

アニーリング法を用いた距離画像からの超2次曲面記述の抽出

金田 正久[†] 横矢 直和^{††} 山本 和彦^{††}[†] 日立電線株式会社 ^{††} 電子技術総合研究所

3次元基本形状を表現するために様々なモデルが提案されているが、超2次曲面は、比較的少数のパラメータで多くの3次元形状を表現できるという点で注目されている。本報告では、距離画像から超2次曲面記述を抽出する方法について述べる。まず最初に、データとモデルの間での距離と法線ベクトルに基づく当てはめ誤差(エネルギー)を定義し、次に、このエネルギー関数の最小化問題としてモデル抽出を定式化する。この最小化問題の解法として、通常の決定論的な非線形最小自乗法では局所最小解に陥るといふ問題を抱えているため、ここでは、大局的最小解の近似解を得るためにアニーリング法を用いる。最後に、人工データと実データについての実験結果を示す。

**Recovery of Superquadric Primitives from Range Images
by Simulated Annealing**Masahisa KANETA[†] Naokazu YOKOYA^{††} Kazuhiko YAMAMOTO^{††}[†] Hitachi Cable Ltd. ^{††} Electrotechnical Laboratory[†] 5-1-1 Hitaka-cho, Hitachi, Ibaraki 319-14, Japan^{††} 1-1-4 Umezono, Tsukuba, Ibaraki 305, Japan

We describe a method of recovering volumetric shape descriptions of 3D objects from range images. The models of shape primitives are superquadrics with a global deformation (tapering). We first define a new *energy function* or *error-of-fit measure* for the recovery of models from range data. The measure evaluates the differences in both depth and surface orientation between data points and the model surfaces. Simulated annealing is then introduced for searching a global minimum of the energy function for all range of variations of model parameters including translation and rotation. Experimental results were successfully obtained for both synthetic and real range images.

1. はじめに

3次元基本形状を表現するモデルとして、一般化円筒¹⁾、Symmetry-seeking model²⁾、超2次曲面³⁾ (superquadrics; 以下SQと呼ぶ)などの体積表現法がいくつか提案されている。これらのモデルのうちSQは、比較的少数のパラメータの調節により多くの3次元形状を表現できるという点で注目されており、変形関数 (tapering など)を導入することによって、さらに多くの形状を表す検討も行われている⁴⁾。

これまでにSQを基本形状とする形状モデラを構築する試み⁵⁾があり、最近では、距離画像を用いた物体認識や画像データベースの形状インデクシングのために3次元座標データからSQ記述を抽出する試みがなされている^{5)~10)}。SQを用いたモデル抽出の手法は基本的に、モデル(の式)とデータ点集合の間で当てはめ誤差を定義し、最小自乗法の枠組によって最適当てはめを行うというものである。当てはめ誤差関数として、様々なものが提案され改良されてきた^{5),6),8)}。しかし、当てはめ誤差関数の最小解を得る方法として従来は、決定論的な最小自乗法が用いられているため、局所最小解に陥ってしまうという問題がある。この問題に対処するために、初期値の選び方の検討も行われているが、基本的に、初期値(特に、平行移動と回転のパラメータ)を適切に選ばなければ大局的最小解が得られない。

そこで、本報告では、距離と同時に法線の情報をも考慮に入れてデータ点とモデルの差異を評価する新たな当てはめ誤差(エネルギー)を定義し、アニーリング法(simulated annealing)¹¹⁾によるエネルギー最小化によってSQを距離データに当てはめる手法の検討を行う。アニーリング法を用いることにより、初期値に依存することなく大局的最小点の付近に到達することができる。以下では、SQの定義、提案手法の概要、および人工データと実際にレンジファインダで取得した距離画像を用いた実験結果について述べる。

2. 超2次曲面

2.1 超2次曲面の定義

中心が (x, y, z) 座標系の原点にあるSQ(ここでは超楕円面に限る) \vec{X} および、その法線ベクトル \vec{N} は、媒介変数 η, ω を用いて次式で表される³⁾。

