

解析信号を用いたフルート音の倍音の周波数分析

加藤充美¹、西村明²、安藤由典

1. ぐらしき作陽大学音楽学部
2. 東京情報大学経営情報学部

あらまし

筆者らはフルート演奏音の倍音の微細な変動のフルート音の品質への影響を研究している。フルート音には、倍音の振幅や周波数の変動とともに息音に起因するノイズ成分が含まれている。このノイズ成分は倍音の変動にも影響を及ぼし、フルート音の品質へも影響している。それらの影響を研究するためには、倍音の振幅や周波数の変動とノイズ成分をまとめて分析し、変動の深さなどのパラメータを変化させて合成し試聴する手法が必要となる。このため、筆者らは解析信号を用いた分析・合成手法を採用し研究を進めている。本報告ではこの手法がフルート音のような倍音の変動のみならずノイズ成分をもつ楽音に対する分析・合成に適している手法であることを示し、その性質を明らかにする。

キーワード 解析信号、楽音分析、周波数変調、振幅変調、ノイズ成分

Frequency measurements of flute tones by analytic signal

Mitsumi Kato¹, Akira Nishimura², Yoshinori Ando

1. Kurashiki Sakuyo University, Faculty of music

2. Tokyo University of Information Science
Faculty of Business Administration and Information Science

Abstract

We have been studying the influence on the tone quality of flute tones of the fine fluctuation of frequency and amplitude of each harmonic. Any flute tone has not only modulation of frequency and amplitude in each harmonic but also noise components. The noise components affect the fluctuation of frequency and amplitude and the noise components affect the tone quality. It is required to study these effects a method that analyze noise and fluctuation of frequency and amplitude at a same time. For this reason, we study flute tones by means of analytic signal. In this report, we will show that this technique is suitable for the tones which have modulation of frequency and amplitude in each harmonic and noise components like flute tones and describe the character of analytic signal.

key words analytic signal, musical tone analysis, frequency modulation, amplitude modulation, noise component

1. はじめに

筆者の一人安藤はフルートやリコーダなどエアリード楽器の演奏音について、倍音の変動やノイズ成分がそれらの楽器音の品質への影響を長年に渡って研究している^{1) 2) 3) 4)}。近年コンピュータの進歩に伴い、以前では実現困難であった音響分析・合成処理がパソコン上で簡単で且つ精密に行える環境が整い、楽器音のより精細な分析研究が可能となってきた。筆者らは安藤の研究を発展させて、フルート音の倍音の微細な変動がそれらの楽器音の品質に与える影響を研究している^{5) 6) 7)}。

フルートなどエアリード楽器の演奏音には、図1に示すスペクトル例から読み取ることができるよう倍音の振幅や周波数の変動とともに息音に起因するノイズ成分が含まれている。このノイズ成分は倍音の変動にも影響を及ぼし、フルート音の品質へも影響している。それらの影響を研究するためには

倍音の振幅や周波数の変動とノイズ成分をまとめて分析し、変動の深さなどのパラメータを変化させてまとめて合成し試聴する手法が必要となる。この手法として筆者らは解析信号を用いた分析・合成手法を採用し研究を進めている。本報告では解析信号を用いた分析・合成手法が、フルート音のように倍音の変動のみならずノイズ成分をもつ楽器音に対する分析・合成研究に適している手法であることを示し、その性質を明らかにする。

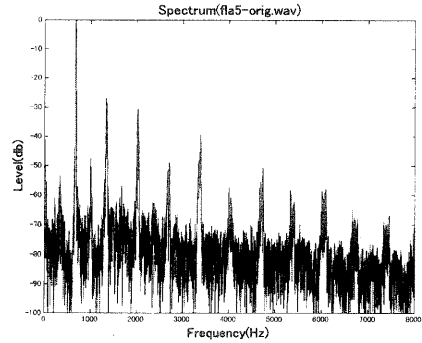


図1. フルード音のスペクトル例

2. 解析信号

解析信号とは、実信号を $x(t)$ に対し次の式で示される信号のことである。

$$y(t) = x(t) + jH[x(t)] \quad \text{①}$$

ここで $H[x(t)]$ は $x(t)$ をヒルベルト変換して得られる信号を表す。 $y(t)$ は複素信号であるから、各時刻の絶対値と位相角をそれぞれ $a(t)$ 、 $\phi(t)$ とすると

