

## 線図形の特徴点検出の一手法とその応用

山田 啓一

(株) 東芝 情報通信システム技術研究所

反復端点あてはめ法による線分近似形状の各頂点が、原形状において角の点(尖点)であるのか、曲線上の点であるのか、または正接点(曲線と直線とが滑らかに接する点)であるのかを線分近似データのみから判定する方法を提案する。本方法を用いることにより、デジタル2値図形の輪郭線への曲線をあてはめが効率的に行えることを示す。本方法は、線分近似形状のとなり合った頂点間の原形状は、近似的に十分短い円弧または直線とみなすことができるという仮定に基づいている。判定のために必要な主要な定数は線分近似時の許容誤差であり、経験的に決める必要がない。

## A METHOD FOR FEATURE POINTS DETECTION ON CURVES AND ITS APPLICATION TO CURVE-FITTING

Keiichi YAMADA

TOSHIBA Corp., Information and Communication Systems Laboratory  
2-9 Suehiro-Cho Ome-Shi, Tokyo 198 Japan

This paper proposes a simple algorithm to classify each of the vertexes obtained by the iterative end-point polygonal approximation to whether it is the point on a continuous curve, the point at a corner, or the point where a straight line tangents to a curve. The assumption that the shape between successive two vertexes can be approximated by circular arc is made in working out this algorithm. Using this method achieves efficient curve-fitting to the outlines of plane figures.

## 1. はじめに

点列によって表現されている形状（以下、原形状）に対して曲線あてはめを行う場合、基本的な方法として、与えられた全ての点を対象に2乗誤差等の評価基準に従って曲線あてはめを行うことが考えられる。しかしながら、多くの場合、与えられた点列は原形状の表現のためには冗長であり、全ての点を対象にして曲線あてはめを行うことは効率的ではない。そこで、与えられた点列の中からいくつかの代表点を選び出し、これらの代表点のみを対象にすることにより、効率良い曲線あてはめを実現することが考えられる。品質の良い曲線あてはめを行うためには、代表点として、角の点（尖点）、正接点（曲線と直線とが滑らかに接する点）といった特徴的な点を求めることが必要である。

点列によって表現された形状から角の点等の特徴点を求めることは、図形処理の1つとして重要であり、従来からいくつかの手法が提案されている [1] [2]。いずれの方法も、曲線を構成する全ての点列（画素）を使って判定を行うため、処理に時間がかかる。

反復端点あてはめ法 [3] はよく知られた線分近似法であり、原曲線上にとられたとなり合った区分点を結ぶ仮想線分から最も遠い曲線上の点を区分点とするという操作のくり返しによって行われる。筆者は、反復端点あてはめ法によって線分近似を行うと、原形状の角の点は線分近似図形の頂点の1つに自然に対応するようになることに着目し、同法による線分近似形状の各頂点がどのような性質の点であるかを判定することによって、特徴点を求めることを考えた。

本稿では、簡単な仮定をおくことにより、反復端点あてはめ法による線分近似形状の各頂点が、原形状において角の点であるのか、曲線上の点であるのか、または正接点であるのかを、線分近似データのみから簡単に判定することができることを示し、この判定アルゴリズムを提案する。また、本方法を用いることにより、デ

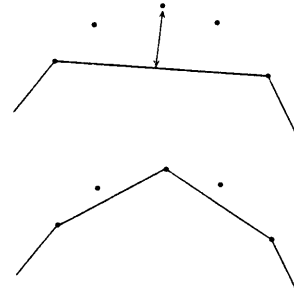


図1 反復端点あてはめ法

ジタル2値図形の輪郭線に効率的に曲線をあてはめることができることを示す。

## 2. 仮定

次の仮定を行った。

1. 線分近似形状の各頂点は原形状の上にある。
2. 原形状の角は必ず線分近似形状の頂点に対応している。
3. 原形状と線分近似形状の最大距離誤差は  $\epsilon$  である。
4. 線分近似形状上のとなり合った頂点間の原形状は、近似的に十分短い円弧または直線とみなすことができる。
5. 曲率が十分に大きい部分は角とみなす。

