

高校数学Ⅰ個別学習プログラムの開発

丹羽時彦

田中一義

雄山真弓

関西学院高等部

日立西部ソフトウェア株式会社

関西学院大学

数学の学習は思考力を必要とする。数学を学ぶ上で必要な能力は、(1)事象を数学の記号などを使って表現できる能力、(2)事象について論理的思考や論理的展開ができる能力、(3)事象をイメージとして捉えられる能力の3つが必要とされている。教育担当者の課題は、学習者からこれらの能力をいかに効率的に引き出すかであるが、実際には、人数が多いことや限られた時間内で教育を行うため、個々への対応が十分には行われていないのが現状である。本教材は、教育担当者の経験をもとに、学習者から思考力と共に3つの能力を引き出すための様々な工夫を行った。さらに学習結果の保存や継続的な学習ができるようにシステムを開発した。評価の方法は教育担当者による対面での学習成果の把握ができないため、これを補う方法を検討している。

THE DEVELOPEMENT OF NEW TEACHING MATERIALS FOR THE INDIVIDUALIZED LEARNING OF MATHEMATICS IN HIGH SCHOOL

Tokihiko NIWA

Kazuyoshi TANAKA

Mayumi OYAMA

Kwansei Gakuin High School

Hitachi Seibu Software, Ltd.

Kwansei Gakuin University

The teaching of mathematics, as in the teaching of the other subject matters, is handicapped by a large number of students in a class and by a shortage of teaching time. This paper reports the author's attempt at solving these problems. The authors developed computer software for high school mathematics. In addition to the ordinary textbook materials, our software makes use of colors and moving lines and curves for easier and clearer explanations. One important merit of this software is that not only regular students but also absentees, handicapped students, and adult learners can use it at their home and at their free time. The authors are now in the process of evaluating the results of the use of this software.

1. はじめに

数学の学習には思考力を必要とする。インターネット上で動くハイパーテキストや Java 言語による動画などのメディアを使って数学に必要な能力を引き出し、学習を効果的に行える教材を作成することは、これまでの数学教育が行ってきた方法から考えるとナンセンスのように思われるかもしれない。しかし、数学を理解する上で必要な能力を引き出すには、これまでの紙を中心とするメディアよりも、動きや色の変化を取り入れたメディアを使うことが有効であることは筆者の経験から実感してきた。そこで、教材を HTML, Java, TeX を使って作成し、「何が数学の理解を妨げているか」という視点に立って、教材に様々な工夫を行った。

2. 数学の学習に要求される能力

数学の各事項を理解するために、経験上学習者に必要と思われる能力をまとめてみる。

(1) 数学的表現能力

日本語を英語で、英語を日本語で表現するように、数学において日本語を数学記号で、数学記号を日本語で表現する能力が必要となる。例えば、

「頂点が (p, q) である二次関数」は $y=a(x-p)^2+q$ 、また、「 x 軸との交点が $(p, 0), (q, 0)$ である二次関数」は $y=a(x-p)(x-q)$ と表現される。

また逆に、これらの式の意味を日本語で表現しなければいけない場合もある。このように、数学を学習する上において、事象を数学の記号などを使って表現できる能力は必要不可欠なものであると言えよう。一般に、学習者が、最初につまずくところは、論理能力と言われ易い。しかし、数学的表現能力がないために、数学の理解を妨げている場合が多く見受けられる。

(2) 数学的論理展開能力

事象について論理的思考や論理的展開ができる能力を意味し、一般には数学の力と呼ばれている。

(1)の能力を使って数学的に表現されたものを、関連付けたり、全く別の関係式を用いて新しい真実を見つけ出し、創造する能力が要求される。

(3) 数学的イメージ能力

一部の抽象的な数学を除き、多くの場合、事柄をイメージ的に捉えることが多くある。高校数学の授業においても、そのイメージをなるべく多く活用することにより、教育効果を高めようとしている。特に、数学を苦手とする学習者にとって、このイメージ作りがつかめないでいる場合が多い。そこで、日頃行っている授業において、教師が頭の中でイメージしているものを、なるべく正確に黒板などを用いて表現しようと努力している。