$$y(t) = a(t) e^{j\phi(t)} \quad \text{②}$$

と表わすことができる。 $a(t)$ が振幅、 $\phi(t)$ の微分が周波数となるわけである^{8) 9)}。実際に周波数変調の信号から瞬時周波数が解析信号から得られることは以下のように示すことができる。 $x(t)$ を位相変調された下記の信号とする。

$$x(t) = \sin(\omega_c t + a \cdot \sin(\omega_m t)) \quad \text{③}$$

$$= J_0(a) \sin(\omega_c t)$$

$$+ \sum J_i(a) \{ \sin(\omega_c t + i\omega_m t) + (-1)^i \sin(\omega_c t - i\omega_m t) \}$$

ここで、 \sum は i が 1 から ∞ までの級数の和を表す。また J_i はベッセル関数である。ヒルベルト変換は 90° 位相器としての働きがある。すなわち

$$H[\sin(\theta)] = -\cos(\theta)$$

$$H[\cos(\theta)] = \sin(\theta)$$

の関係がある。したがって $x(t)$ のヒルベルト変換は

$$H[x(t)] = -J_0(a) \cos(\omega_c t)$$

$$- \sum J_i(a) \{ \cos(\omega_c t + i\omega_m t) + (-1)^i \cos(\omega_c t - i\omega_m t) \}$$

となる。 $x(t)$ の解析信号は $x(t) + jH[x(t)]$ であるから

$$y(t) = J_0(a) \sin(\omega_c t) + j J_0(a) \cos(\omega_c t)$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1} J_i(a) \{ \sin(\omega_c t + i \omega_m t) + (-1)^i \sin(\omega_c t - i \omega_m t) \} \\
& - j J_0(a) \cos(\omega_c t) \\
& - j \sum_{i=1} J_i(a) \{ \cos(\omega_c t + i \omega_m t) + (-1)^i \cos(\omega_c t - i \omega_m t) \}
\end{aligned}$$

となる。これを整理すると

$$\exp\{j(\omega_c t + a \cdot \sin(\omega_m t) - \pi/2)\}$$

となる。この位相角は $\omega_c t + a \cdot \sin(\omega_m t) - \pi/2$ であり、この信号の実部は③式と一致する。式の変形の過程は付録に記す。

この解析信号のスペクトル $Y(\omega)$ は、 $x(t)$ のスペクトルを $X(\omega)$ とすると、

$$Y(\omega) = \begin{cases} 2X(\omega) & (\omega > 0) \\ X(\omega) & (\omega = 0) \\ 0 & (\omega < 0) \end{cases}$$

となる。離散的な処理では、分析区間のサイズを n とすると

$$Y(i) = \begin{cases} 2X(i) & (n/2 - 1 > i > 0) \\ X(i) & 0 \\ 0 & (n > i \geq n/2) \end{cases} \quad \text{④}$$

となる。これを利用して数列 $x(i)$ の解析信号を容易に生成することができる。すなわち $x(i)$ をDFTしてスペクトルに変換し、そのスペクトルを④にしたがって変形した後、逆DFTで時間領域に戻せば $x(i)$ の解析信号が得られる。

解析信号を利用した分析法は、②式からわかるように、一つの搬送波の変調された信号に対して有効である。また負の周波数を持つ信号ではスペクトルの折り返しが生じてしまい、分析の誤差が生じてしまう。

フルート音のようにいくつかの倍音からなる音を一括して扱うことはできないので、バンドパスフィルタで個々の倍音に分解し、倍音毎に振幅・周波数を分析する。バンドパスフィルタの帯域は、中心周波数をピッチ周波数の整数倍としバンド幅をピッチ周波数としている。またこの処理で位相歪が発生しないように直線位相のFIRフィルターを用いている。図2に解析信号を用いた分析手法の手順を示す。得られた位相角の差分を取れば瞬時周波数が計算できる。