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \cos^{\epsilon_1} \eta \cos^{\epsilon_2} \omega \\ a_2 \cos^{\epsilon_1} \eta \sin^{\epsilon_2} \omega \\ a_3 \sin^{\epsilon_1} \eta \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\vec{N} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/a_1) \cos^{2-\epsilon_1} \eta \cos^{2-\epsilon_2} \omega \\ (1/a_2) \cos^{2-\epsilon_1} \eta \sin^{2-\epsilon_2} \omega \\ (1/a_3) \sin^{2-\epsilon_1} \eta \end{bmatrix} \quad (2)$$

ただし、 $-\frac{\pi}{2} \leq \eta \leq \frac{\pi}{2}$ 、 $-\pi \leq \omega \leq \pi$ である。従来からSQの定義としてこの式(1)が用いられているが、三角関数の値が負になる場合が生じるため、式(1)、(2)における三角関数のべき乗の項は、正しくは、 $\text{sign}\{\cos \eta\} |\cos \eta|^{\epsilon_1}$ や $\text{sign}\{\cos \omega\} |\cos \omega|^{\epsilon_2}$ で表現すべきものである。

ここで、 a_1, a_2, a_3 は大きさのパラメータ、 ϵ_1, ϵ_2 は形状パラメータである。 ϵ_1 により z 軸方向の形状が変化し、 ϵ_2 により z 軸に垂直な断面の形状が変化する。 a_1, a_2, a_3 は、それぞれSQの x, y, z 軸方向の大きさを決める。超2次曲面の特徴は、2つの形状パラメータを変化させるだけで、比較的多くの形状を表現できることである(図1参照)。形状パラメータの調節により、例えば、立方体と球の中間の形状を連続的に表現できる。SQモデルは、ここに示した5つのパラメータに平行移動と回転のパラメータを加え計11個のパラメータで表現される。

2.2 超2次曲面に対する変形関数

式(1)に示したSQは、 xy 平面、 yz 平面および zx 平面に対して対称な形しか表現できない。すなわち、円錐等の形状を表現できない。そこで、基本SQでは扱えない形状を表現するために、変形関数を導入することが考えられる。

変形関数は、tapering, bending, twisting, cavity deformationなどが提案されている^{4),7)}。ここでは、taperingについて検討する。taperingは、基本SQに対して、

$$\begin{cases} X = Ax \\ Y = By \\ Z = z \end{cases} \quad (3)$$

の変換を行う。ただし、

$$\begin{cases} A = 1 + \frac{P_1}{a_3} z \\ B = 1 + \frac{P_2}{a_3} z \end{cases} \quad (4)$$

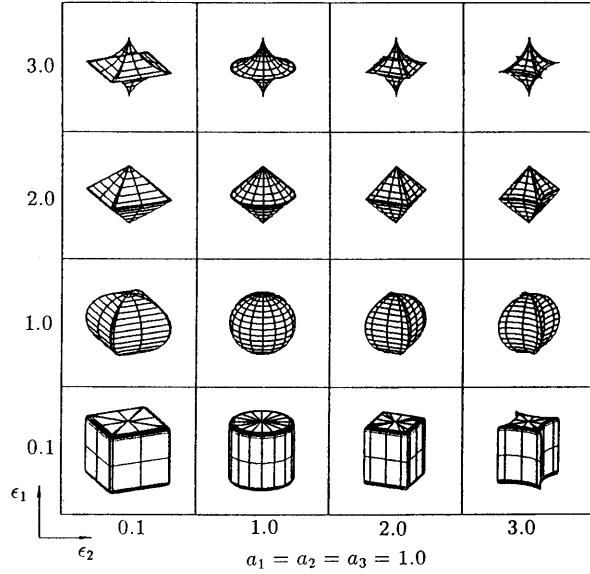


図1: 形状パラメータの変化によって生成される様々な超2次曲面

である。 $[x, y, z]^T$ は変形前のSQを表し、 $[X, Y, Z]^T$ は、変形後のSQを表す。また、 p_1, p_2 は tapering パラメータと呼ばれ、 $-1 \leq p_1, p_2 \leq 1$ の範囲の値をとる。tapering 変換に伴い、法線ベクトルは、

