

知的ドリル C-interest とその数式入力インタフェース

奥田富蔵* 及川義道* 米内山 等* 佐藤 実* 大塚一徳**

*東海大学 **東海大学福岡短期大学

The Intelligent Drill C-interest and its Interface for Mathematical Equation

Tomizoh OKUDA Yoshimiti OIKAWA Hitoshi YONAIYAMA Minoru SATO Kazunori OTSUKA

Tokai Univ. Tokai Fukuoka junior college

あらまし： われわれは、化学の溶液混合の演習問題を対象とする実用的な知的教育システム C-interest の開発を進めている。それは知識ベースと推論エンジンを備え、演習問題を解き、学習者の解答を診断して、その状況に応じた知的学習支援を行うドリルである。C-interest は①必要最小限の知識ベース、②頑健かつ効率的 (robust) 解答診断機能、③入力負荷の小さい数式入力インタフェースを特徴とする知的ドリルではある。特に、教育システムのインタフェースは学習者の思考を中断させないように入力の負荷が小さくかつ自然なものでなければならない。本報告では C-interest の数式入力インタフェースについて述べる。

1. はじめ

これまで知識ベース、推論エンジン、学習者モデルなどを備えた知的教育システムが多く提案されてきた。そこでは問題解決の方法、学習者モデル、教授法およびそれらを実現する機構や機能が議論され^{1), 2), 3)}、知的教育システムの基本的構成はほぼ確立したと考えられている。しかしなお、知識獲得の困難さ、学習者モデルの精度の確保、自然なインタフェースの実現などの問題があり、知的教育システムの実現は限られていて、その多くは実験システムレベルに止まっている。

C-interest は必ずしも全ての領域知識を網羅する必要がなく、知識獲得の負担を大幅に軽減する。また、必要最小限の知識ベースで機能し、かつ、学習者の多様な解答に対処することができる。特に、数式を手書きの順序で入力するインタフェースにより、解答入力の学習者の負担を著しく軽減し、自然な演習を可能にする。

以下、2. で C-interest の概要について、3. で数式入力インタフェースについて述べ、4. でまとめを行う。

2. C-interest の概要

2. 1 対象領域、学習形態、解答

C-interest は、図 1 に示すような化学の溶液混合の演習問題を対象とする。しかし、それはこの分

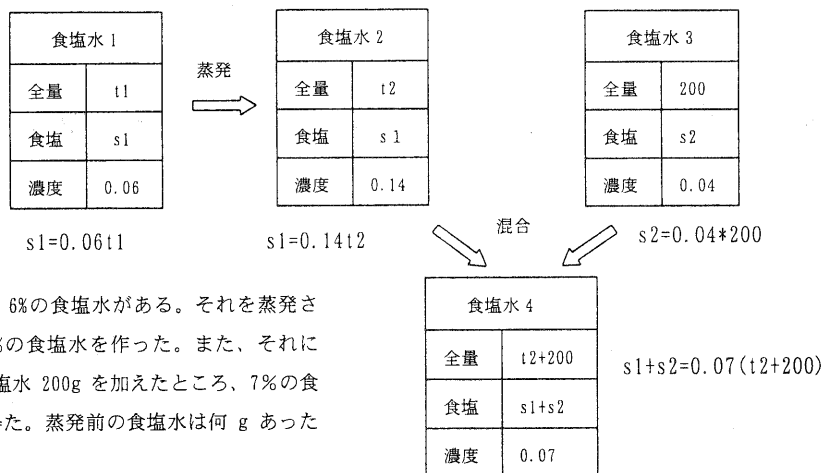


図1 溶液混合問題とその問題構造図

野に限ったものではなく、他の分野の問題にも応用できる。溶液混合問題は一般に連立方程式でモデル化することができる。C-interest は連立方程式を解くための知識ベースを持ち、学習者の解答を診断する。

C-interest での学習は凡そ次の通り進行する。まず、C-interest が学習者に溶液混合問題を提示する。それに対して学習者は解とその導出過程、すなわち、解答を入力する。C-interest は学習者の解答を診断して、誤り箇所の指摘、次計算ステップの示唆、定式化の誘導などの学習支援を行う。学習者はC-interest の助言を参考に解答を訂正して再入力する。これを正答に至るまで繰り返す。

また、学習者は正答の提示を要求することが出来る。この場合 C-interest は単に正答を提示することはせず、学習者と共同して対話的に正答を求めることを行う。これは C-interest が知的であることを演出すると共に、学習者に「C-interest の助言のもとに自ら正答を求める」という意識を持たせる効果がある。