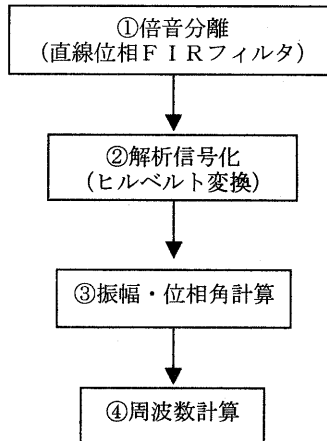


図2. 解析信号を用いた振幅・周波数分析の手順

3. 測定精度

3-1 分析区間の影響

2. で示したように、正の周波数の成分のみからなる信号では、振幅・周波数の分析誤差は原理的に生じない。しかし離散的な数値計算では、時間領域・周波数領域のどちらも巡回型の処理になる。その結果時間領域の分析区間の端では巡回的なインパルス応答の影響があり、誤

差が生じる。ヒルベルト変換のインパルス応答波形を図3に示す。このインパルス応答波形は無限時間続くため、離散的处理では原理的に巡回型の処理に伴う誤差が生じてしまう。しかし分析区間の中央ではインパルス応答の影響が小さくなり十分な分析精度が得られると考えられる。

このインパルス応答が周波数測定に及ぼす影響の度合いを、周波数変調をかけた合成音を分析し検証した結果を図4・図5に示す。図4の上段は合成周波数データ、中段は分析して得られた周波数、下段は合成データと分析データと差をセントで表したものである。インパルス応答の影響で分析

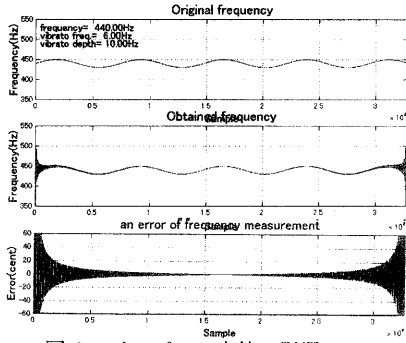


図4. インパルス応答の影響

区間の端の誤差は大きくなっている。この点をより明確にするために、図4の下段のデータの差移動標準偏差をいろいろな分析サイズで測定したものを図5示す。図5から解るように、区間の端から4000ポイント以上離れると誤差の標準偏差が5セント以下になっている。この

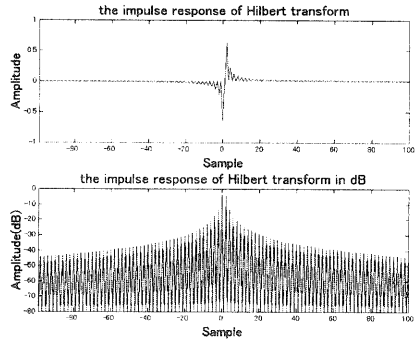


図3. ヒルベルト変換のインパルス応答

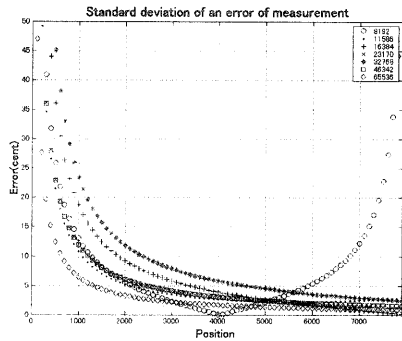


図5. 周波数の分析誤差

誤差の大きい区間の幅は、分析区間の幅によらずほぼ一定なので、有効な分析データを得るためには分析サイズを8000ポイント以上にする必要がある。現在ではパソコンでも13万ポイントを超える分析区間を取ることが可能である。振幅の分析についても同様のことが言える。

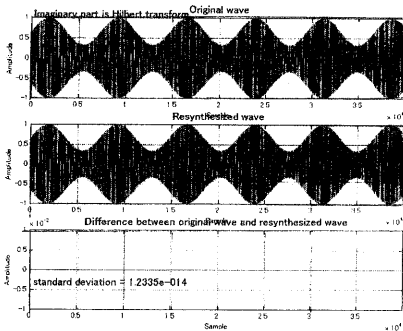


図6. 再合成による分析精度の検証

3-2 再合成音による評価

3-1では、分析区間の両端で分析誤差が大きいことを示した。ここでは再合成によって分析の精度を検証してみる。周波数変調と振幅変調のかかった合成音を作成し、それを解析信号を用いて周波数と振幅データを得る。