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ -\frac{p_1}{a_3}xB & -\frac{p_2}{a_3}yA & AB \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

と変換される。ここで、 $[n_x, n_y, n_z]^T$ は変形前の法線ベクトル、 $[N_x, N_y, N_z]^T$ は変形後の法線ベクトルを表す。

この tapering によって図2に示すように、円錐や円錐台なども表現できるようになる。tapering 変形を行う場合には、SQは p_1, p_2 を加えて、合計13個のパラメータで表現される。

3. 超2次曲面記述の抽出

レーザレンジファインダなどから得られる距離画像から、SQ記述を抽出する手法について考える。物体の3次元座標(および法線)の集合が与えられたとき、これらのデータからSQ記述を抽出するには、SQと3次元座標データとの当てはめ誤差を定義し、それを最小とするパラメータの組を求めればよい。すなわち、

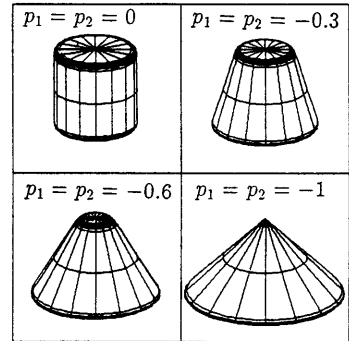


図2: Tapering による超2次曲面の変形例

多次元空間の非線形関数の最小値を求める問題となる。ここでは、データ点とSQモデルの間での距離と法線の差異を反映した新たな当てはめ誤差を定義し、この誤差関数の最小値を求めるためにアニーリング法を用いる。

3.1 当てはめ誤差の定義

従来用いられている当てはめ誤差は、inside-outside関数と呼ばれる関数に基づいている。この関数は、

$$f = \left(\left(\frac{|x|}{a_1} \right)^{\frac{2}{q_1}} + \left(\frac{|y|}{a_2} \right)^{\frac{2}{q_2}} \right)^{\frac{q_3}{2}} + \left(\frac{|z|}{a_3} \right)^{\frac{2}{q_4}} \quad (6)$$

で表され、点 (x, y, z) がSQの内側ならば $f < 1$ 、

SQ上ならば $f = 1$ (SQの陰表現)、SQの外側ならば $f > 1$ の値をとる。この inside-outside 関数を用いて、当てはめ誤差関数は、

$$E' = \frac{1}{p} \sum a_1 a_2 a_3 (f^{\epsilon_1} - 1)^2 \quad (7)$$

などと定義されている⁷⁾。ただし、 p はデータ点の個数である。この当てはめ誤差関数は、距離データがSQに完全に一致している場合には0となるが、ずれているときの関数の値は、ずれの度合いを正確には反映しないという問題点がある。

そこで、我々は、新たな当てはめ誤差関数を定義する。レンジファインダ等で得られる密な距離データから法線ベクトルを容易に計算できるので、当てはめ誤差関数には、法線ベクトルも考慮に入れる¹⁾。新たに定義した当てはめ誤差(エネルギー)関数は、次式である¹²⁾。

$$E = E_1 + \lambda E_2 \left(\frac{V}{4\pi/3} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (8)$$

ただし、

$$E_1 = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p |\vec{X}_i - \vec{x}_i|^2 \quad (9)$$

$$E_2 = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q \left| \frac{\vec{N}_i}{|\vec{N}_i|} - \vec{n}_i \right|^2 \quad (10)$$

$$V = 2a_1 a_2 a_3 \epsilon_1 \epsilon_2 B \left(\frac{\epsilon_1}{2} + 1, \epsilon_1 \right) B \left(\frac{\epsilon_2}{2}, \frac{\epsilon_2}{2} \right) \quad (11)$$