これまで既製の教科書や参考書、または、授業においては、(1)や(2)論理展開が重要視されてきた¹⁾。しかし(1)や(2)を支える原動力は、頭の中に描かれた数学的なイメージによる先を見通す洞察力である。このソフトは、(1)や(2)に関しては、著者の経験上、生徒が理解につまるところが分かっているので、分かりやすく説明することで学習を支援し、(3)の数学的イメージは、パソコンの画面上で動きや色の変化などを使って、学習を支援する工夫をおこなっている。つまり、抽象的な数学に、新しいメディアを使って数学に必要な能力を引き出すことを考えた新しい教材である。

3. ソフトによる学習支援

2. で述べたように、「何が数学の理解を妨げているか」という視点にたつて、教材のなかに様々な学習支援をおこなっている。その内容は以下の2つに分類される。それは教職経験から考えた学習支援とパソコンを使ったメディアを使った新しい学習支援である。ここでは、それぞれの内容について項目を挙げ、詳細については、次のセクションで論じる。

[A] 教職経験から考えた学習支援

- 1)知識を定着させるためのいろいろな工夫
- 2)パソコンを手段として捉える工夫
- 3)時間や場所に依存しないための工夫

[B] メディアを使った新しい学習支援

- 1)動きや色などのイメージを使った解説の工夫
- 2)楽しく学習するための工夫
- 3)数学を体験できる工夫

4. 学習支援内容の具体的な紹介

ここでは、先に上で述べた2の(1)や(2)に関する項目、次に、2の(3)に関する項目の説明を行う。なお、Fig.1~Fig.10は、全てイメージが動的に表現されている。

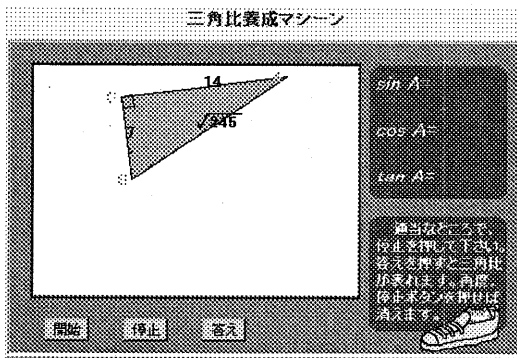
【A】教職経験から考えた学習支援

1) 知識を定着させるためのいろいろな工夫

a. パソコンに問題を生成させる

直角三角形をランダムに発生させ、三角比の学習をドリル形式で行う。演習問題は、パソコンがその都度、発生するので、多くの演習問題が得られる。

Fig.1



指数法則を習得するため、指数および演算記号をランダムに発生させ、指数演算をドリル形式で行う。これも、多くの演習問題が得られる。

Fig.2

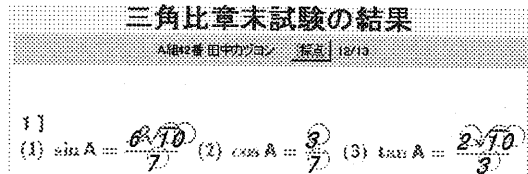


b. 単元毎の評価を行う

現在、開発中の分野である。教育現場における授業から試験までのアルゴリズムを、このソフトに取り入れ、学習者個人が試験を行い、そのデ

ータをハードディスクまたはフロッピーディスクへ保存し、次の画面でパソコンにより採点、そして、各自理解度を確かめるものである。教室での一斉利用によっては、仕様が異なる。

