

計算射影幾何学によるカメラキャリブレーション

小野寺康浩 金谷健一

群馬大学工学部情報工学科

特別のパターンを描いた表示板を用いるカメラキャリブレーションの方法を提案する。まず、カメラの「焦点距離」およびカメラに相対的な空間座標系の向きが、表示板上に描かれた互いに直交する2組の平行線の「消失点」を計算することによって定まる。次に表示板上に空間座標系が既知の点を選び、その点の画像上での位置から、空間座標系の原点のカメラに相対的な位置を計算する。これらの計算を「射影幾何学」の立場から、点や直線を表す「Nベクトル」を用いて統一的に定式化し、画像の誤差の影響を最小に抑える推定法を導入する。この方法は簡単な画像処理のみによって実現できるので、ステレオによる物体計測やカメラを備えた移動ロボットなどに広く応用できる。

Camera Calibration by Computational Projective Geometry

Yasuhiro Onodera and Kenichi Kanatani

Department of Computer Science, Gunma University
Kiryu, Gunma 376, Japan

A scheme of camera calibration from images is proposed. A specially designed calibration board is used, and the "focal length" and the orientations of the scene coordinate axes are computed by detecting the "vanishing points" of the two sets of lines mutually orthogonally drawn on the calibration board. The distance of the scene coordinate origin from the camera is determined from the image of the point on the calibration board whose scene coordinates are known. In this scheme, all points and lines are represented by unit vectors called "N-vectors", and computation is based on "computational projective geometry", taking into account such computational considerations as efficiency of computation and suppression of noise in the data.

本研究の一部は文部省科学研究費一般研究 C(No. 02805043) によった。

1. 序論

ビデオカメラによる視覚制御は、工業製品の自動検査・組立てや移動ロボットの制御などの多くの問題で重要な役割を果たしている。このため、2次元画像から3次元情報を抽出するコンピュータビジョンの研究が盛んである。しかし、そのような研究のほとんどは、“カメラの撮像の幾何学的関係が既知である”という仮定に基づいているため、実際にカメラを用いて実行しようとすると、カメラキャリブレーションの難しさに直面する。そこで、現在ではカメラキャリブレーションを正確に行うことがコンピュータビジョン技術の発展につながると考えられており、最近カメラキャリブレーションに関する研究が数多く発表されている^{1~5,7,8,11}。

コンピュータビジョンによる3次元復元問題では、通常次の透視変換を考える。 Z 軸がカメラの光軸と一致するように XYZ 座標系をとり、原点 O をレンズの中心(視点)とみなす。そして、平面 $Z = f$ を画像面とする。ただし、 f はレンズの中心と撮像面までの距離であり、以下では、単に焦点距離と呼ぶ(図1)。したがって、

- (1) 焦点距離 f 、
- (2) 視点 O の3次元位置、
- (3) カメラ座標系の3次元方向、

を定めなければならない。

しかし、実際のカメラでレンズの中心と光軸を定めるのは困難である。また、カメラを分解しても、焦点距離 f を測定することは困難であるうえ、必要なのは「物理的」な焦点距離ではなく、ディスプレイ上の“画素”を単位とする f の値である。

これまでに発表されたキャリブレーション手法には、きわめて複雑なものが多い。これはレンズの収差、ラスタ走査の復調、迎撃信号のデジタル化に伴う誤差などのすべての要因を計算しようとするためである。しかし、最近の技術の進歩により、これらの精度は向上しているので、本論文ではこのような歪を無視して、焦点距離およびカメラ座標系の位置と向きのみを定める方法を考える。

以下に示すキャリブレーションでは、特別のパターンを描いた表示板を使用する。まず、焦点距離 f を、表示板に描かれた互いに直交する2組の平行線の「消失点」を計算することにより定める。次に、カメラ座標系の原点の位置を、表示板のパターンとその画像の寸法を比較して定める。その結果を用いれば、1台のカメラを移動したり、2台のカメラを用いるときの、カメラの相対的な位置関係を表す「運動パラメータ」も簡単に計算できる。

本論文では、すべての点や直線を「Nベクトル」^{6,9}とよぶ単位ベクトルで表している。これは「計算射影幾何学」⁹と呼ぶ定式化に基づくもので、点や直線に関する計算を「同次座標」によって統一的に記述するとともに、計算のあふれや誤差の影響を配慮したものである。