ここで、 \vec{x}_i 、 \vec{n}_i は、与えられた距離データの位置ベクトルと単位法線ベクトル、 \vec{X}_i は点 \vec{x}_i とSQの中心を通る直線とSQとの交点の位置ベクトル(図3参照)、 \vec{N}_i は点 \vec{X}_i におけるSQの法線ベクトルである。 V はSQの体積であり、 B はベータ関数を表す。 E_1 が距離データそのものに対する誤差関数であり、 E_2 が法線に対する誤差関数である。なお、式(10)の q はデータ点のうち、法線ベクトルが与えられている点の個数を表す²⁾。この2つの評価関数に重みをかけ足し合わせたものを当てはめ誤差関数とした。式(8)の $V^{\frac{2}{3}}$ は、 E_1 と E_2 との次元を合わせるための項で、 $(4\pi/3)^{\frac{2}{3}}$ は、SQの体積と法線ベクトルがつくる球の体積を等しくするための正規化の項である。 λ は位

¹⁾法線ベクトルは平行移動や拡大縮小に対して不変であり、文献6)でSQ当てはめでの利用が示唆されているが、実際には使われていない。

²⁾実際の距離画像では距離の不連続点の近傍で法線を正しく計算できないことが多く、一般には、 $q < p$ である。

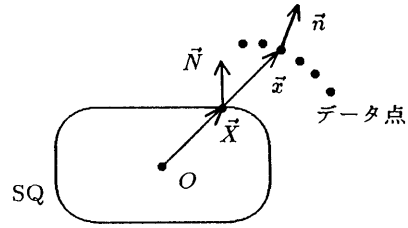


図3: データ点とSQモデルの対応づけ

置ベクトルの誤差と法線ベクトルの誤差の割合を調整するための定数である。

tapering変形を考慮する場合には、taperingの逆変換

$$\begin{cases} x = \frac{X}{A} \\ y = \frac{Y}{B} \\ z = Z \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/B & 0 & 0 \\ 0 & 1/A & 0 \\ \frac{(p_1/a_3)X}{A^2 B} & \frac{(p_2/a_3)Y}{AB^2} & \frac{1}{AB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} \quad (13)$$

をデータ点の座標と法線ベクトルに施してから、式(8)の当てはめ誤差関数を計算する。

3.2 アニーリング法による当てはめ

ここでは、距離データに対するSQ当てはめを式(8)の当てはめ誤差関数の最小化問題として定式化する。式(8)は一般に非凸な関数であり、多くの局所最小点をもつため、通常の設定論的な手法³⁾では初期値に依存した局所最小点に陥ってしまい、最適解が求まらないことが多い(図4参照)。そのため、ここでは当てはめ誤差をエネルギー関数と考え、Metropolisの確率過程¹³⁾による以下のようなアニーリング法^{11),14),15)}を用いる。ここで用いたアニーリング法は、キャパシタンスという量を用いて温度の下げ方を制御していることが特徴である。

- (1) 十分に高い初期温度 T_0 を決め、SQの11個(taperingモデルの場合には13個)のパラメータに

³⁾Levenberg-Marquardt法などの非線形最小自乗法が用いられている。

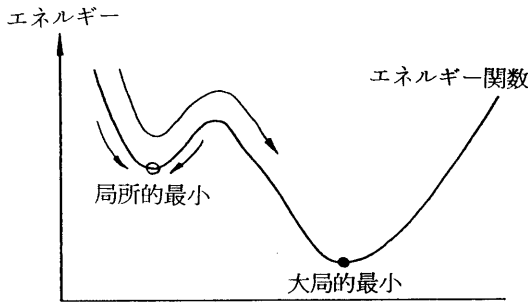


図4: エネルギー関数の大局的最小点の探索

- 初期値を与える。この状態を v とする。(誤差: $E(v)$)。
- (2) ランダムにパラメータを1つ選びその値を上下限値の範囲でランダムに変化させ、この状態を v' とする。(誤差: $E(v')$)。
 - (3) 確率 $\min\{1, \exp\{-(E(v') - E(v))/T_k\}\}$ で、 v から v' へ状態を遷移させる。(新たな状態を v とする)。
 - (4) 定常状態に達するまで、ステップ(2)～(3)を繰り返す。(実際には、ある一定の回数繰り返す。)
 - (5) $T_{k+1} = \{1 - (1 - \beta) \exp(-C_k)\} T_k$ により徐々に温度を下げる。(β は定数、 $0 < \beta < 1$)。
 - (6) 誤差の値がほとんど変化しなくなるまでステップ(2)～(5)を繰り返す。