Fig.3

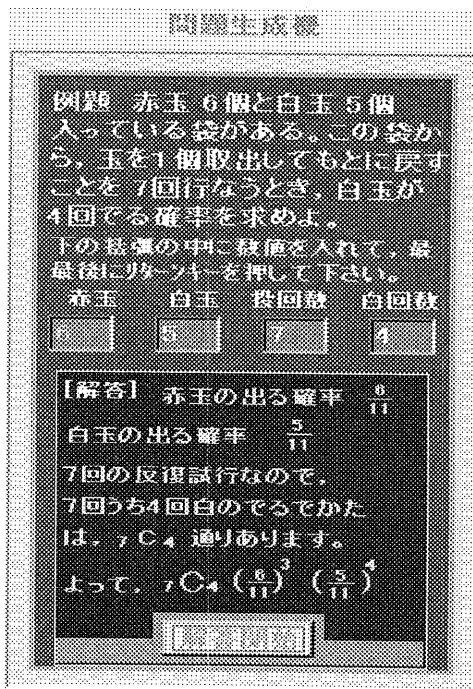


2) パソコンを手段として捉える工夫

パソコンを教師として考えるのではなく、あくまでも利用手段として考えていきたい。そのため、学習者が問題を作成し、パソコンに解答させることもできる。

具体的には、学習者が適当な数値を入力しそれをパソコンが解答していくものである。Fig.4は、反復試行の単元であるが、いろいろな問題を学習者が作成することにより、能動的学習へ移行させて教育効果をあげる工夫をしている。

Fig.4



3) 時間や場所に依存しないための工夫

教育現場において、授業で理解できなかった箇所を理解しようと思えば、放課後指定された場所と限られた時間内で行われる補習授業、または帰宅後の家庭学習で補うことになる。しかし、クラブなど他の活動もあり、個にあった学習ができない。

このソフトの利点は、学習者の時間、能力にあわせて学習できるところにある。全体の内容は授業と少し雰囲気異なる放課後に、補習授業として行ってきたものである。時間や場所に依存しないで学習できるように、インターネット(下記のアドレス)で公開している。

<http://www/kwansei.ac.jp/page4/z90010/hyousi/2106.htm>

【B】メディアを使った新しい学習支援

1) 動きや色などのイメージを使った解説の工夫

前述したように、数学の学習には数学的なイメージ能力があることが必要である。数学的事項にイメージを描けることは、問題に対する洞察力を深くし、理解力を増すことになる。教師は、イメージの伝達を黒板やいろいろな道具を用いて行っているが、表現上動的な説明を必要とする場合は、板書では不可能に近い。それらをパソコンは可能にできる。

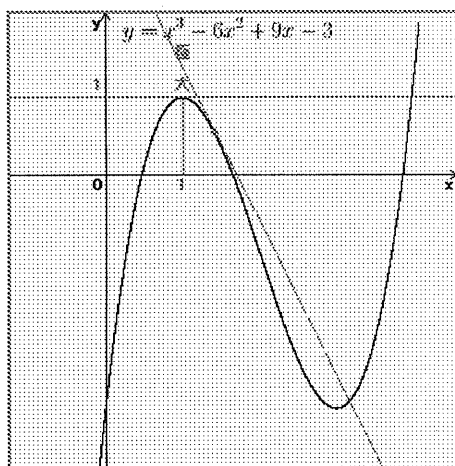


Fig 5 は、「数学Ⅱ」で学習する微分の内容であるが、接線の傾き(微分係数)、グラフ、極値、接線、および増減表の説明である。黒板における

説明では、片手に定規を持ちそれぞれの動きを苦心しながら説明していたが、このソフトを用いればそれらの関係が動的に、しかも、ダイナミックに演出され、学習者は明確に理解することができる。

Fig 6, 二次関数のグラフとその頂点の関係を理解するためのものである。マウスでグラフをドラッグすると右の式の頂点が連動して動く。このことにより、二次関数の頂点を表す式と、グラフが一体化する。これも、授業では、黒板を用いて説明していたが、このソフトを用いることにより、正確に教師が持っているイメージを伝えることが可能である。