C-interest は単に最終的解の正誤を判定するのではなく、解の導出過程全体を診断して指導を行う。説明を明確にするために解答とそれに関する用語を次のように定義する。

まず、問題中の事実、関係を式で表現することを定式化、モデル化と呼び、それらの定式の集合をモデルと呼ぶことにする。また、定式中の求めるべき未知数の値を解、その正しい値を正解、誤ったものを不正解という。解の導出過程（学習者の問題解決過程）を解答と呼ぶ。すなわち、解答は定式、定式から導出された式、解などからなる。また、正解を含む解答を正答という。

2. 2 解答とその支援

後で述べるように解答には様々な状態がある。C-interest は、次の3要因によってその解答を分類し、それぞれの状態に応じた学習支援を行う。表1にその分類と支援内容を示す。

- ① モデル化が完全であるか
- ② 計算に誤りがないか
- ③ 行き詰まってないか

表1 解答の状況と学習支援

モデル	計算	誤り	分類	支援内容
全式	計算終了	無し	c 1	正解
		有り	c 2	誤り箇所指摘
列挙	行き詰り	無し	c 3	次ステップ示唆
		有り	c 4	誤り箇所指摘
一部	行き詰り	無し	c 5	定式の誘導
列挙		有り	c 6	誤り箇所指摘

図3 数式入力インタフェースの入力例

ここで c1 から c4 はモデル化が完全になされた場合である。そして、c 1 は正答の場合であり、その問題を終わって次に進む。c 2 は不正解を導出した場合である。この場合、誤り箇所を指摘する。それにより誤りが訂正されれば c 1 に移ることになる。

c 3 は計算誤りはないが行き詰まり、未だ、解の導出に至っていない場合である。この場合は、計算の次ステップを示唆する。それにより計算を進めることが出来れば c 1 または c 2 に移ることになる。c 4 は計算誤りがあり、かつ、行き詰まった場合である。この場合は誤り箇所を指摘する。それにより誤りが訂正されれば c 3 あるいは c 2、c 1 に移る可能性がある。

c 5、c 6 はモデル化が不十分な場合ある。c 5 の場合は必要な定式を欠く場合であり、その誘導を促す。また、c 6 はさらに計算誤りを含む場合である。これには定式化の誤りを含み、それは計算誤りとして扱われる。この場合は誤り箇所を指摘する。それにより誤りが訂正されれば c 5 他に移る可能性がある。

このように C-interest は最終的解の正誤ではなく、解答全体を診断しその状態に応じた学習支援を行う。それはより根本的な問題から順次指導し、学習者を正答へと導く。

3. 数式入力インタフェース

本システムは、解答として解とその導出過程を診断して学習支援を行う。教育システムのインタフェースは学習者の思考を妨げることなく自然であることが重要である。したがって、式の入力はノートで解を導出するのと同じように行えることが望ましい。

C-interest の数式入力インタフェースはマウスのみで数式を入力する。それは紙の上に式を書くのと同様順序で入力し、学習者の負担が少なく思考を妨げる度合いが小さい。また、入力した式の意味が曖昧な場合や慣習にしたがっていない場合はそれを示唆して、学習者を助ける機能を備えている。

3. 1 数式の記述

数式の記述は慣習によってなされてきた。そして、それは記述の効率性や意味の一意性がほぼ保たれるようになっている。しかし、明文化された正書法があるわけではなく、常に一貫しているとは限らず、曖昧性をはらんだり、バリエーションのある場合がある。初等代数の範囲で整理した式の構文と関数の引数の例を付録に掲げる。

式の要素は数、変数、分数、関数、括弧式などであり、それらを因子と呼ぶことにする。関数には絶対値、累乗根、三角、対数関数などがある。このうち、数、変数、括弧式、絶対値は、その右肩に直接に指数がつくことがある。それに対して分数、累乗根には指数が付かない。

因子を「 \times 」、「 \cdot 」、「 $*$ 」、「 $/$ 」、「 \div 」などの乗除演算子でつないで項が形成される。乗算の場合は演算子が略されることがあり、その方がむしろ一般的である。これを特に積項と呼ぶことにする。積項は項より演算順位が高い。

項を「 $+$ 」、「 $-$ 」の加減演算子でつないで式が形成される。式にはその先頭に符号が付くことがある。そして、式を「 $=$ 」でつないで等式が形成される。