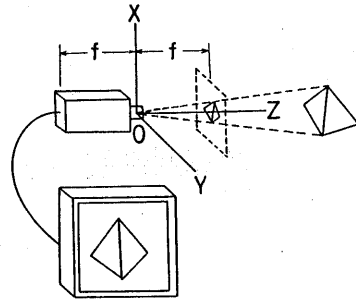


図1 カメラによる撮像のモデル

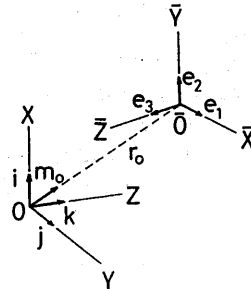


図2 カメラ座標系と空間座標系

2. カメラ座標系と空間座標系

視点を原点 O とするカメラ座標系を XYZ 座標系とし、空間座標系を $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ 座標系とする。ベクトル e_1, e_2, e_3 をそれぞれ \bar{X} 軸、 \bar{Y} 軸、 \bar{Z} 軸に沿う単位ベクトルとし、視点 O から空間座標系の原点 \bar{O} へ向かう単位ベクトルを m_0 とする(これを点 \bar{O} の「Nベクトル」と呼ぶ)。視点 O から空間座標系の原点 \bar{O} までの距離 $r_0 = O\bar{O}$ とベクトル e_1, e_2, e_3, m_0 とによって、空間座標系のカメラ座標系に相対的な位置と向きが指定できる(図2)。

逆に、カメラ座標系の空間座標系に相対的な位置と向きを指定するために、カメラ座標系は空間座標系をその原点 \bar{O} の周りに回転行列 R だけ回転し、その後 h だけ平行移動したものであると考える。この $\{R, h\}$ をカメラの位置パラメータとよぶ。ただし、回転行列 R と並進ベクトル h は空間座標系に関して定義する。このことをカメラ座標系の X 軸、 Y 軸、 Z 軸に沿う単位ベクトル i, j, k を用いて表せば、次のようになる。

$$\begin{aligned} i &= R_{11}e_1 + R_{21}e_2 + R_{31}e_3 \\ j &= R_{12}e_1 + R_{22}e_2 + R_{32}e_3 \\ k &= R_{13}e_1 + R_{23}e_2 + R_{33}e_3 \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\vec{O}\bar{O} = h_1e_1 + h_2e_2 + h_3e_3 \quad (2.2)$$

【命題1】 カメラの位置パラメータ $\{R, h\}$ は次のよう

に表せる。

$$R = \begin{bmatrix} e_{1(1)} & e_{1(2)} & e_{1(3)} \\ e_{2(1)} & e_{2(2)} & e_{2(3)} \\ e_{3(1)} & e_{3(2)} & e_{3(3)} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$h = -r_o \begin{bmatrix} R_{11}m_{o(1)} + R_{21}m_{o(2)} + R_{31}m_{o(3)} \\ R_{12}m_{o(1)} + R_{22}m_{o(2)} + R_{32}m_{o(3)} \\ R_{13}m_{o(1)} + R_{23}m_{o(2)} + R_{33}m_{o(3)} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

ただし、ベクトル e_1 、 e_2 、 e_3 、 m_o のカメラ座標系に関する成分を次のようにおく。

$$e_1 = \begin{pmatrix} e_{1(1)} \\ e_{1(2)} \\ e_{1(3)} \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} e_{2(1)} \\ e_{2(2)} \\ e_{2(3)} \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} e_{3(1)} \\ e_{3(2)} \\ e_{3(3)} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

$$m_o = \begin{pmatrix} m_{o(1)} \\ m_{o(2)} \\ m_{o(3)} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

(証明) 式(2.5)、(2.6)は次のように書き直せる。

$$\begin{aligned} e_1 &= e_{1(1)}i + e_{1(2)}j + e_{1(3)}k \\ e_2 &= e_{2(1)}i + e_{2(2)}j + e_{2(3)}k \\ e_3 &= e_{3(1)}i + e_{3(2)}j + e_{3(3)}k \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$m_o = m_{o(1)}i + m_{o(2)}j + m_{o(3)}k \quad (2.8)$$

行列 $R = (R_{ij})$ は直交行列であるから、式(2.1)は次式のように書き直せる。

$$\begin{aligned} e_1 &= R_{11}i + R_{12}j + R_{13}k \\ e_2 &= R_{21}i + R_{22}j + R_{23}k \\ e_3 &= R_{31}i + R_{32}j + R_{33}k \end{aligned} \quad (2.9)$$

これと式(2.7)と比較すると式(2.3)を得る。一方、 $\vec{OO} = -\vec{OO} = -r_o m_o$ であるから、式(2.1)を式(2.8)に代入したものを用いて、

$$\vec{OO} = -r_o [(R_{11}m_{o(1)} + R_{12}m_{o(2)} + R_{13}m_{o(3)})e_1 + (R_{21}m_{o(1)} + R_{22}m_{o(2)} + R_{23}m_{o(3)})e_2 + (R_{31}m_{o(1)} + R_{32}m_{o(2)} + R_{33}m_{o(3)})e_3] \quad (2.10)$$