Fig 7は、三角比の苦手な学習者は、鋭角の三角比から鈍角の三角比に移るところでつまずくことが多い。そこで、そのところを、イメージ的に支援するものである。実際に自分で体験しながら習得するので、その構造を理解し易い。Fig 7において、点Pにマウスをあわせ、円周に沿ってドラッグすると、点Pに連動し、三角比の角度、値が変化する。

Fig. 5

接線の傾き=微分係数=-1.979

接点の座標=(1.410, 0.551)

増減表			
x 値	$x < 1$	1	3.41
y の符号	正	0	-1.979
y の増減	増加	1	0.551

Fig. 6

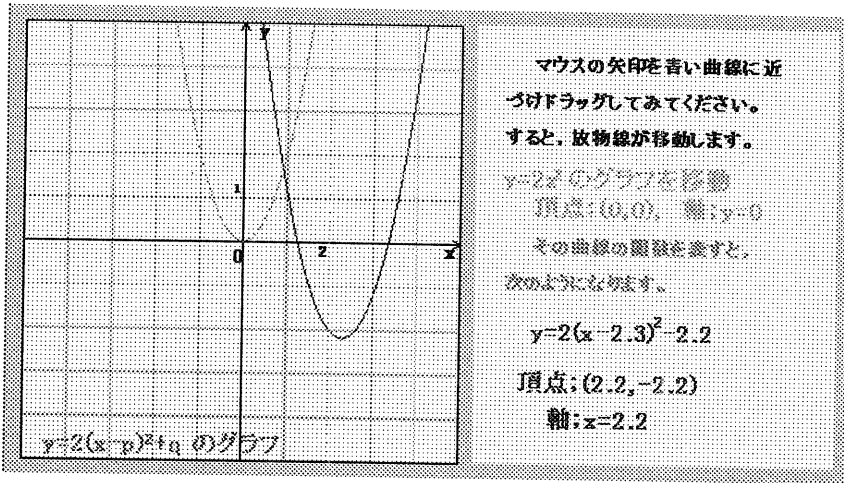
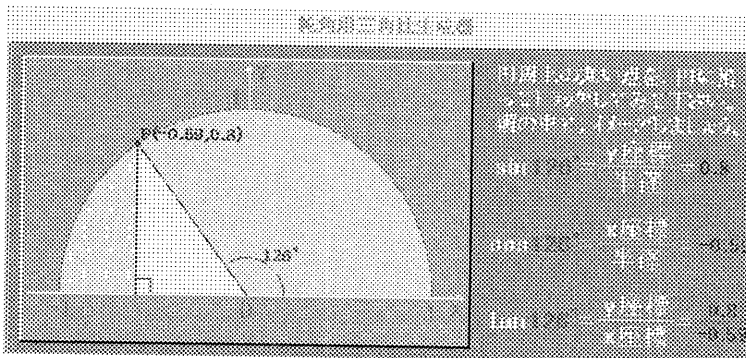


Fig.7



2) 楽しく学習するための工夫

同じ学習するのなら、楽しく学習したい。そこで、プレゼンテーションも重視した。また、遊び心も取り入れ、いろいろと楽しい趣向を凝らしている。数学と関係するものもあれば、全く関係ないものまで含まれている。

Fig 8 は、スフィンクスとターレスのやり取りで本来、授業において前置き話で説明するところであるが、それもアニメーションを使って行っている。Fig 9 は、二次関数の頂点を求める説明である。学習者が適当な数値を代入すると、自動的に頂点を求める手続きが理解できる。グラフ以外に、式変形に対する教師のイメージも伝達することが可能である。

Fig.8

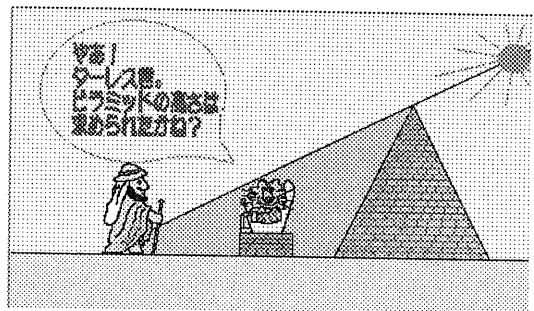


Fig.9

完全平方が出来る手助け

$$y = x^2 - \boxed{-3}x + 2$$

$$y = \left(x - \frac{-3}{2}\right)^2 - \left(\frac{-3}{2}\right)^2 + 2$$

$$y = \left(x - \frac{-3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 2$$

$$y = \left(x - \frac{-3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + \frac{8}{4} + 2$$

$$y = \left(x - \frac{-3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 2$$