3. 2 いくつかの慣習

積項は定数、変数、関数の順に書くことが多い。それらの間の結合に何らかの意味がある場合は、「 $2x \cdot n \cdot \sin x$ 」のように演算子「 \cdot 」を用いて区切って項とする。また、定数に分数が続く積項は帯分数と区別が着き難い。したがって、その場合にも演算子「 \cdot 」を用いて項とする。また、いくつかの定数の積も一つの数と混同を避けるため、「 $1 \cdot 2 \cdot 3$ 」のように項として記述する。

関数の引数は一般に因子が積項であることが多い。まれに項が来ることがある。しかし、式が直接来ることはない。それは引数の範囲が曖昧になるからである。式を引数とする場合は括弧式（因子）とする。したがって、 $x + 1$ が引数ならば「 $\sin x + 1$ 」でなく「 $\sin(x + 1)$ 」と記述する。符号の付いた変数が引数の場合、それは式であるからやはり括弧で囲まれる。すなわち、「 $\sin -x$ 」でなく「 $\sin(-x)$ 」である。

指数は因子に付き、一般に式である。それは右肩に小さく書かれるからその範囲が曖昧になることはない。前述のように直接に指数が付く因子と付かない因子がある。また、三角関数の場合は関数名の右肩に付くが、対数関数の場合には付かないなどの慣習がある。したがって、「 $\sin^2 x$ 」と書くことは出来るが「 $\log^2 x$ 」と書かず、「 $(\log x)^2$ 」と書く。

以上はあくまでも慣習であり必ずしもそのとおりであるとは限らない。また、領域を広げると領域ごとの慣習もあり、ここで述べた範囲に止まらない例が出てくる。

3. 3 数式入力インタフェースの機能

本インタフェースはマウスのみで式を入力する。それは画面の図2のような cube の文字を紙に書くのとはほぼ同じ順序でクリックして行う。インタフェースはその文字を受け取り、逐次、式を生成して画面に表示する。画面の式は項を構成する演算子が入力される毎に更新され、学習者は式の状況を確認しながら入力を行うことができる。

式は通常の紙の上にかかれたものと同じく二次元的に表示され、添え字、分数、指数の位置や大きさは自動的に決定される。また、その情報は記憶されていて、いつの時点でも任意の箇所を訂正することができる。

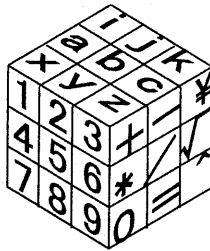


図2 数式入力Cube

1) 式の入力

入力は基本的に式の要素を手書き順に並べた文字列である。したがって、分数やべき乗など式が二次元的に表現される場合、要素を手書き順に並べた文字列のままでは演算の範囲が曖昧になることがある。本方式ではそれを制御文字 \yen の導入で解決する。たとえば、分数の分母と分子を区切ることや指数の終りを示すことが必要である。それらを示すために制御文字 \yen を用いる。それは演算の範囲と同時に次要要素の接続先をも示す。

図3に入力と表示の関係を示す。図3の最初の \yen は、分母が終わって分子が続くことを、二番目の \yen は分数が終わって次の要素に続くことを示している。そして、三番目の \yen は根号の中の式が終わって次は平方根に続く要素がくることを示す。なお、式の最後に限り \yen を double click することにより、自動的に必要な \yen の個数が計算されて付けられる。

以上の方法により手書きの順序を乱すことなく、より少ない負担で自然に式を入力することが可能になる。なお、制御文字 \yen をクリックする代わりに入力中の式のしかるべき位置をクリックしても同様のことが行える。すなわち、最初の \yen のクリックの代わりに式の分子の位置をクリックしても良い。また、分子 a の入力の後に分数を表わす横線の右をクリックすることも出来る。

本インタフェースはキーボードを使用せずマウスのみで入力する。数式入力Cubeは常に入力中の式の近くに配置されるので手の移動も最小限ですむ。また、視線も常に画面のみに限られ、入力の負担が少なく、学習者の思考が中断することが少ない。

2) 表示と出力形式

入力は構文解析され、木構造形式をへて表示形式に変換される。図4に図3の式の木構造形式を示す。木構造形式は演算子ノードの下にその演算対象の式がとらなる。本インタフェースでは分数、指数、根号など二次元的に表示する必要があり、木構造形式は各要素の表示位置や大きさを計算するのに都合が良い。

例えば、分数の場合、分母と分子を分かち横線はそれらの長い方に合わせる必要がある。木構造では演算子ノードにつらなる部分木がそれぞれ分母、分子を表わしており、それらの部分木をたどることによって容易にその長さを求めることができる。また、根号の場合、引数によってその高さや長さが決まる。そして、やはり根号ノードにつらなる部分木がその引数を表わしており、同様に、それらの値を求めることができる。