反復端点あてはめ法では、各頂点は原点列上にとられる。一般的に、原点列は原形状の上には必ずしもないが、近似的には原形状の上にあると考えられる。また、反復端点あてはめ法は常に、となり合った区分点を結ぶ仮想線分から最も遠い曲線上の点を区分点とするので、同法によって線分近似を行うと、原形状の角の点は線分近似図形の頂点の1つに自然に対応するようになると考えられる。したがって、1、2および3の仮定は、反復端点あてはめ法を用いて誤差  $\epsilon$  で線分近似することにより自動的に満足されると言える。4の仮定は、1つの線分によって近似される曲線部分は短かいので、妥当と考えられる。5の仮定は、特に問題はないと考えられる。

### 3. 属性判定の考え方

線分近似形状中の一線分 AB に注目する。いま、点 A および点 B がともに原形状において同一曲線上の点であると仮定し、点 A における原曲線の接線方向を  $\theta_A$ 、点 B における原曲線の接線方向を  $\theta_B$  とするとき、前節の仮定 4 により、AB 間の原形状は、点 A および点 B を通り点 B において接線方向が  $\theta_B$  である 1 つの円弧で近似されると考える (図 2)。点 A における接線方向はこの条件に加えることはできない。なぜなら、2 通過点と両点における接線方向の条件を同時に満たす円弧は一般には存在しないからである。

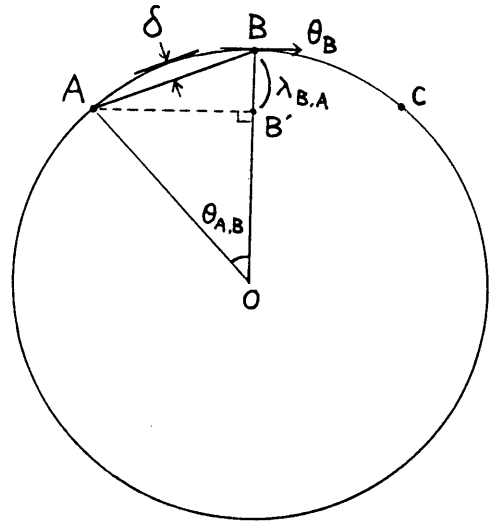


図 2 属性判定の考え方

いま、接線  $\theta_B$  に垂直で点 B を通る直線に点 A から垂直に下ろした点を点 B'、線分 AB と円弧 AB との最大距離を  $\delta$  とするとき、線分 BB' の長さ  $\lambda_{B,A}$  と  $\delta$  との関係は、円弧 AB の曲率半径を  $r$  とすると、

$$\begin{aligned} \lambda_{B,A} / \delta &= r (1 - \cos \theta_{A,B}) \\ & \quad / r (1 - \cos (\theta_{A,B} / 2)) \\ &= 2 (1 + \cos (\theta_{A,B} / 2)) \end{aligned} \quad (1)$$

である。ここで、 $\theta_{A,B}$  は円弧 AB の中心角の大きさ、すなわち  $|\theta_B - \theta_A|$  である。前節の仮定 3 より、

$$\epsilon > \delta \quad (2)$$

であるので、

$$\epsilon > \lambda_{B,A} / [2 (1 + \cos (\theta_{A,B} / 2))] \quad (3)$$

である。もし式 (3) が成立しないならば、点 A と点 B が共に同一曲線上の点であるという仮定が誤りであることになる。

頂点 B で線分 AB に接続するもう 1 つの近似線分を BC とする。点 C も原形状において点 B と共に同一曲線上の点であると仮定すると、前述の場合と同様な議論によって、次式

$$\epsilon > \lambda_{B,C} / [2 (1 + \cos (\theta_{B,C} / 2))] \quad (4)$$

が成立しないならば、点 B と点 C が共に同一曲線上の点であるという仮定が誤りであることに

なる。ただし、 $\lambda_{B,C}$  は、 $\theta_B$  に垂直で点 B を通る直線に点 C から垂直に下ろした点と点 B との距離、 $\theta_{B,C}$  は円弧 BC の中心角の大きさ、である。