と表せる。これと式(2.2)と比較すると式(2.4)を得る。

3. 運動パラメータの決定

カメラを移動することを考える。移動前のカメラ座標系 (XYZ 座標系) に相対的な、移動後のカメラ座標系 ($X'Y'Z'$ 座標系) の位置と向きを指定する方法として、 $X'Y'Z'$ 座標系は XYZ 座標系をその原点 O の周りに回転行列 \tilde{R} だけ回転し、その後 \tilde{h} だけ平行移動して得られるとする。ただし、回転行列 \tilde{R} と並進ベクトル \tilde{h} の

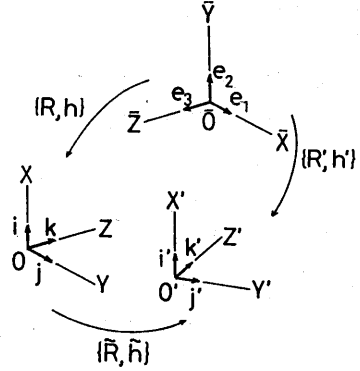


図3 カメラの移動の運動パラメータ

要素は XYZ 座標系に関して定義する。この $\{\tilde{R}, \tilde{h}\}$ をカメラの運動パラメータと呼ぶ(図3)。

ベクトル i 、 j 、 k をそれぞれ移動前の X 軸、 Y 軸、 Z 軸に沿う単位ベクトルとし、ベクトル i' 、 j' 、 k' をそれぞれ移動後の X' 軸、 Y' 軸、 Z' 軸に沿う単位ベクトルとすると、運動パラメータの定義より次式が得られる。

$$\begin{aligned} i' &= \tilde{R}_{11}i + \tilde{R}_{21}j + \tilde{R}_{31}k \\ j' &= \tilde{R}_{12}i + \tilde{R}_{22}j + \tilde{R}_{32}k \\ k' &= \tilde{R}_{13}i + \tilde{R}_{23}j + \tilde{R}_{33}k \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\vec{OO}' = \tilde{h}_1i + \tilde{h}_2j + \tilde{h}_3k \quad (3.2)$$

【命題2】 移動前と移動後のカメラの位置パラメータが $\{R, h\}$ と $\{R', h'\}$ のとき、運動パラメータ $\{\tilde{R}, \tilde{h}\}$ は次のように与えられる。

$$\tilde{R} = R^T R', \quad \tilde{h} = R^T (h' - h) \quad (3.3)$$

(証明) 前節の定義より、位置パラメータ $\{R, h\}$ 、 $\{R', h'\}$ は次の関係を満たしている。

$$\begin{aligned} i &= R_{11}e_1 + R_{21}e_2 + R_{31}e_3 \\ j &= R_{12}e_1 + R_{22}e_2 + R_{32}e_3 \\ k &= R_{13}e_1 + R_{23}e_2 + R_{33}e_3 \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} i' &= R'_{11}e_1 + R'_{21}e_2 + R'_{31}e_3 \\ j' &= R'_{12}e_1 + R'_{22}e_2 + R'_{32}e_3 \\ k' &= R'_{13}e_1 + R'_{23}e_2 + R'_{33}e_3 \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\vec{OO} = h_1e_1 + h_2e_2 + h_3e_3 \quad (3.6)$$

$$\vec{OO}' = h'_1e_1 + h'_2e_2 + h'_3e_3 \quad (3.7)$$

$R = (R_{ij})$ が直交行列であるから、式(3.4)は次のように書き直せる。

$$\begin{aligned} e_1 &= R_{11}i + R_{12}j + R_{13}k \\ e_2 &= R_{21}i + R_{22}j + R_{23}k \\ e_3 &= R_{31}i + R_{32}j + R_{33}k \end{aligned} \quad (3.8)$$

これを式(3.5)に代入して式(3.1)と比較すると、式(3.3)の第1式を得る。一方、式(3.6)、(3.7)から次式を得る。

$$\begin{aligned} \vec{O}\vec{O}' &= \vec{O}\vec{O}' - \vec{O}\vec{O} \\ &= (h'_1 - h_1)e_1 + (h'_2 - h_2)e_2 + (h'_3 - h_3)e_3 \end{aligned} \quad (3.9)$$

これに式(3.8)を代入し、式(3.2)と比較すると式(3.3)の第2式を得る。 ■

4. 距離の決定

ベクトル e_1, e_2, e_3, m_0 の計算法は次節以降で述べるとして、これらが求まったと仮定し、視点 O から空間座標系の原点 \bar{O} までの距離 r_0 を計算する方法を示す。