そのデータを用いて再合成し、元の合成音と比較を行った。再合成の時に初期位相は元の合成音と同じにしている。この結果を図6に示す。上段に分析された合成音、中段に上段の合成音を分析し得られたデータから再合成した音、下段にそれら2つの合成音の差を示す。3-1で示したように分析区間の両端では周波数や振幅の分析誤差が大きい。しかし図6は、再合成した音は分析区間の両端でも誤差がないことを示している。誤差の標準偏差は 10^{-14} のオーダーであり、計算誤差の範囲である。分析された周波数・振幅データの誤差は大きいにもかかわらず、そのデータから再合成された音はもとの音と同じになる。実はこの方法では再合成された音は原理的にもとの音と全く同じになるのである。

合成は、得られた振幅データを $a(n)$ 、周波数データを累算して得られた位相データを $\phi(n)$ とすると、

$$Y_s(n) = a(n) \cos(\phi(n)) \quad \text{⑤}$$

の式で計算する。⑤と2の①式・②式を比較すると、 $Y_s(n)$ は②式の実部であって、 $x(n)$ と全く等しいものであることが解る。このことは

- ・同じ波形を2の②式で表す方法は一通りではない
- ・虚部に何を加えても、得られるデータからの再合成音は、元の音と全く同じであることを示唆している。図2を見ても各段階がデータの変換を行っているだけなので、逆をたどれば元に戻ることができることが解る。

言い換えればこの方式で再合成を作成した場合、倍音をバンドパスフィルタで分離するとその除けば、分析して得られたデータを変更しない限り全く元の音と同じ波形が再現されることになる。さらに、虚数部を任意の波形にしても同様のことが言える。

3-3 ノイズの影響

フルート音では息音に起因するノイズ音が品質に影響を及ぼしている。ここでは雑音がどのように周波数・振幅データに関与しているか検証しよう。図7はフルート音の分析例である。分析音はピブラートをかけて吹奏した880Hzの音の第一倍音である。この音のスペクトルは図1に示してある。このデータと比較するため正弦波に周波数と振幅に変調をかけ、さらに帯域雑音を加えて作成した合成音を分析した例を図8・図9に示す。図8は合成した音の波形とスペクトル、図9は合成音を分析したデータである。フルートの音では周波数も振幅も深い変調がかかっている。周波数の線が太く見えるのは息音ノイズが細かい周波数変動となって緩やかな変動に

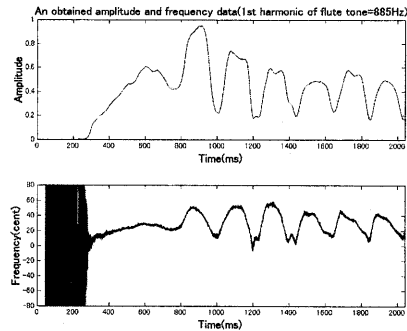


図7. フルート音の分析例
周波数=880Hz、第1倍音

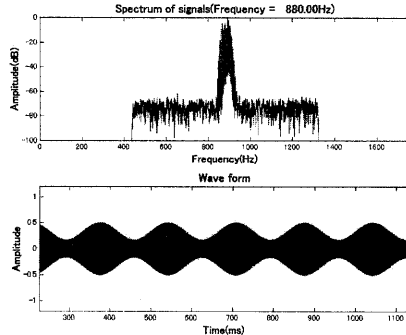


図8. 合成音の波形とスペクトル
周波数：880Hz
周波数変調：6Hz（深さ20Hz）
振幅変調：6Hz（深さ50%）
ノイズ：-60dB

乗っているためである。一方合成音の周波数分析データを見ると振幅変動と同期的に細かい周波数変動が大きくなっている。これは変調された正弦波に一定振幅のノイズを加えているため、正弦波成分の振幅が小さくなったとき相対的にノイズが大きくなり、分析された周波数変動も大きくなったと考えられる。逆に実際のフルート音ではほぼ一定の幅で細かい周波数変動があるが、これは振幅が小さくなったとき息音に起因するノイズ成分も小さくなっているためであると考えられる。