完全平方が出来上がるまでの「流れ図」を表したものです。

※流れ図の中に、好きな整数(2)の数を
箱に入れて、計算機で計算して下さい。

3) 数学を体験できる工夫

これは、メディアならではの分野であるといえよう。なかなか、現実の生活において体験することができないことを、容易に体験することができる。特に、シュミレーションの分野は、パソコンにとって得意な分野である。

数学的な理論は理解できても、それを、日常生活において、なかなか体験することができない事柄をパソコンは可能にしてくれる。

確率の分野は、数学において最も現実の生活に近いものである。といっても、教科書では数式ばかりであり、それに関連した体験をすることができない。したがって、確率4分の1といっても果たしてどれくらいの大きさなのか、なかなか理解することができない。Fig. 10は、その1例でゲーム感覚で体験できる。

5. 学習データの記録と評価

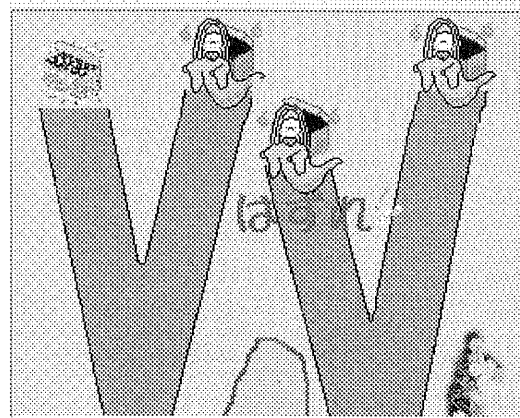
教材を使って学習していく過程で、学習者の理解が正しく行われているかを評価する必要がある⁴⁾。本教材では、評価の方法として以下の2つを

行っている。

- (1) 練習問題や章末問題使う。

- (2) 複数のキーワードを与えてそれらについての理解度を測定する。

Fig.10
確率体験コーナー



(1)は、教材の中で学習の試行と練習問題を繰り返すことによって前回の試行で習得できていなかった項目を再度試行し、それが習得されるまで繰り返す方法である。一般の演習問題はこれに相当する。(2)については、学習前、学習中、学習後の段階に分けて、紙媒体による調査を行う。質問項目は同一にし、それぞれの段階でどの程度変化があるかを測定するもので詳細は8.で述べる。

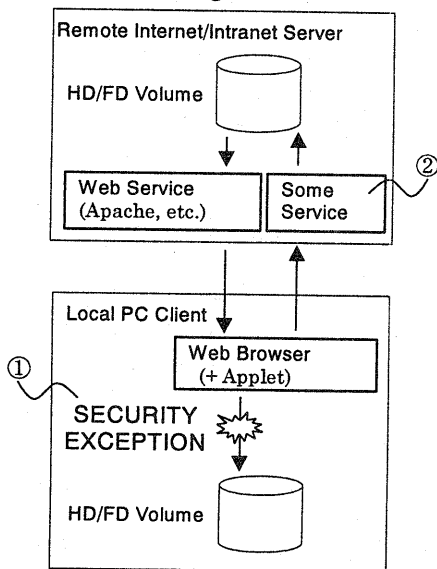
(1)の評価を行うためには、前回までの学習の達成度を記録しておき、最低限、次回の試行を実施する際にそれを参照できるようにしておく必要がある。また、その他のより知的な学習サポートを行うには、システムが学習者を認識するような仕組みが必要である。これには、より詳細な学習者のプロフィール情報などを学習者のモデルとしてシステム側に記録しておく必要があること、それを参照できるようにしておくことが前提となる。