ただし、 C_k は、キャパシタンスと呼ばれ、

$$\left[\frac{d \langle E \rangle}{dT} \right]_k = \frac{\langle \tilde{E}^2 \rangle_k}{T_k^2} \equiv C_k \quad (14)$$

で定義される量で、システムの秩序状態の変化を表す¹⁶⁾。 $\langle E \rangle$ と $\langle \tilde{E}^2 \rangle$ は、それぞれ一定温度での誤差 E の平均と分散である。アニーリングには、定常分布になるまで十分に確率過程を繰り返し、温度を連続的に0に収束させることによって最適解の1つへの到達が保証されるという特徴がある。しかし、実際には、連続的に温度を下げるのできかないので、ここでは、ステップ(5)のように、キャパシタンスが大きいつきに温度を緩やかに下げるという温度制御を行っている。

4. 実験結果

人工データと実際の距離画像を用いたSQ当てはめの実験結果について述べる。

4.1 人工データに対する当てはめ

はじめに、式(1)、(2)からテストデータを作成し、このデータにSQを当てはめる実験を行った。このテストデータは、実際の距離画像と同じように、観察方向から見える表面の距離データだけとした。また、この実験では tapering 変形を考慮していない。

実験において、パラメータの値の範囲は、

$$a_1, a_2, a_3 \quad : \quad 0.1 \sim 5.1$$

$$\epsilon_1, \epsilon_2 \quad : \quad 0.1 \sim 3.1$$

$$\text{回転パラメータ} \quad : \quad -\pi \sim \pi$$

$$\text{平行移動パラメータ} \quad : \quad -5.0 \sim 5.0$$

と制限した。また、 $\lambda = 1.0$ とした。アニーリングの初期温度は $T_0 = 0.5$ とし、 $\beta = 0.9$ とした。一定温度における反復回数を500回とした。なお、以下で示す実験例では、いずれも視野の中心においた単位球 ($a_1 = a_2 = a_3 = 1.0$, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1.0$) を初期値としている。

円筒の距離データ ($a_1 = a_2 = 1.0$, $a_3 = 2.0$, $\epsilon_1 = 0.1$, $\epsilon_2 = 1.0$) に当てはめを行った結果を図5に示す。図5(a)は、データ点の座標と法線ベクトルの方向を示した入力データである。図5(b)が初期値、図5(c)-(k)が途中経過、図5(l)が最終結果であり、円筒に正しく収束していることが分かる。このときの平均当てはめ誤差の変化の様子を図6に示す。比較のために初期温度を低く設定して ($T_0 = 0.0001$)、当てはめを行なった。この場合には、図7に示すように局所最小点に陥ってしまい、円筒に正しく収束しない。

SQのパラメータを変化させて生成したその他の形状について、SQ当てはめを行った結果を図8に示す。いずれもほぼ正しく収束していることが分かる。

4.2 実データに対する当てはめ

レーザレンジファインダ (White Scanner 100A) によって得られた距離画像にSQを当てはめる実験を行った。実験の条件は4.1と同じである。レンジファインダによって得られた距離画像から、距離の不連続点以外の点で法線ベクトルを計算し、その後データ点を間引いたものを入力データとした。