空間座標系の $\bar{X}\bar{Y}$ 平面上のある点 Q を考える。空間座標系の原点 \bar{O} から点 Q までの距離 $\vec{O}\vec{Q}$ は既知であるとする。視点 O から点 Q へ向かう単位ベクトル(これを点 Q の「 N ベクトル」と呼ぶ^{6,9)})を m_Q とする(図4)。これは画像面上の点 Q の画像座標から簡単に計算することができる(次節参照)。

【命題3】 視点 O から空間座標系の原点 \bar{O} までの距離 r_0 は次のように与えられる(ただし、 (a, b) はベクトル a, b の内積、 $\|a\|$ はベクトル a のノルムを表す)。

$$r_0 = \frac{|(m_Q, e_3)| \vec{O}\vec{Q}}{\|(m_Q, e_3)m_Q - (m_Q, e_3)m_0\|} \quad (4.1)$$

(証明) $OQ = r_Q$ とおくと、

$$\vec{O}\vec{Q} = \vec{O}\vec{Q} - \vec{O}\vec{O} = r_Q m_Q - r_0 m_0 \quad (4.2)$$

と書ける。点 Q は $\bar{X}\bar{Y}$ 面上にあるから、ベクトル $\vec{O}\vec{Q}$ は e_3 に直交する。したがって、

$$(\vec{O}\vec{Q}, e_3) = r_Q(m_Q, e_3) - r_0(m_0, e_3) = 0 \quad (4.3)$$

となり、式(4.2)から r_Q を消去すると次式が得られる。

$$\vec{O}\vec{Q} = r_0 \left(\frac{(m_0, e_3)}{(m_Q, e_3)} m_Q - m_0 \right) \quad (4.4)$$

これから式(4.1)が得られる。 ■

5. 点と直線の N ベクトル

まず、キャリブレーションの手続きを記述するために必要となる画像面上の点や直線の幾何学的な関係の計算を「射影幾何学」の立場から整理する。

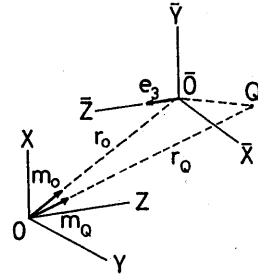


図4 距離の測定

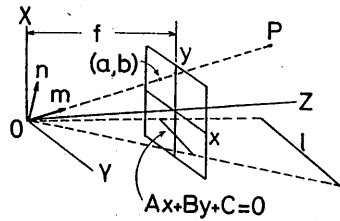


図5 点と直線の N ベクトル

空間中の点 P に対して、視点 O から点 P へ向かう単位ベクトル m を点 P の N ベクトルと呼ぶ^{6,9)}(図5)。点 P の画像座標が (a, b) であれば、その N ベクトルは

$$m = N \begin{bmatrix} a \\ b \\ f \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

となる。ただし、 $N[a] = a / \|a\|$ はベクトル a の正規化を表す。

空間中の直線 l に対して、視点 O と直線 l を含む平面の単位法線ベクトル n を直線 l の N ベクトルと呼ぶ^{6,9)}(図5)。直線 l が画像座標上で $Ax + By + C = 0$ で与えられているとき、その N ベクトルは

$$n = \pm N \begin{bmatrix} A \\ B \\ C/f \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

となる。符号は任意に選ぶ。

【命題4】 N ベクトルが m の直線 l と N ベクトルが m' の直線 l' の交点 P の N ベクトルは次式で与えられる。ただし、符号は Z 成分が正となるものを選ぶ。

$$m = \pm N[n \times n'] \quad (5.3)$$

(証明) N ベクトル m の点 P が N ベクトル n の直線 l 上にある条件は $(m, n) = 0$ である(図5参照)。点 P が直線 l' にもあれば $(m, n') = 0$ である。 m は n と n' の両方に直交しているから、 n と n' の外積を正規化したものである。 ■

画像面上で共通の交点をもつ複数の直線を共点であるという。しかし、実画像に画像処理を施して検出した直線には誤差が含まれているので、共点であるべき直線が一点では交わらない可能性がある。そのような場合には、共通の交点を推定する必要がある。しかし、画像面上でほぼ平行な直線の交点を求めようとする計算のあふれを生じる恐れがある。したがって、交点が無限遠に存在しても計算上の問題は起きないように工夫しなければならない。これには次の方法が合理的である(図6)^{6,9)}。

