



## R. Diestel : Graph Theory

Springer (1997)

グラフ理論の本で20世紀の名著を、という依頼を受けたとき、私は困ってしまった。20年前ならば困ることはなかっただろう。C. Bergeの“Graphes et hypergraphes”, F. Hararyの“Graph Theory”, J. A. BondyとU. S. S. R. Murtyの“Graph Theory with Applications”など、当時名著といわれる著書はいくつも存在した。では、これらの本を今も名著として、たとえば学生に一度は目を通すことを薦めるだろうか。私の答えはNOである。その理由は何か。グラフ理論がここ20年ほどの間に大きく変化したからである。

1950年から1970年にかけて、上記の著者を含むいわゆるグラフ理論第一世代の人々は、それまで部分的にしか体系化されていなかったグラフ理論を整備し、また研究の方向性を定めて、学問として確立させた。上記の著書には、第一世代の人々が整備した理論と、その後の研究の方向性を決める未解決問題が誇らしげに語られている。

ところがこれらの著書の出版後、1980年頃から、第一世代の人々の仕事とはまったく趣の異なる研究が発展した。まずこの時期に確率論的グラフ理論が急速な発展を遂げた。グラフ理論に確率論的手法を導入するこの理論は、第一世代の人々が解明できなかったグラフの多くの性質を明らかにした。またSzemerédiは一様化補題とよばれる強力な定理を発表した。この定理は、辺の密度が大きく頂点数が十分大きいグラフは常にある種の「きれいなグラフ」に近似できることを明らかにした。第一世代の人々が苦勞の末に解明したグラフの性質の多くがこの「きれいなグラフ」ではあっさり成り立ってしまう。すなわち一様化補題は、辺の密度が大きいグラフを調べるために第一世代の人々が開発した多くの手法は、実は対象となるグラフと近似された「きれいなグラフ」の間のわずかな差異、すなわち誤差項を処理していたに過ぎないという事実を突きつけた。またRobertsonとSeymourは1983年から2005年にかけて“Graph Minors”とよばれる20連作の論文を発表し、グラフマイナー理論という一大理論を打ち立てたが、この理論の最終帰結は、第一世代の人々が目標として設定したグラ

フの性質の多くが、実は有限個のグラフによって決められることを明らかにした。

第一世代の人々の努力によりグラフ理論が興隆してきた頃、しばしば「グラフ理論は簡単で幼稚な学問である」という批判がなされた。第一世代の人々はグラフ理論を整備することによりこうした批判に反論し、その結果グラフ理論は数学や計算機科学の一分野として認知されるに至った。しかし1980年頃から始まった新しい研究の流れは、グラフ理論という学問自体の性質を明らかにし、「グラフ理論は簡単な学問である」という指摘がそれほど的外れなものではなかった、ということを示した。ただしこの新しい流れの研究自体は幼稚どころか非常に深いものである。また新しい流れの研究は第一世代の仕事为基础に置いており、その意味で第一世代の人々の輝かしい業績は今も決して色褪せることはない。

しかしそうは言っても、新しい流れは第一世代の人々の著書を確実に古くさいものにしてしまった。今では確率論的グラフ理論、一様化補題、グラフマイナー理論の存在を知らないままグラフ理論を学ぶことは時代遅れであり、危険ですらある。

では、こうした新しい流れを扱った著書はあるのだろうか。20世紀末になり、ようやく本書が現れた。新しい流れの研究はいずれも深い理論であり、一著書でその全貌を書き表すことはできない。しかし本書は、こうした新しい流れをきわめて手際よく解説し、その全体像を与えることに成功している。特にグラフマイナー理論を話題として取り上げている著書は本書のみであり、RobertsonとSeymourの論文にあたる前の良き道標になる。1998年の初版以来、早いペースで版を重ねている(2005年現在第3版)が、このことも本書がいかに良書であるかを物語っている。20世紀の本としては遅い感もあるが、21世紀の世界に住むグラフ理論研究者としては、どうしても本書を「20世紀の名著」として挙げたくなる、そんな著書である。

(平成17年11月5日受付)

齋藤 明 / 日本大学文理学部情報システム解析学科  
asaито@cs.chs.nihon-u.ac.jp