換群構造 E の場合の評定値はその逆順である．

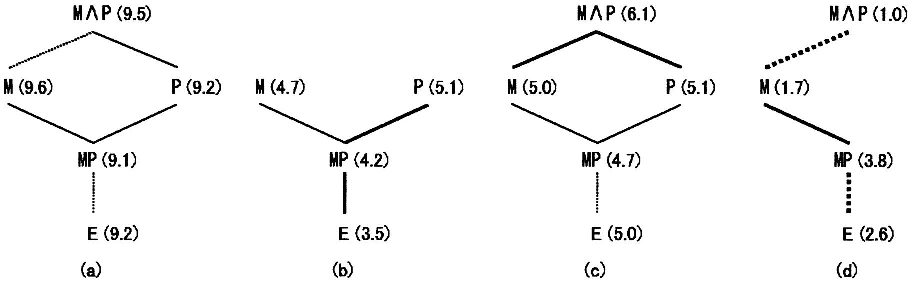

図 2 パターン間変換群構造 (a) I, (b) P, (c) R, (d) E のパターン対の類似度に対するパターン内変換群構造の効果

Fig. 2 Effects of intra-pattern transformational group structures in similarity judgments of pattern pairs, which have the inter-pattern transformational group structures (a) I, (b) P, (c) R, (d) E.

表 2 パターン内変換群構造の効果に対する符号検定

Table 2 Sign test for the effect of intra-pattern transformational group structures.

変換群構造	順方向	同じ	逆方向	生起確率
(a) I	6	1	2	14.5%
(b) P	5	0	0	3.1%
(c) R	7	1	1	3.5%
(d) E	1	0	5	10.9%

表 2 は比較可能なすべてのパターン内変換群構造の間で評定値の差の向きに注目した片側符号検定の結果である．パターン間変換群構造 I で生起確率が小さくならない理由は評定値が接近しているためである．また，パターン間変換群構造 E で生起確率が小さくならない理由はパターン対 No.31 の類似度が顕著に高いためである（詳細は割愛するが，近似的にパターン間変換群構造 P を持つことによる）．

上記 (1) は次の 2 つの可能性を示唆している：

(a) パターン内変換群構造がパターン間変換群構造の認知の容易さ・明瞭さに影響している（良いパターンの対ほど相互変換可能性が見えやすい）．

(b) パターン内変換群構造が類似度の決定因子である（パターン内変換群構造が同じで，良いパターンの対ほど類似度が高い）．

構造の重要性という点では，(b) は妥当性のある考え方である．しかし，上記 (2) は (a) の効果（この場合には，良いパターンの対ほど相互変換不可能であることが見えやすい）が (b) の効果より大きいことを意味している．このことは類似度の決定因子としてのパターン間変換群構造の重要性をあらためて示している．

4. おわりに

類似度の主な決定因子はパターン間変換群構造であり，パターン内変換群構造はパターン間変換群構造の認知の容易さ・明瞭さを介して類似度に影響していると考えられる．この結果は類似性判断においてもパターン間変換群構造とともに個々のパターンのパターン内変換群構造の認知も行われているという意味で自然である．

謝辞 共同で研究を行った本多朋彦，大西健一，川口紀生，(故) 山下康之，加賀谷行介，佐々岡俊夫，皿田博之（元情報工学科学生）の諸氏に感謝します．

参 考 文 献

1) 天野 要，岡野 大，緒方秀教，芝田安裕，小西敏雄，福士顯士，濱田治良，今井四郎：パターンの類似性判断に関する変換群構造説，情報処理学会論文誌，Vol.42, No.11, pp.2733–2742 (2001).

2) Gentner, D. and Markman, A.B.: Structure Mapping in Analogy and Similarity, *American Psychologist*, Vol.52, No.1, pp.45–56 (1997).

3) 今井四郎：パターン認知の変換構造説，東京大学出版会，東京 (1986).

4) 小西敏雄，岡野 大，緒方秀教，芝田安裕，天野 要，福士顯士，濱田治良，今井四郎：パターンの良さ判断に関する変換群構造説，情報処理学会論文誌，Vol.44, No.8, pp.2274–2283 (2003).

5) Shepard, R.N.: The Analysis of Proximities: Multidimensional Scaling with an Unknown Distance Function I, *Psychometrika*, Vol.27, No.2, pp.125–140 (1962).

6) Tversky, A.: Features of Similarity, *Psychological Review*, Vol.84, No.4, pp.327–352 (1977).

(平成 18 年 2 月 1 日受付)

(平成 18 年 5 月 9 日採録)

天野　　要（正会員）

1948 年生．1971 年京都大学工学部電子工学科卒業．1978 年北海道大学大学院工学研究科博士課程電気工学専攻修了．工学博士．現在，愛媛大学工学部情報工学科教授．研究分野は数値解析，情報数学，情報心理学．情報処理学会創立 30 周年記念論文賞，日本応用数理学会 1996 年度論文賞，情報処理学会創立 40 周年記念論文賞受賞．日本数学会，日本応用数理学会，電子情報通信学会，日本心理学会，SIAM，ACM 各会員．

岡野　　大（正会員）

1968 年生．1992 年東京大学工学部物理工学科卒業．1995 年東京大学大学院工学系研究科修士課程物理工学専攻修了．博士（情報理工学）．現在，愛媛大学工学部情報工学科助手．研究分野は数値解析，情報処理，パターン認知．情報処理学会創立 40 周年記念論文賞受賞．日本応用数理学会会員．

荒木　正人（学生会員）

1981 年生．2003 年愛媛大学工学部情報工学科卒業．2005 年愛媛大学大学院理工学研究科博士前期課程情報工学専攻修了．現在，デンソーテクノ株式会社勤務．在学中の研究課題はパターン認知．

小西　敏雄（正会員）

1959 年生．1982 年広島大学理学部数学科卒業．1984 年愛媛大学大学院理学研究科数学専攻修士課程修了．理学修士．現在，松山東雲女子大学人文学部教授．研究分野は数理計画，統計解析，パターン認知．日本数学会，日本応用数理学会，日本オペレーションズ・リサーチ学会，日本家政学会各会員．