このような永続的な記録管理を行う媒体としては、ハードディスクやフロッピーディスクがあるため、通常は記録処理の実現そのものに大した課題はない。しかし、本教材のようなWebブラウザ上のコンテンツとアプレットで構成するシステムでは、そうした単純な記録処理、特にデータの書込み手段の実現において独特の課題がある。

6. 学習データ記録上の問題点

一般にWebブラウザ上で動作するアプレットは、ローカルボリューム（ハードディスク、フロッピーディスクなど）へデータを書き込むことができない。そうした書き込みが実行中に発生すると、Java 処理系がセキュリティ例外（Fig11-①）を発生して当該アプレットを停止させてしまう^{[2][3]}。これは、ネットワークから転送されてきた素性の知れないアプレットが、ローカルマシン上のリソースに対して何らかの違法なアクセスを行う可能性を排除するために実装された仕様である。アプレットには、そのアプレット自身の転送元であるWebサーバマシンとの間に、通信コネクションを設立することだけが許される。そこで、何らかの永続的データを書き込むようなアプレットを実現するには、別途サーバ側でデータの書き込みを代行するようなプログラム（Fig11-②）を用意し、それを經由してサーバ上の記録媒体へデータを書き込むのが普通である。

Fig.11



しかし、本教材はWebサーバと学習者の端末PCとのネットワーク接続によるクライアントサーバ環境を必ずしも想定しない。本教材では学習者の家庭での自習や教室での補助教材としての利用も重視されているため、スタンドアロン環境でもシステムが正しく機能しなければならない。そのためには、学習者データはローカルボリュームにも記録できる

必要があった。

7. 学習データ記録の工夫とシステムの開発

上述のように、本教材のようなWebブラウザ上のコンテンツとアプレットで構成するシステムでは、ローカルボリュームへデータを書き込むことが一般に困難である。それをあえて実現するための手段として、スタンドアロン環境において擬似的なクライアントサーバ環境を作る方法を考案した。それは1台のマシンにサーバとクライアントの二役を兼ねさせることで実現する方法である。Webブラウザをあたかもリモートのサーバマシン（実はWebブラウザ自身が動作しているローカルマシン）と通信しているかのように動作させ、Webブラウザ上のアプレットからはサーバとの通信によってデータを書き込む処理を行うことで、結果的にローカルボリューム上にデータが記録されることになる。Fig.11に構成を示す。

8. キーワードを使う評価法

数学の学習の達成度を調べる方法は、これまで演習問題を行ってその点数で評価を行ってきた。しかし、数学は、既に述べたように、事項についての論理の展開や、数学的なイメージがどれくらい学習によって獲得できたかを調べる必要がある^[4]。演習を行うことも評価の出やすい方法であるが、とかく部分的な理解であっても評価される場合が有り得る。また、教材自体が新しいメディアを使っているため、教室内での体的に教師が評価することもできない。そこで、角他^[5]が行っているACMの評価法を基準とした方法を使って調べることにする。この方法は、教材の中から学習した事項を抜き出してキーワードとしてならべる。キーワードの数については、各章で設定する。例えば