4. まとめ

周波数や振幅の分析精度と時間分解能は一方を上げようとするとは逆は悪くなるというある種の不確実性が成り立つ。解析信号による分析は、瞬時の振幅・周波数が得られるため時間分解能という点では一番優れている。しかしノイズに埋もれたような信号から周波数や振幅を推定する目的には、波形から直接的に周波数や振幅を計算するのでノイズの影響がすぐに結果に反映し適した手法ではない。一方楽器の音ではフルートやバイオリンのようにノイズ成分が邪魔な雑音ではなく音の品質に寄与している。このような場合、解析信号による分析手法ではノイズ成分も結果に現れ、合成音の再現性も保証されるので非常に有効な手法といえる。

5. 謝辞

本研究の一部には、平成12年度東京情報大学共同研究3の補助を受けた。

6. 参考文献

- 1) Yoshinori Ando and Tatsuro Shima, "Physical properties of the flute tone and its subjective goodness of quality", J. Japanese Musicological Soc., 22, 68-81 (1976).
- 2) 国井崇、安藤由典、“楽器音の品質に対応する物理量の抽出（その3）定常的フルート音における倍音成分の変動について”、日本音響学会講演論文集、Oct.、329-330 (1973)
- 3) 安藤由典、山谷英夫、“尺八の筒音における特徴物理量”、日本音響学会講演論文集、Oct.、335-336 (1982)
- 4) 安藤由典、坂上敬、“リコーダ音の倍音の不規則変動について”、日本音響学会講演論文集、Oct.、719-720 (1994)
- 5) 西村明、加藤充美、安藤由典、“フルート演奏音の分析合成とその好ましさの評価”、日本音響学会講演論文集、Sep.、543-544 (1999)
- 6) 西村明、加藤充美、安藤由典、“ピブラートのあるフルート音の分析合成とその好ましさの評価”、音響音響研究会資料、MA99-43、1-8 (1999)

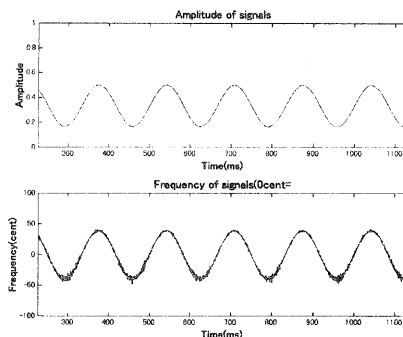


図9. 合成音の分析結果

7) 西村明、加藤充美、安藤由典、“倍音の振幅・周波数変動を合成したフルート演奏音の品質評価”、音響音響研究会資料、MA99-73、1-8(2000)

8) 「音・振動のスペクトル解析」、日本音響学会編、金井浩著 コロナ社

9) 「Signals, Sound, and Sensation」
William M. Hartmann AIP Press

10) 「岩波数学公式III」 森口繁一他 岩波書店

付録. 位相変調された信号の解析信号

注) Σ は1から ∞ の級数の和を表す

1) 位相変調された信号

$$\begin{aligned} x(t) &= \sin(\omega_c t + a \sin(\omega_m t)) \\ &= J_0(a) \sin(\omega_c t) \\ &\quad + \Sigma J_i(a) \{ \sin(\omega_c t + i\omega_m t) + (-1)^i \sin(\omega_c t - i\omega_m t) \} \end{aligned}$$

2) 1) を信号ヒルベルト変換した信号

$$\begin{aligned} H[x(t)] &= -J_0(a) \cos(\omega_c t) \\ &\quad - \Sigma J_i(a) \{ \cos(\omega_c t + i\omega_m t) + (-1)^i \cos(\omega_c t - i\omega_m t) \} \end{aligned}$$