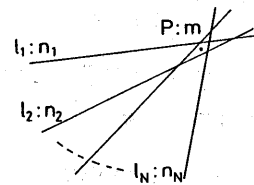


図6 共通の交点の推定

【方法1】 共点であるべき直線のNベクトルを n_1, \dots, n_N とすると、共通の交点のNベクトル m をモーメント行列

$$N = \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} n_{\alpha}^T \quad (5.4)$$

の最小固有値に対する単位固有ベクトルとする。ただし、符号はZ成分が正になるものを選ぶ。

(導出) Nベクトルが $m = (m_1, m_2, m_3)^T$ の点Pがすべての直線 l_{α} 、 $\alpha = 1, \dots, N$ の上であれば、すべての $\alpha = 1, \dots, N$ に対して $(m, n_{\alpha}) = 0$ となる(図5参照)。そこで $\sum_{\alpha=1}^N (m, n_{\alpha})^2$ を最小にする単位ベクトルを考える。モーメント行列 N を式(5.4)で定義すると、これは2次形式 (m, Nm) を最小化する問題となる。よく知られているように、これを最小にする単位ベクトル m は、式(5.4)の行列の最小固有値に対する固有ベクトルである。■

命題4と方法1に関する限り、結果は f の値によらないことは明らかである。したがって、 f としては任意の値を「仮の焦点距離」として用いればよい。

式(5.1)、(5.2)の定義によれば、焦点距離の値が変化するとNベクトルが次のように変化する(図7)。

【命題5】 焦点距離を f に対する点のNベクトルを $m = (m_1, m_2, m_3)^T$ とし、直線のNベクトルを $n = (n_1, n_2, n_3)^T$ とすると、別の焦点距離 f' に対するその点と直線のNベクトルはそれぞれ次のようになる。

$$m' = N \left[\begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ (f'/f)m_3 \end{pmatrix} \right], \quad n' = N \left[\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ (f/f')n_3 \end{pmatrix} \right] \quad (5.5)$$

6. 焦点距離の決定

空間中の直線の平行性と直交性に基づいて焦点距離 f を計算する方法を考える。よく知られているように、空間中の平行な直線を画像面上に投影すると1点(消失点と呼ぶ)で交わる。次の事実は容易に確かめることができる^{6,9)}(図8)。

【命題6】 空間中の直線を投影して得られる画像面上の

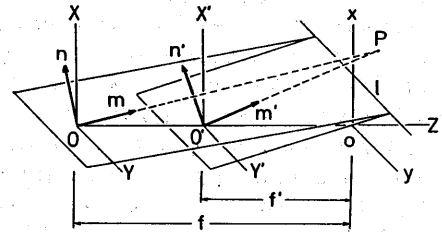


図7 焦点距離の変化とNベクトル

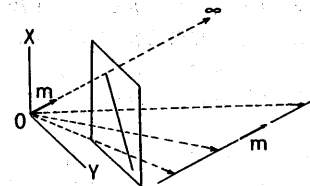


図8 直線の消失点

直線の消失点のNベクトルは、その直線の3次元方向を示す。

次の方法は、空間中の直線の直交性に基づくものである^{6,9)}。

【方法2】

1. 空間中で互いに直交する平行な2組の直線を投影した画像を取り込む。
2. 仮の焦点距離 \hat{f} を用いて、方法1によりそれぞれの消失点のNベクトル $m = (m_1, m_2, m_3)^T$ 、 $m' = (m'_1, m'_2, m'_3)^T$ を計算する。
3. 次式より、真の焦点距離の値 f を求める。

$$f = \hat{f} \sqrt{\frac{m_1 m'_1 + m_2 m'_2}{m_3 m'_3}} \quad (6.1)$$

(導出) $m = (m_1, m_2, m_3)^T$ と $m' = (m'_1, m'_2, m'_3)^T$ とが焦点距離 \hat{f} に対する消失点のNベクトルとすると、真の焦点距離 f に対するこれらのNベクトルは、命題5よりそれぞれ $N[(m_1, m_2, (f/f)m_3)^T]$ および $N[(m'_1, m'_2, (f/\hat{f})m'_3)^T]$ となる。命題6より、これらは2組の平行線の3次元方向を示すベクトルであり、互いに直交してい