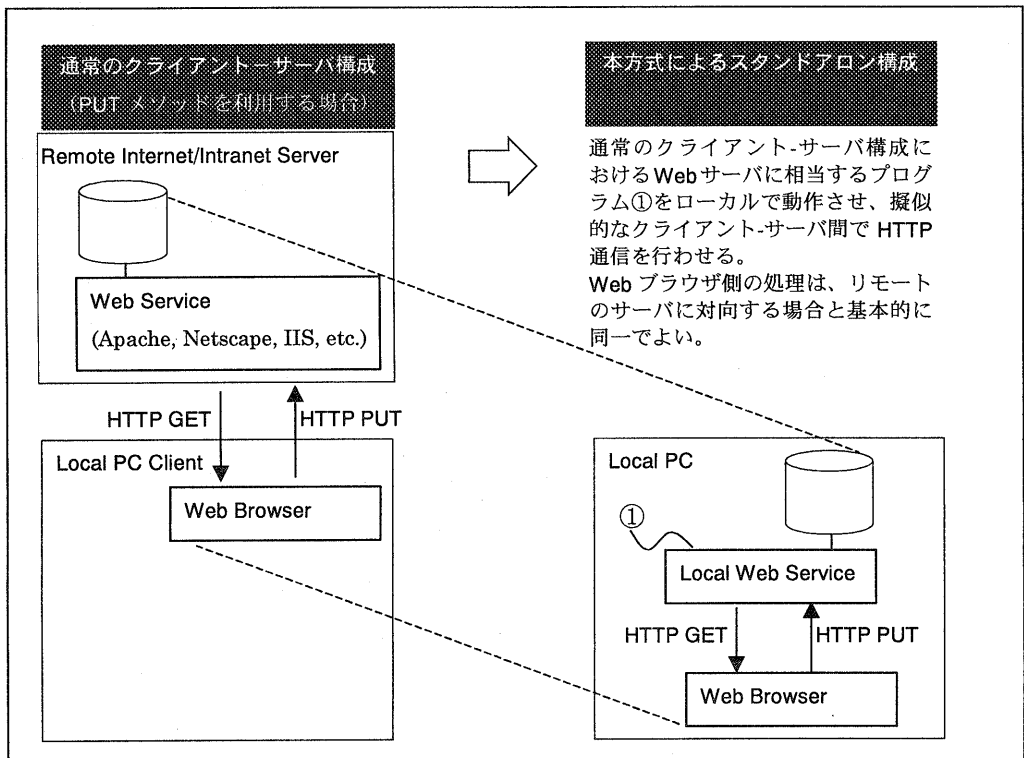
キーワード例：

平行移動、三角比、放物線、確率など

これらに以下の5つの選択肢からなる質問を与え回答させる。理解度の段階分けや重みについては角等の論文を引用している。

	点数
1. 見たことも聞いたこともない	(0.0)
2. 用語としては知っている	(0.5)
3. だいたい知っている(使える)	(1.0)
4. 熟知しているつもり	(1.5)
5. 他人に説明できる	(2.0)

Fig.12



自己申告なので、学習者が正しく回答しているか、時々抜き取りで調べる必要がある。調査は紙媒体での調査でも Web を使っても良いが、教材と異なる媒体で行うのが良いと思われる。調査は、教材を学習する前と学習の途中、学習終了後の少なくとも 3 回は調べる。

学習による効果が上がっていない場合は、学習を繰り返し行うように指示する。この調査は、教材の説明不足や理解しにくい解説、学習者が教材作成のために、参考となる情報を提供してくれる。

9. おわりに

インターネットや CD-ROM を使って学習できる高校数学の個別学習教材を作成し、評価法やシステム開発のポイントや教材の目的について述べた。現在は個人仕様として開発したが、今後はグループ学習、マスの評価方法について研究を行っていく。演習やキーワードを使った評価データの分析は即時に学習

者へのフィードバックを行い学習効果を高める。さらに事項の説明を等の理解度を高める努力も行う。

今後、学習者が行った試験の結果や、キーワードを使う評価法についても分析をおこない、どのような経路を経て理解にたどりついていくか、今後の研究に役立てていく。

参考文献：

- [1] 文部省：「文部時報 8 月臨時増刊号」，ぎょうせい (1996)
- [2] 河西朝雄：「Java 入門」，技術評論社 (1996)
- [3] 乙部徹己，江口庄英：「pLatex 2ε for Windows」，SOFT BANK (1996)
- [4] B. S. Bloom 他著「教育評価法ハンドブック」第一法規出版 (1978)
- [5] 角行之他「上級ソフトウェア技術者の教育方法：ソフトウェア・ハット」日本教育工学会 (1999)