以上のことから、点 B が点 A および点 C を通る曲線上にある場合には、点 B において曲線 AB と曲線 BC が同一の接線方向を持つので、式 (3) および (4) が共に成立することが言える。この命題の逆は成立しない。点 B が本当は曲線上にはない場合に、式 (3) および (4) が成立するのは、直線線分や小曲率の曲線線分が小さい角度で接続していたり短い直線線分や曲線線分がある角度で接続していたりして角の点を成している場合か、曲線と直線線分が正接している場合である (図 3 参照)。

もし、式 (3) および (4) が成立する点を全て曲線上の点または正接点とみなした場合に、どのような影響があるかを検討してみる。この場合に影響を受けるのは、点 B が実際には角の点であるときである。この場合、判定結果から推定される形状と原形状との距離誤差は  $2\epsilon$  以内である。なぜならば、式 (3) および (4) が成立しているので線分近似形状と推定される形状との誤差は  $\epsilon$  以下であり、原形状と線分近

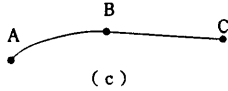
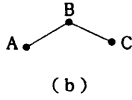
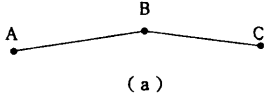


図3 (a) 長い2線分が小さい角度で接続している場合  
 (b) 短い2線分が角を成して接続している場合  
 (c) 曲線と直線線分が正接している場合

似形状との誤差は仮定より  $\epsilon$  以下であるからである。

このように、上記のような点を正しく判定しないことによる影響は  $2\epsilon$  以内である上、この点を線分近似形状のみから判定することは不可能であるので、本論文で提案する方法では、式(3)および(4)が成立する点を全て曲線上の点または正接点とみなすこととする。

さて、角とみなされない最小の曲率半径を  $r_{min}$  とすると、円弧の最も大きい中心角  $\theta_{max}$  は、

$r_{min} > \epsilon / (1 - \cos(\theta_{max} / 2))$   
 である。仮定5より、例えば、 $r_{min} / \epsilon = 5$  の場合、 $\cos(\theta_{max} / 2) = 0.8$  となる。

したがって、 $\cos(\theta_{A,B} / 2) \simeq 1$ 、 $\cos(\theta_{B,C} / 2) \simeq 1$  が仮定でき、このとき式(3)および(4)は、

$$\epsilon > \lambda_{B,A} / 4 \quad (3')$$

$$\epsilon > \lambda_{B,C} / 4 \quad (4')$$

と簡単になる。

次に、曲線上の点と正接点とを分離する方法について考える。点Bが点Aおよび点Cを通る曲線上にある場合には、点Bに関する点Aおよび点Cの対称性から、

$$\epsilon > |B-A| \cos(\phi_B / 2) / [2(1 + \cos(\theta_{A,B} / 2))] \quad (5)$$

かつ、

$$\epsilon > |C-B| \cos(\phi_B / 2) / [2(1 + \cos(\theta_{B,C} / 2))] \quad (6)$$

が成立すると考えられる。ここで、 $\phi_B$  は線分ABと線分BCの成す角度である。式(3)および(4)の場合と同様に、 $\cos(\theta_{A,B} / 2) \simeq 1$ 、 $\cos(\theta_{B,C} / 2) \simeq 1$  を仮定すると、式(5)および(6)は、

$$\epsilon > |B-A| \cos(\phi_B / 2) / 4 \quad (5')$$

$$\epsilon > |C-B| \cos(\phi_B / 2) / 4 \quad (6')$$

と簡単になる。

式(3)および(4)が共に成り立っている場合に、式(5)が成立しないのは点Bにおいて線分ABと曲線BCとが正接している場合、式(6)が成立しないのは点Bにおいて曲線ABと線分BCとが正接している場合である。なお、式(3)および(4)が共に成り立つ場合に、式(5)および(6)が共に成立しない場合はありえないことは自明である。