図9(a)は、円筒形の物体をレンジファインダで撮影した距離画像から得た入力データである。図9(b)が

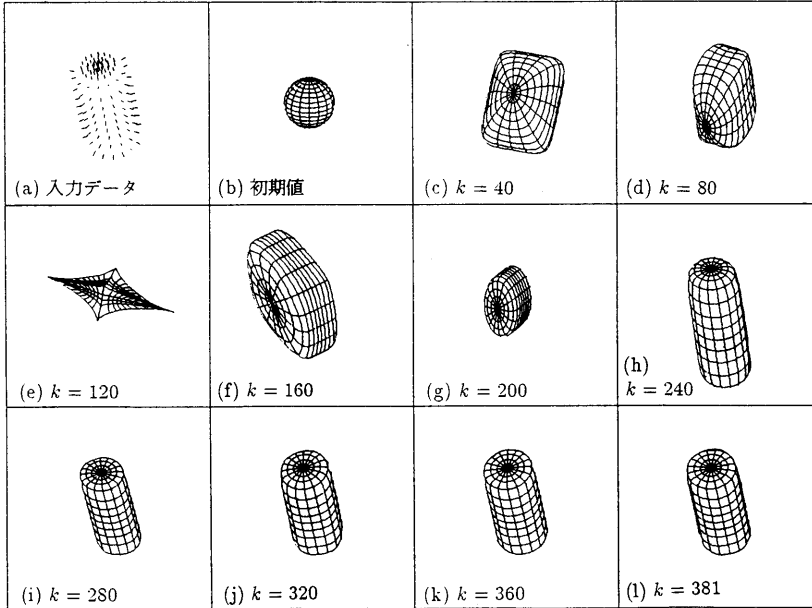


図5: 傾いた円筒の人工データに対するSQ当てはめ

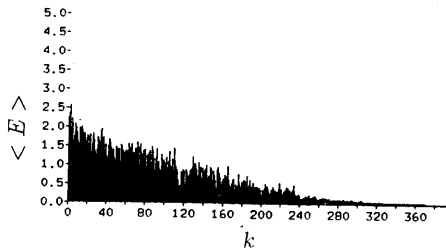


図6: 平均当てはめ誤差の変化

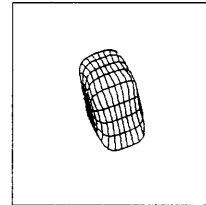


図7: 初期温度を低く設定した場合の収束結果

初期値、図9(c)-(k)が途中経過、図9(l)が最終結果であり、ほぼ円筒に収束していることが分かる。

4.3 Taperingを考慮した当てはめ

次に、taperingを考慮したモデルを用いてSQ当てはめの実験を行った。実験においては、まず、式(1)~(5)を用いて人工距離データを作成し、パラメータの値の範囲を、

- a_1, a_2, a_3 : 0.1~5.1
- ϵ_1, ϵ_2 : 0.1~3.1
- p_1, p_2 : -1.0~1.0
- 回転パラメータ : $-\pi \sim \pi$
- 平行移動パラメータ : -5.0~5.0

に制限して当てはめを行った。また、 $\lambda = 1.0$ とした。

アニーリングの初期温度は $T_0 = 0.5$ とし、 $\beta = 0.9$ とした。この場合、一定温度における反復回数を1500回としなければ最適解に収束しなかった。当てはめ結果を図10に示す。なお、この入力データ生成時の大きさのパラメータと形状パラメータは図5の場合と同じで、taperingパラメータが $p_1 = p_2 = -0.5$ である。