るので内積が0となる。したがって、

$$m_1 m'_1 + m_2 m'_2 + \left(\frac{f}{f'}\right)^2 m_3 m'_3 = 0 \quad (6.2)$$

これより、式(6.1)を得る。■

7. キャリブレーションの手順

焦点距離 f 、単位ベクトル e_1 、 e_2 、 e_3 、 m_0 、距離 r_0 を計算する手順は次のようになる。

まず図9に示すパターンを描いた表示板を用意する。そして、点 P_9 を原点 O とし、 $e_1 = P_9 P_4$ 、 $e_2 = P_9 P_2$ がそれぞれ \bar{X} 軸、 \bar{Y} 軸に沿う単位ベクトルとなるように空間座標系を定義する。すなわち、直線 $P_8 P_9 P_4$ が \bar{X} 軸であり、直線 $P_6 P_9 P_2$ が \bar{Y} 軸である。そして、4つの正方形の一辺の長さを単位長さとする。 \bar{Z} 軸は \bar{X} 軸と \bar{Y} 軸の両方に直交するようにとり、 $e_3 = e_1 \times e_2$ とする。以下、次の手順によってキャリブレーションを行う。

1. 表示板の画像上の直線を表すエッジを検出する。
2. それらのエッジに最小二乗法によって直線を当てはめる。そして、仮の焦点距離 f に対して、それらの直線の N ベクトルを計算する (図10)。
3. 命題4を用いて、点 P_1, \dots, P_9 の N ベクトルを計算する。
4. 方法1を用いて、直線 $P_1 P_2 P_3$ 、 $P_8 P_9 P_4$ 、 $P_7 P_6 P_5$ の消失点の N ベクトル m 、および直線 $P_7 P_8 P_1$ 、 $P_6 P_9 P_2$ 、 $P_5 P_4 P_3$ の消失点の N ベクトル m' を求める。
5. 真の焦点距離 f が既知であれば次へ進む。そうでなければ、方法2により、真の焦点距離 f を計算する。
6. 命題5を用いて、真の焦点距離 f に対する消失点の N ベクトル m 、 m' を計算し直し、次の条件を満たすように符号をつける。

$$(m_1, m_4 - m_8) > 0, \quad (m'_1, m_2 - m_6) > 0 \quad (7.1)$$

ただし、 m_i 、 $i = 1, \dots, 9$ は真の焦点距離 f に対する点 P_i の N ベクトルである。

7. 単位ベクトル e_1 、 e_2 を次式より計算する (図11)。

$$e_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(N[m + m'] + N[m - m'])$$

$$e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(N[m + m'] - N[m - m']) \quad (7.2)$$

そして、単位ベクトル e_3 を次式より計算する。

$$e_3 = e_1 \times e_2 \quad (7.3)$$

8. 真の焦点距離 f に対する点 P_9 の N ベクトルを m_0 とする。
9. 命題3を用いて、距離 r_0 を計算する。点 Q として点 P_1, \dots, P_8 を使い、その結果を平均する。このとき、次の関係を用いる。

$$P_9 P_1 = P_9 P_3 = P_9 P_5 = P_9 P_7 = \sqrt{2}$$

$$P_9 P_2 = P_9 P_4 = P_9 P_6 = P_9 P_8 = 1 \quad (7.4)$$

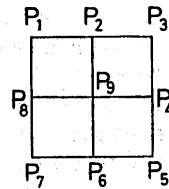


図9 キャリブレーション用のパターン

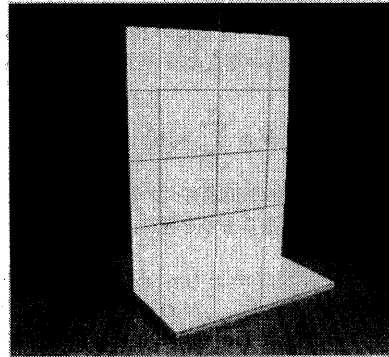


図10 表示板画像に対する直線当てはめ

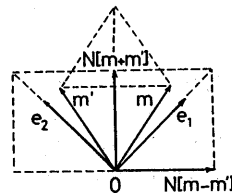


図11 2つの単位ベクトルの直交化

10. 命題1を用いて、位置パラメータ $\{R, h\}$ を計算する。

手順6では m 、 m' が空間座標系の X 、 Y 軸の正の方向を向くように符号をつけている。手順5で焦点距離 f を求めれば、当然 m と m' とは直交するが、真の f の値を別の方法で求めたとすれば必ずしも直交しいとは限らない。手順7はこれを強制的に直交化するものである。

手順5の f の計算には式(6.1)を用いるので m_3 、 m'_3 が0に近いと数値的に精度よく計算できない。これを防ぐためには消失点になるべく画像原点の近くにくるように表示板を傾けて配置するのがよいが、傾けすぎると直線検出の精度が落ちるので注意しなければならない。

8. まとめ

本論文では、画像を用いたカメラキャリブレーションの方法を提案した。そして、点や直線を「Nベクトル」と呼ぶ単位ベクトルを用いて表すことによって幾何学的な関係の計算を統一的に定式化した。