#### 4. アルゴリズム

以上の考察に基づき、本稿では次の方法を提案する。

線分近似形状  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$  上の点  $P_i$  について、

$$\epsilon > \gamma \cdot \lambda_{i,i-1} / 4 \quad (7)$$

および、

$$\epsilon > \gamma \cdot \lambda_{i,i+1} / 4 \quad (8)$$

の関係が成立するかどうかを調べる。その結果、両式のうちの少なくとも一方が成立しない場合、点  $P_i$  は角の点であると判定する。ただし、式(7)および(8)において、 $\lambda_{i,i-1}$  は、点  $P_i$  における原曲線の接線方向  $\theta_i$  に垂直で点  $P_i$  を通る直線に点  $P_{i-1}$  から垂直に下ろした

点と点  $P_1$  との距離,  $\lambda_{1,1+1}$  は,  $\theta_1$  に垂直で点  $P_1$  を通る直線に点  $P_{1+1}$  から垂直に下ろした点と点  $P_1$  との距離である.

式 (7) および (8) が共に成立する場合には,

$$\varepsilon > \gamma |P_1 - P_{1-1}| \cos(\phi_1 / 2) / 4 \quad (9)$$

$$\varepsilon > \gamma |P_{1+1} - P_1| \cos(\phi_1 / 2) / 4 \quad (10)$$

の関係が成立するかどうかを調べる. その結果, 式 (9) が成立しない場合には, 点  $P_1$  は直線  $P_{1-1} P_1$  と曲線  $P_1 P_{1+1}$  の正接点であると判定する. ただし, 式 (9) および (10) において,  $\phi_1$  は線分  $P_{1-1} P_1$  と線分  $P_1 P_{1+1}$  の成す角度である.

式 (10) が成立しない場合には, 点  $P_1$  は曲線  $P_{1-1} P_1$  と直線  $P_1 P_{1+1}$  の正接点であると判定する.

式 (9) および (10) が共に成立する場合には, 点  $P_1$  は曲線上の点であると判定する.

なお, 式 (7) ~ (10) において,  $\gamma$  は 1 以上の定数であり, 雑音に対する耐性向上のために導入した.  $\gamma$  の作用については, 次章で述べる.

## 5. 2値図形輪郭への曲線あてはめへの応用

本方法を用いることにより, 2次元平面上のデジタル2値図形の輪郭線に効率的に曲線をあてはめることができることを示す. 形状の曲線近似には, 区分的3次多項式によって表される曲線が用いられることが多い. 本稿では, このような曲線の一つである3次Bezier曲線を曲線あてはめに用いる. 3次Bezier曲線は, 制御点による曲線形状のインタラクティブな制御が行ないやすいこと, すぐれた曲線展開アルゴリズムが存在すること等の特徴があり [4], CAGD (Computer Aided Geometric Design) や DTP (Desk Top Publishing) の分野で広く用いられている.

図4に処理の流れを示す.

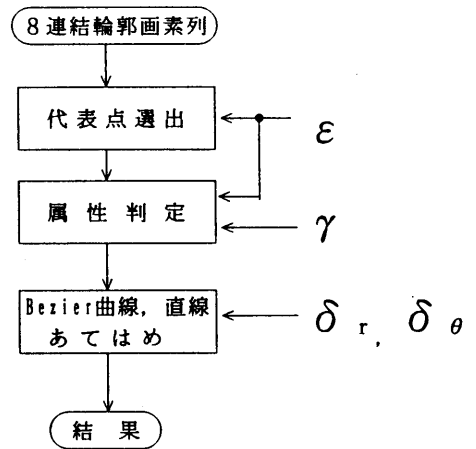


図4 処理の流れ

まず, 2値図形画像から抽出した8方向連結の輪郭画素から, 反復端点あてはめ法によって代表点を選び, 各代表点について本方法を用いて属性 (角の点, 曲線上の点, 正接点) の判定を行なった. 代表点における原曲線の接線方向は, 次のように仮定した. すなわち, 代表点列を  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$  とするとき, 点  $P_1$  における接線方向  $\theta_1$  を  $P_{1+1} - P_{1-1}$  と定めた. このとき,