また、本インタフェースは入力された式を推論エンジンに渡す。そして、推論エンジンは解答を診断する。その場合の式は木構造形式の式をリストで表現したものである。推論エンジンはそのリストを操作して式の演算や変形を行う。さらに、本インタフェースは他のソフトでも利用できるように構成されている。

入力形式	表示形式
x =	$x = \square$
$\sqrt{-2x+1}$	$x = \sqrt{\frac{\square}{2x+1}}$
a	$x = \sqrt{\frac{a}{2x+1}} \square$
	$x = \sqrt{\frac{a}{2x+1}} \square$
+ 1	$x = \sqrt{\frac{a}{2x+1}} + 1 \square$

図3 数式入力インターフェースの入力例

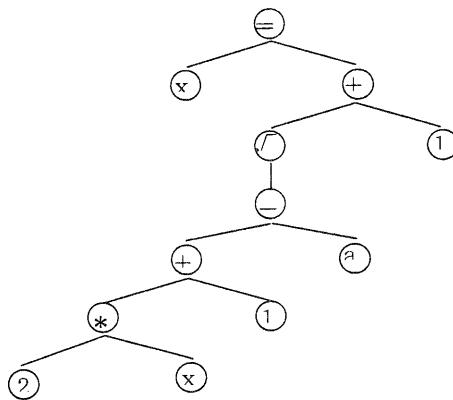


図4 数式の木構造の例

3) 慣用表現や曖昧性に対する支援

入力された式に曖昧性や慣用に反する記述のあることがある。その場合、システムは学習者にそれを示唆し、その訂正や選択を求める。例えば、図5に要素の結合性の表示例を示す。図5の入力は一般にa)のように解するのが普通である。したがって、入力中、引数の範囲はa)のように表示される。