3) したがって、 $x(t)$ の解析信号 $y(t)$ は

$$\begin{aligned} y(t) &= J_0(a) \sin(\omega_c t) \\ &\quad + \Sigma J_i(a) \{ \sin(\omega_c t + i\omega_m t) + (-1)^i \sin(\omega_c t - i\omega_m t) \} \\ &\quad - j J_0(a) \cos(\omega_c t) \\ &\quad - j \Sigma J_i(a) \{ \cos(\omega_c t + i\omega_m t) + (-1)^i \cos(\omega_c t - i\omega_m t) \} \\ &= J_0(a) \sin(\omega_c t) - j J_0(a) \cos(\omega_c t) \\ &\quad + \Sigma J_i(a) \{ \sin(\omega_c t) \cos(i\omega_m t) + \cos(\omega_c t) \sin(i\omega_m t) \} \\ &\quad + (-1)^i \sin(\omega_c t) \cos(i\omega_m t) - (-1)^i \cos(\omega_c t) \sin(i\omega_m t) \} \\ &\quad - j \Sigma J_i(a) \{ \cos(\omega_c t) \cos(i\omega_m t) - \sin(\omega_c t) \sin(i\omega_m t) \} \\ &\quad + (-1)^i \cos(\omega_c t) \cos(i\omega_m t) + (-1)^i \sin(\omega_c t) \sin(i\omega_m t) \} \\ &= -j J_0(a) \cos(\omega_c t) + \Sigma J_i(a) \{ \cos(\omega_c t) \sin(i\omega_m t) \} \\ &\quad - \Sigma J_i(a) \{ (-1)^i \cos(\omega_c t) \sin(i\omega_m t) \} \\ &\quad - j \Sigma J_i(a) \{ \cos(\omega_c t) \cos(i\omega_m t) \} \\ &\quad - j \Sigma J_i(a) \{ (-1)^i \cos(\omega_c t) \cos(i\omega_m t) \} \\ &\quad + J_0(a) \sin(\omega_c t) + \Sigma J_i(a) \{ \sin(\omega_c t) \cos(i\omega_m t) \} \\ &\quad + \Sigma J_i(a) \{ (-1)^i \sin(\omega_c t) \cos(i\omega_m t) \} \\ &\quad + j \Sigma J_i(a) \{ \sin(\omega_c t) \sin(i\omega_m t) \} \\ &\quad - j \Sigma J_i(a) \{ (-1)^i \sin(\omega_c t) \sin(i\omega_m t) \} \\ &= \cos(\omega_c t) [-j J_0(a) - \Sigma J_{2i}(a) \{ j 2 \cos(2i\omega_m t) \} \\ &\quad + \Sigma J_{2i+1}(a) \{ 2 \sin((2i+1)\omega_m t) \}] \\ &\quad + j \sin(\omega_c t) [-j J_0(a) - j \Sigma J_{2i}(a) \{ 2 \cos(2i\omega_m t) \} \\ &\quad + \Sigma J_{2i+1}(a) \{ \sin((2i+1)\omega_m t) \}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \exp(j\omega_c t) [-jJ_0(a) - \sum J_{2i}(a) \{j2\cos(2i\omega_m t)\} \\
&\quad + \sum J_{2i+1}(a) \{2\sin((2i+1)\omega_m t)\}] \\
&= -j \cdot \exp(j\omega_c t) [J_0(a) + \sum J_{2i}(a) \{j2\cos(2i\omega_m t)\} \\
&\quad + j \sum J_{2i+1}(a) \{2\sin((2i+1)\omega_m t)\}]
\end{aligned}$$

ここで、公式¹⁰⁾

$$\begin{aligned}
J_0(a) + \sum J_{2i}(a) \{2\cos(2i\omega_m t)\} &= \cos(a \cdot \sin(\omega_m t)) \\
\sum J_{2i+1}(a) \{2\sin((2i+1)\omega_m t)\} &= \sin(a \cdot \sin(\omega_m t))
\end{aligned}$$

を用いると

$$\begin{aligned}
y(t) &= -j \exp(j\omega_c t) \{\cos(a \cdot \sin(\omega_m t)) + j \sin(a \cdot \sin(\omega_m t))\} \\
&= -j \exp(j\omega_c t) \exp(ja \cdot \sin(\omega_m t)) \\
&= -j \exp(j(\omega_c t + a \cdot \sin(\omega_m t))) \\
&= \exp(j(\omega_c t + a \cdot \sin(\omega_m t) - \pi/2))
\end{aligned}$$

となる。