$$\begin{aligned} \lambda_{1,1-1} &= \lambda_{1,1+1} \\ &= |P_{1-1} - P_1| \\ &\quad + [(P_{1+1} - P_{1-1})(P_1 - P_{1-1})] \\ &\quad \cdot (P_{1+1} - P_{1-1}) \\ &\quad / |P_{1+1} - P_{1-1}|^2 \end{aligned} \quad (11)$$

となり, 式 (7) および式 (8) は同等になるので, どちらか一方についてだけ式が成立するかを調べるだけでよい.

次に, 表1の関係に基づき, 各代表点の属性の相互関係から, 代表点列を直線部分と連続な曲線部分に分離し [5], 直線部分には直線を, 連続な曲線部分にはBezier曲線をあてはめた

表1 属性の相互関係と直線部分，連続な  
曲線部分との関係 [5]

ベクトルの 始点の属性	ベクトルの 終点の属性	そのベクトル 部分の種類	そのベクトルの終点
TR	TL	曲線	曲線部分の終わり
TL	TR	直線	直線部分の終わり
TR	CO	曲線	曲線部分の終わり
TL	CO	直線	直線部分の終わり
CO	TR	直線	直線部分の終わり
CO	TL	曲線	曲線部分の終わり
CO	CU	曲線	曲線部分の途中
CU	CO	曲線	曲線部分の終わり
TR	CU	曲線	曲線部分の途中
TL	CU	存在せず	
CU	TR	存在せず	
CU	TL	曲線	曲線部分の終わり
CO	CO	直線	直線部分の終わり
CU	CU	曲線	曲線部分の途中
TL	TL	存在せず	
TR	TR	存在せず	

ただし，

- TL： 直線ショートベクトルの進む向きに，曲線部分が直線部分になめらかに接する点。
- TR： 直線ショートベクトルの進む向きに，直線部分が曲線部分になめらかに接する点。
- CU： 曲線部分上の点。
- CO： 角の点，すなわち形状の傾きが非連続となる点。

[6]．なお，定数として，反復端点あてはめ誤差  $\epsilon = 1.5 \text{ dot}$ ， $\gamma = 1.2$ ，Bezier曲線あてはめ距離許容誤差  $\delta_r = 1.0 \text{ dot}$ ，Bezier曲線あてはめ角度許容誤差  $\delta_a = 0.35 \text{ rad}$ を用いた，Bezier曲線セグメント間の接続条件は  $C^1$  級である。

実験に用いた図形画像から抽出した8方向連結の輪郭を図5に示す。画像の大きさは， $512 \times 350 \text{ dot}$ である。図6に，代表点と各代

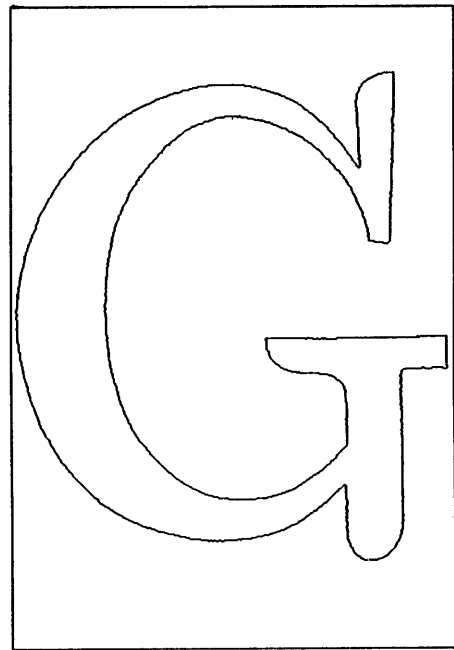


図5 原図形画像輪郭

表点の属性判定結果を示す。同図において，+印は曲線上の点を，□印は角の点を，▷印は（時計回りに輪郭を追跡したときに）曲線が直線に滑らかに接する正接点を，◁印は（同上）直線が曲線に滑らかに接する正接点を，それぞれ示す。図5の図形輪郭画素（8連結）の数は2109であるのに対し，代表点の数は79である。図6から，ほぼ合理的な判定が行われていると言える。