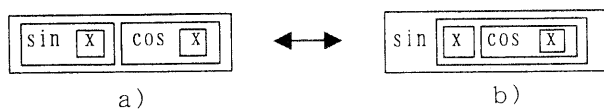


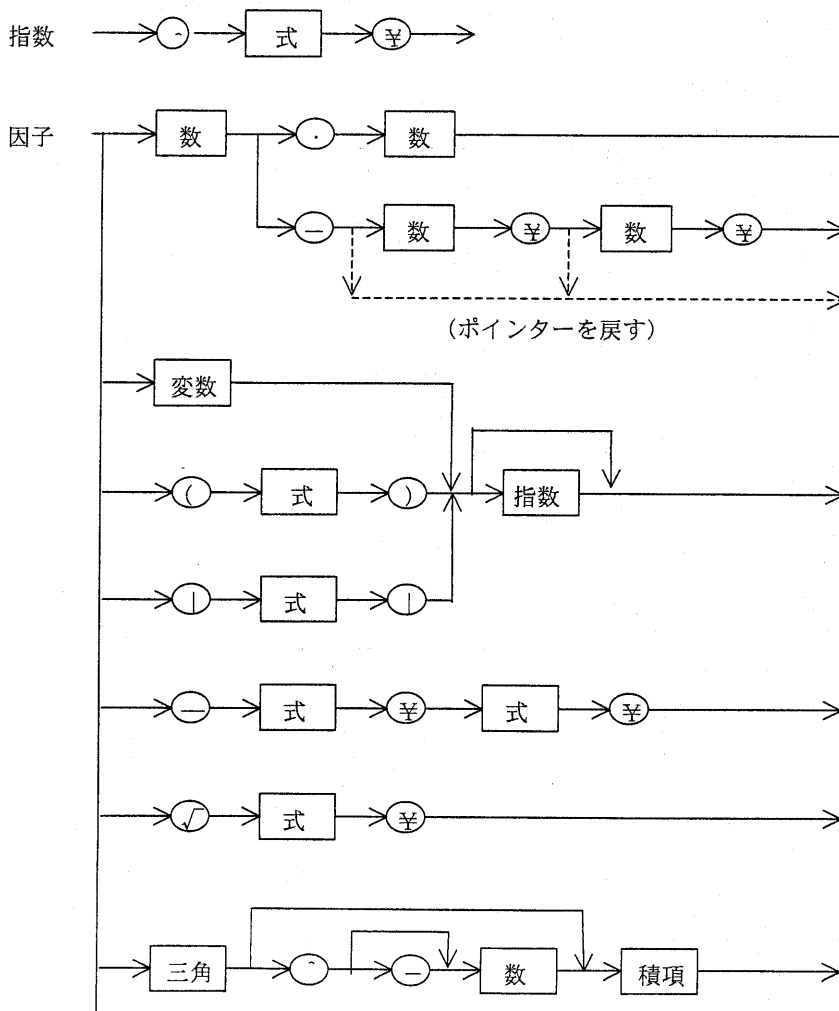
図5 要素間の結合関係図

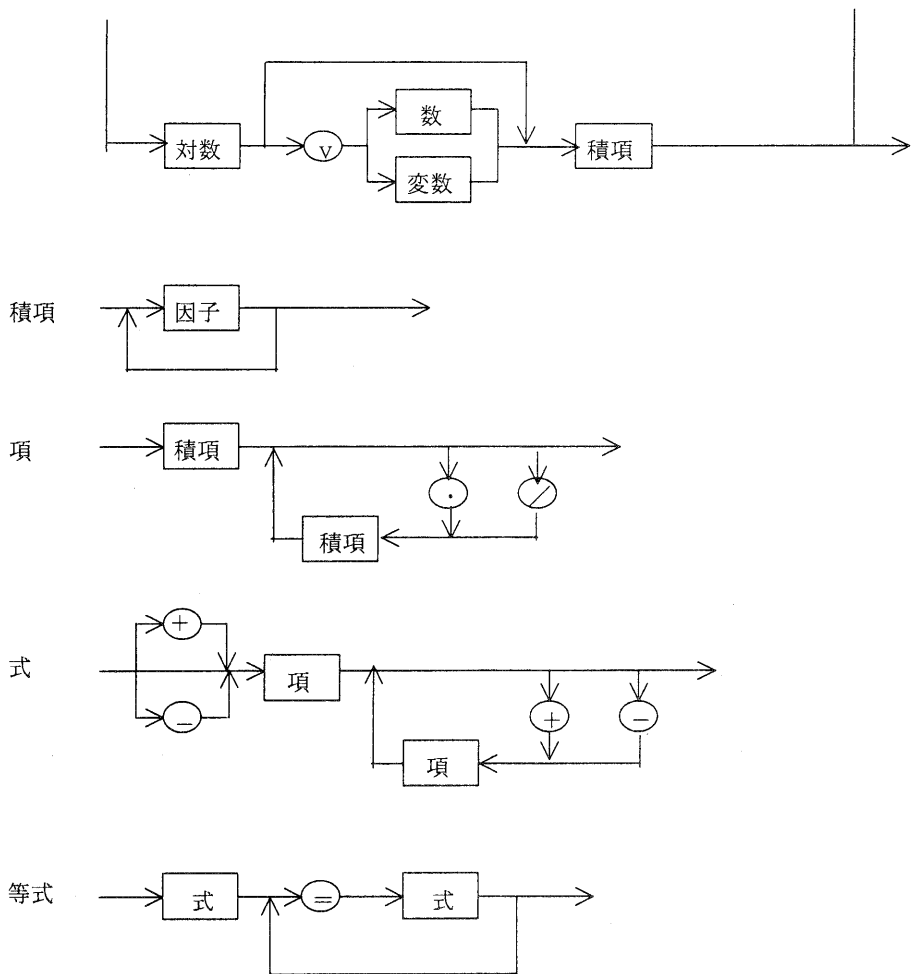
しかし、b) のような意味で入力したのであれば、マウスで sin を囲む枠を cos の引数を含む範囲までドラッグして変更する。この場合、システムは引数の範囲を明確にするため、それを括弧で囲んで $\sin(x \cos x)$ と表示する。なお、このような結合性の診断、訂正機能の on/off は学習者が選択することができる。

4. おわりに

本論文では、化学の溶液混合の問題を演習する知的ドリル C-interest について、システムの概要、解答診断および数式入力インタフェースについて述べた。今後の課題としては、様々な領域の慣用に対処するため、その構文と意味を記述することで自動的に処理できるようにすることが考えられる。

付録 1 数式の構文





付録 2 関数の引数の例

$\sin 2xy$ 積項

$\log x^r$ 冪乗

$\sin \frac{1}{x}$ 分数

$\log_a |x|$ 絶対値

$\sin \frac{1}{\sqrt{x}}$ 分数

$\log \frac{x+1}{x-1}$ 分数

$\sin \log x$ 関数

$\log \tan x$ 関数

$\sin (-x)$ 括弧式

$\log \sqrt{\cos x}$ 関数