本論文の方法では、特別のパターンを描いた表示板を使用している。焦点距離 f と空間座標系の向きは、空間中で互いに直交する2組の平行線の消失点を画像から求めることによって計算する。空間座標系の原点までの距離は、空間座標が既知の2点の間の距離を画像上で測定する。この結果から、空間座標系に相対的なカメラの位置を表すパラメータが求まる。また、カメラを移動する、あるいは2台のカメラを用いるときの、2つのカメラの相対的な位置と向きを表す運動パラメータも簡単に計算できる。

本方法は簡単な画像処理のみによって実現できるので、ステレオによる物体計測やカメラを備えた移動ロボットによる環境認識などに広く応用できる。

参考文献

- [1] B. Caprile and V. Torre : Using vanishing points for camera calibration, *Int. J. Comput. Vision*, 4 (1990), 127-140
- [2] 越後 富夫 : 3組の平行線群を利用したカメラパラメータの校正, 情報処理学会研究報告, 88-CV-55 (1988-07).
- [3] O. D. Faugeras and G. Toscani : Camera calibration for 3D computer vision, *Proc. IEEE Int. Workshop Industrial Appl. Machine Vision Machine Intell.*, February 1987, Tokyo, Japan, pp. 240-247.
- [4] 伊藤稔 : ロボットビジョンのモデリング, 日本ロボット学会誌, 7-2(1989), 107-220.
- [5] 伊藤稔, 石井明 : 反復法によらない自動カメラキャリブレーション, 電子通信学会技術研究報告, PRL85-16(1985-06), 57-62.
- [6] 金谷健一 : 「画像理解 / 3次元認識の数理」, 森北出版, 1990.
- [7] R. K. Lenz and R. Y. Tsai : Techniques for calibration of the scale factor and image center for high accuracy 3-D machine vision metrology, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 10(1988), 713-720.
- [8] R. K. Lenz and R. Y. Tsai : Calibrating a Cartesian robot with eye-on-hand configuration independent of eye-to-hand relationship, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 11(1989), 916-928.
- [9] 小野寺康浩, 金谷健一 : 計算射影幾何学, 情報処理学会研究報告, 89-CV-61 (1989-07).
- [10] R. Y. Tsai : An efficient and accurate camera cal-

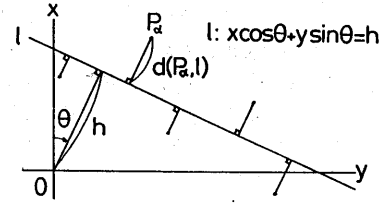


図 A1 最小二乗法による直線のあてはめ

ibration technique for 3D machine vision, *Proc. IEEE Conf. Comput. Vision Pattern Recog.*, June 1986, Miami Beach, FL, USA, pp. 364-374.

- [11] W. I. Grosky and L. A. Tamburino : A unified approach to the linear camera calibration problem, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 12(1990), 663-671.

付録 最小二乗法による直線の検出

本論文の方法では、パターンを描いた表示板の画像から直線を高精度に検出する必要がある。実際にはあらかじめ検出したい直線の近傍を指定し、その領域内で最小二乗法を使用することによって直線の当てはめを行った。

点 P と直線 l との距離を $d(P, l)$ とするとき、画像面上に複数の点 P_1, \dots, P_N に対して

$$\sum_{\alpha=1}^N d(P_{\alpha}, l)^2 \rightarrow \min \quad (\text{A.1})$$

となる直線 l は次のように計算される (図 A1)。

【最小二乗法】 各点 P_{α} の座標を (x_{α}, y_{α}) とするとき、あてはめべき直線 l に対して

$$x \cos \theta + y \sin \theta = h, \quad h > 0 \quad (\text{A.2})$$

(ヘッセの標準形) とおくと、 h と θ は次のように与えられる。

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2(\bar{x}\bar{y} - \bar{x}\bar{y})}{(\bar{x}^2 - \bar{x}^2) - (\bar{y}^2 - \bar{y}^2)} + \frac{n\pi}{2} \quad (\text{A.3})$$

$$h = \bar{x} \cos \theta + \bar{y} \sin \theta \quad (\text{A.4})$$

ただし、次のようにおく。

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N x_{\alpha}, \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N y_{\alpha} \quad (\text{A.5})$$

$$\bar{x}^2 = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N x_{\alpha}^2, \quad \bar{x}\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N x_{\alpha}y_{\alpha}, \quad \bar{y}^2 = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N y_{\alpha}^2 \quad (\text{A.6})$$

$$x'_\alpha = x_\alpha - \bar{x}, \quad y'_\alpha = y_\alpha - \bar{y} \quad (\text{A.7})$$