図7に，曲線あてはめ結果を示す。この曲線あてはめ結果を原画像と同じドット密度に展開した画像と原画像の輪郭との距離誤差を測定した結果を表2に示す。同表より，距離誤差は  $2\sqrt{2}$  画素以内に収まっていることが分かる。なお，この場合に原理的に考えられる最大誤差  $\Delta r_{max}$  は，

$$\Delta r_{max} = 2\epsilon + \delta_r + 0.5 \quad (12)$$

$$= 4.5 \text{ (画素)}$$

であるが，本当は曲線上の点または正接点でない点が誤って判定されることがない場合は，

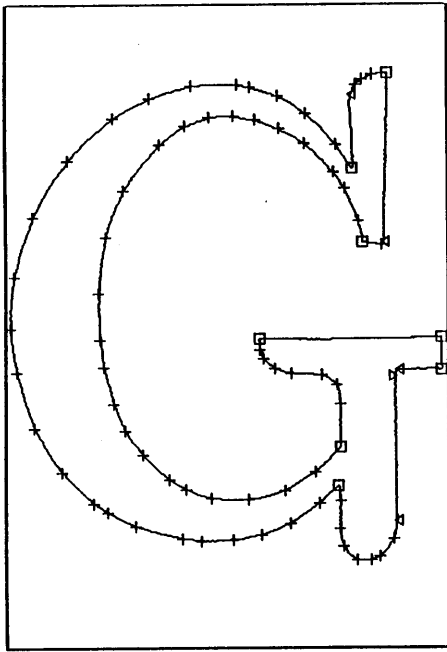


図6 代表点と属性判定結果  
( $\epsilon = 1.5$ ,  $\gamma = 1.2$ )

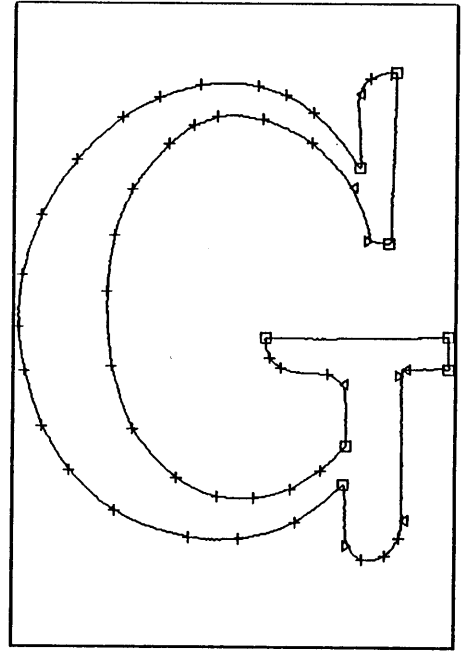


図8  $\epsilon = 3.0$  の場合の属性判定結果  
( $\gamma = 1.2$ )