taperingを考慮した場合、確率過程を十分に繰り返しさなければ最適解に収束しないことが分かった。

5. おわりに

距離の差と法線の差を同時に評価する新たな当てはめ誤差関数を導入し、アニーリング法を用いて距離データにtapering変形を含む超2次曲面を当てはめる

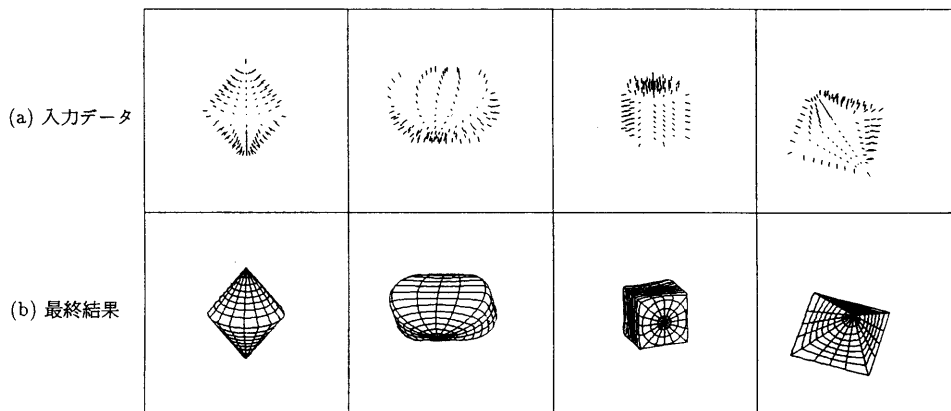


図8: 様々な人工データに対するSQ当てはめの結果

手法を提案した。本手法は、誤差関数の局所的最小点に捕らわれることなく大局的最小点を探索することができる。本手法は収束結果が初期値に依存せず、したがって、対象物体の軸などが不明な場合にも適用可能である。ただし、基本的にモンテカルロ法であるため、厳密解に到達することは期待できない。しかし、大局的最小点の付近に到達したならば、決定論的手法を用いることにより厳密解を求めることは容易である。アニーリング法を用いることのもう1つの利点は、求めるべきパラメータに対する制約を導入し易い枠組であるという点である。

今後の課題として、bendingなどの他の変形関数をも考慮したモデルへの拡張を図るとともに、実的な意味での収束が保証され、収束速度の速い温度制御法を検討することが挙げられる。また、将来の超並列マシンでの実行に適した並列分散アルゴリズムの開発も必要である。

謝辞 有益な御討論を頂いた村木茂、坂上勝彦両氏をはじめ電総研 画像研究室の皆様へ感謝致します。

参考文献

- (1) T.O. Binford: "Visual perception by computer", *Proc. IEEE Conf. Systems and Control*, 1971.
- (2) D. Terzopoulos, A. Witkin, and M. Kass: "Symmetry-seeking models and 3D object reconstruction", *Int. Journal Computer Vision*, Vol.1, No.3, pp.211-221, 1987.
- (3) A.H. Barr: "Superquadrics and angle-preserving transformations", *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol.1, pp.11-23, 1981.
- (4) A.H. Barr: "Global and local deformations of solid primitives", *Computer Graphics*, Vol.18, No.3, pp.21-30, 1984.
- (5) A.P. Pentland: "Recognition by parts", SRI International Technical Note, No.406, 1986.
- (6) R. Bajcsy and F. Solina: "Three dimensional object representation revisited", *Proc. ICCV'87*, pp.231-240, 1987.
- (7) F. Solina and R. Bajcsy: "Recovery of parametric models from range images: The case for superquadrics with global deformations", *IEEE Trans. PAMI*, vol.12, No.2, pp.131-147, 1990.
- (8) T.E. Boulton and A.D. Gross: "Recovery of superquadrics from depth information", *Proc. Workshop on Spatial Reasoning and Multi-Sensor Fusion*, pp.128-137, 1987.
- (9) 丸山, 阿部: "距離画像からの物体の基本要素への分割", 昭63 信学春季全大, 1988.
- (10) 堀越, 笠原: "画像データベースにおける三次元インデクシング", 信学技報, IE88-111, pp.33-40, 1989.
- (11) S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt, Jr., and M.P. Vecchi: "Optimization by simulated annealing", *Science*, Vol.220, No.4598, pp.671-680, 1983.
- (12) 金田, 横矢, 山本: "距離データへの超2次曲面の当てはめ — 確率的アプローチ —", 情処第40回全大, 1990.
- (13) N. Metropolis, A.W. Rosenbluth, M.N. Rosenbluth, A.H. Teller, and E. Teller: "Equation of state calculations by fast computing machines", *Journal of Chemical Physics*, Vol.21, No.6, pp.1087-1092, 1953.
- (14) 深尾: "アニーリング法 — 一つの最適化手法 —", 信学誌, Vol.70, No.12, pp.1247-1250, 1987.
- (15) 坂上, 横矢: "弛緩法と正規化", 情報処理, Vol.30, No.9, pp.1047-1057, 1989.
- (16) 深尾, Zhao: "確率的分散最適化アルゴリズム", 信学論, Vol.J69-A, Vol.12, pp.1492-1501, 1986.