式(A.3)で n を任意の整数とすると $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲に4個の解があるが、 $\sum_{\alpha=1}^N x'_\alpha y'_\alpha > 0$ なら $\pi/2 < \theta < \pi$ 、 $3\pi < \theta < 2\pi$ であり、 $\sum_{\alpha=1}^N x'_\alpha y'_\alpha \leq 0$ なら $0 \leq \theta \leq \pi/2$ 、 $\pi \leq \theta < 3\pi/2$ であって、かつ $\bar{x} \cos \theta + \bar{y} \sin \theta \geq 0$ のものを選ぶ。

(導出) 点 (x_α, y_α) と直線 $x \cos \theta + y \sin \theta = h$ の距離は $|x_\alpha \cos \theta + y_\alpha \sin \theta - h|$ で表せるので、問題は次の式を最小にする θ と h を計算することに帰着する。

$$\sum_{\alpha=1}^N d(P_\alpha, l)^2 = \sum_{\alpha=1}^N (x_\alpha \cos \theta + y_\alpha \sin \theta - h)^2 \quad (\text{A.8})$$

h で微分して0とおくと次のようになる。

$$\bar{x} \cos \theta + \bar{y} \sin \theta = h \quad (\text{A.9})$$

すなわち、求める直線は“重心” (\bar{x}, \bar{y}) を通る。この結果、式(A.7)より

$$\sum_{\alpha=1}^N d(P_\alpha, l)^2 = \sum_{\alpha=1}^N (x'_\alpha \cos \theta + y'_\alpha \sin \theta)^2 \quad (\text{A.10})$$

と書け、これを θ で微分して0とおくと

$$\tan 2\theta = \frac{2 \sum_{\alpha=1}^N x'_\alpha y'_\alpha}{\sum_{\alpha=1}^N x'^2_\alpha - \sum_{\alpha=1}^N y'^2_\alpha} \quad (\text{A.11})$$

となる。これから $0 \leq \theta < 2\pi$ の区間内に、互いに直交する4方向が定まる。互いに反対向きからなるある1組で式(A.10)が最大となり、他の1組で式(A.10)が最小となる。最小となる組を選ぶために、式(A.10)を θ で2回微分して正とおき、式(A.11)と合わせて $\sum_{\alpha=1}^N x'^2_\alpha - \sum_{\alpha=1}^N y'^2_\alpha$ を消去すると、最終的に

$$\sum_{\alpha=1}^N x'_\alpha y'_\alpha / \sin 2\theta < 0 \quad (\text{A.12})$$

となる。これを $h \geq 0$ と合わせて先に述べた結果を得る。ただし、次の関係を用いた。

$$\frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N x'^2_\alpha = \bar{x}^2 - \bar{x}^2, \quad \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N y'^2_\alpha = \bar{y}^2 - \bar{y}^2$$

$$\frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N x'_\alpha y'_\alpha = \bar{x}\bar{y} - \bar{x}\bar{y} \quad (\text{A.13})$$

上記の方法は2値画像を前提にしている。しかし実際上、光の反射や影の影響より、濃淡画像を2値化する適切なしきい値処理は容易ではない。そこで本方法では、点 P_α の画素の明るさを $I_\alpha (0 \leq I_\alpha \leq 255)$ とすると、その画素の濃度値を

$$\rho_\alpha = \left(\frac{I_{\max} - I_\alpha}{I_{\max} - I_{\min}} \right)^2, \quad 0 \leq \rho_\alpha \leq 1 \quad (\text{A.14})$$

とした。ただし、 I_{\max} 、 I_{\min} はそれぞれその近傍における濃度値の最大値、最小値である。2乗したのは明るい画素はより明るく、暗い画素はより暗くなるように強調するためである。これを用いて、式(A.5)、(A.6)をその直線の近傍のすべての画素について次に示すように定義した。

$$S = \sum_{\alpha} \rho_\alpha \quad (\text{A.15})$$

$$\bar{x} = \frac{1}{S} \sum_{\alpha} \rho_\alpha x_\alpha, \quad \bar{y} = \frac{1}{S} \sum_{\alpha} \rho_\alpha y_\alpha \quad (\text{A.16})$$

$$\bar{x}^2 = \frac{1}{S} \sum_{\alpha} \rho_\alpha x^2_\alpha, \quad \bar{y}^2 = \frac{1}{S} \sum_{\alpha} \rho_\alpha y^2_\alpha$$

$$\bar{x}\bar{y} = \frac{1}{S} \sum_{\alpha} \rho_\alpha x_\alpha y_\alpha \quad (\text{A.17})$$