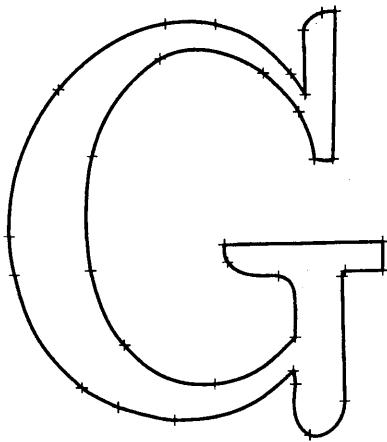


図7 曲線あてはめ結果  
“+”印は、各Bezier曲線セグメント  
の接続点を示す。

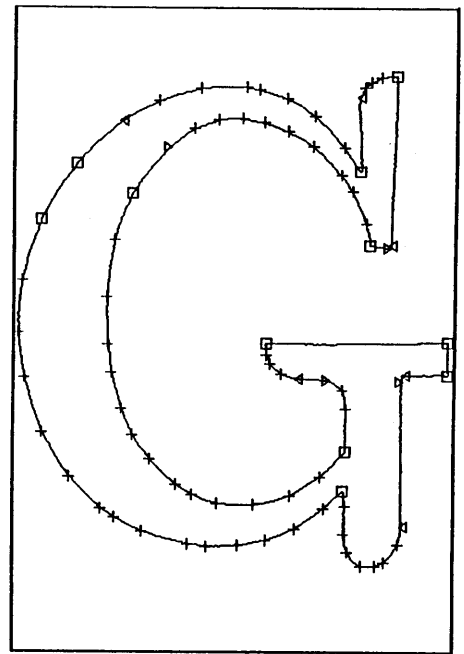


図9  $\gamma = 1.0$  場合の属性判定結果  
( $\epsilon = 1.5$ )

表2 あてはめ結果と原画像の輪郭との距離誤差（ユークリッド距離）の測定結果

ベクトル化結果の 距離誤差	画素数	
0	768	(36.5%)
1	1106	(52.4%)
$\sqrt{2}$	150	(7.1%)
2	78	(3.7%)
$\sqrt{5}$	6	(0.3%)
$2\sqrt{2}$	1	(<0.1%)
>3	0	(0%)
合計	2109	(100%)

$$\Delta r_{max} = \epsilon + \delta_r + 0.5 \quad (12')$$

$$= 3.0 \text{ (画素)}$$

である。

図8に、 $\epsilon = 3.0$ とした場合の属性判定結果を示す。 $\epsilon = 1.5$ の場合に比べ、より大局的に属性の判定が行われていることがわかる。

図9に、 $\gamma = 1.0$ すなわち、式(7)～式(10)において、 $\gamma$ を導入しない場合の属性判定結果を示す。 $\gamma = 1.2$ の場合に比べ、属性判定結果が細部の影響を受けていることがわかる。

## 6. おわりに

反復端点あてはめ法による線分近似形状の各頂点が、原形状においてどのような種類の点なのかを線分近似データのみから簡単に判定する方法を提案した。また、本方法を用いることにより、デジタル2値図形の輪郭線への曲線をあてはめが効率的に行えることを示した。

本方法は、判定のために用いる主要な定数は線分近似時に用いた誤差 $\epsilon$ であり、経験的に決

める必要がないという特長がある。

自由曲線形状を区分的な直線線分によって近似的に表現することは、データ圧縮や処理の高速化の目的で広く用いられている。本方法は、反復端点あてはめ法による線分近似図形から原図形を近似的に復元すること[5]にも利用することができると思われる。

最後に、本研究の機会を与えて下さった、情報通信システム技術研究所関係各位に感謝します。

## 参考文献

- [1] A. Rosenfeld and E. Johnston: 'Angle Detection on Digital Curves', IEEE Trans. on Computers, Vol. 22, PP. 875-878 (1973).
- [2] 小山, 塩野, 真田, 手塚: "細線化図形の屈折点検出の一手法", 信学技報, PRL80-107(1980).
- [3] U. Ramer: "An Iterative Procedure for the Polygonal Approximation of Plane Curves", Computer Graphics and Processing Vol. 1, p244 (1972).
- [4] W. Boehm, G. Farin and J. Kahmann: 'A survey of curve and surface methods in CAGD, Computer Aided Geometric Design', 1, pp. 1-60 (1984).
- [5] 山田, 佐藤: "線分近似表現から3次のBezier曲線表現への変換手法", 情処研資89-CG-38-2 (1989).
- [6] 山田: "規定誤差範囲での3次Bezier曲線あてはめ方法", 信学論(投稿中).