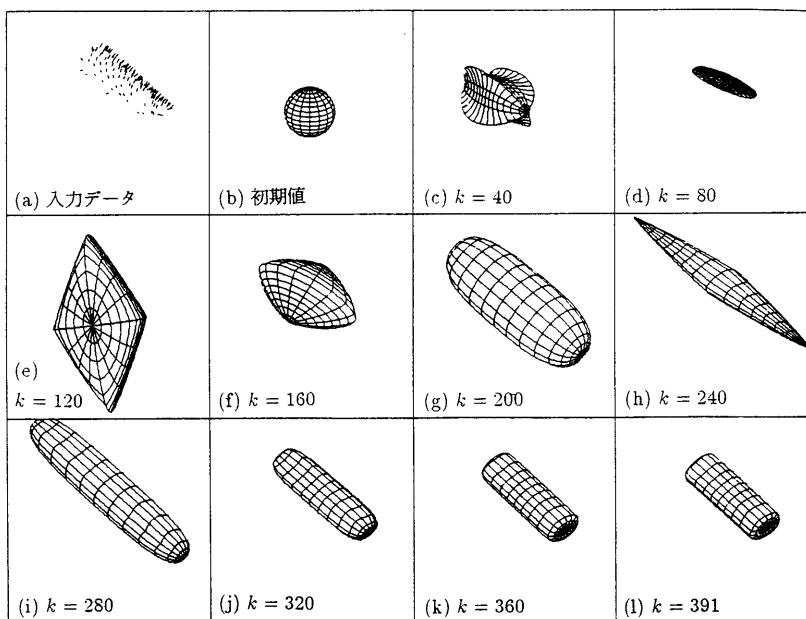


図9: 実データについての実験結果

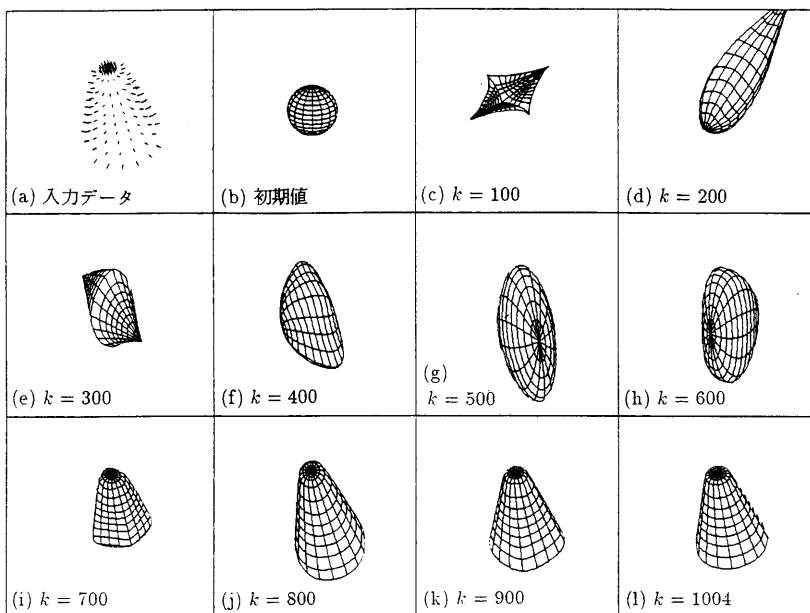


図10: Tapering変形を行った人工データに対する当てはめ