

ラティス形結合過程予測器を併用した適応的窓幅をもつ平均値フィルタの一設計

山下勝己 安里 肇 宮城隼夫

琉球大学

先に著者らは、 k ステップ先の観測値を予測し得るラティス形結合過程予測器を構築した。本予測器の応用としては、平均値フィルタに併用することにより、白色雑音からの原信号の分離が考えられる。しかしながら、この方法は定常過程信号に対しては有効な雑音抑制効果が得られるものの、原信号に急激な変化点を含む非定常過程信号に対しては、エッジ部分に劣化を生じ必ずしも良好な雑音抑制効果が得られない。本論文では、Songらが提案した窓幅を適応的に設定する方法を導入することにより、原信号に急激な変化点を含む信号に対しても、良好な雑音抑制効果が得られる実時間処理可能な雑音除去フィルタを構築する。

A METHOD OF DESIGNING A MEAN FILTER
WITH ADAPTIVE WINDOW LENGTH USING A
LATTICE JOINT-PROCESS PREDICTOR

Katsumi Yamashita Hajime Asato Hayao Miyagi

Ryukyu University

1 Senbaru, Nishihara, Okinawa 903-01, JAPAN

In this paper, the authors propose a new method of designing a mean filter with adaptive window length using a lattice joint-process predictor. The proposed filter is applied to restoring noisy one-dimensional signal and two-dimensional noisy image, and the effectiveness of this filter is shown using digital simulations.

1. まえがき

先に筆者らは、ラティス形結合過程推定器の構成法⁽¹⁾を基盤に、 k ステップ先の観測値を予測しうるラティス形結合過程予測器を構築した⁽²⁾。この予測器の特徴は、後向き予測誤差を入力ベクトルとすることから、その入力ベクトルの直交性より収束の速い予測器となる点にある。また、本予測器の応用としては、平均値フィルタに併用することにより白色雑音からの原信号の分離が考えられる。しかし、この方法は定常過程信号に対しては有効な雑音抑制効果が得られるものの、原信号に急激な変化点(不連続点等)を含む非定常過程信号に対しては、エッジ部分に劣化を生じ必ずしも良好な雑音抑制効果が得られるものではない。

一方、Songらは原信号に急激な変化点を含む信号に対し、エッジ部分を保存し得る一方法として、窓幅を適応的に設定する方法、すなわち、変化点近傍では窓幅を小さくし、信号の滑らかに変化する領域では窓幅を広げる方法を提案している⁽³⁾。しかし、この方法では原時点を中心に、前方および後方窓幅内のデータを用いて原時点信号の推定値を算出することから、実時間処理が行なえない。

本論文では、原信号に急激な変化点を含む信号に対しても、良好な雑音抑制効果が得られる実時間処理可能な雑音除去フィルタを構築する。すなわち、Songらの方法に基づき後方窓幅を設定し、後方窓幅内のデータより k ステップ先の観測値をラティス形結合過程予測器により予測し、更に、これらのデータに基づき原時点信号の推定値を算出し得る雑音除去フィルタを構築する。

以上の構成法を一般的に述べると共に、本手法の有効性を一次元データおよび画

像データに対する雑音除去を実施することにより検証する。

2. 適応的窓幅をもつ平均値フィルタ

原信号 x_t に観測雑音 n_t が加法的に付加された1次元観測信号 y_t は次式で与えられる。

$$y_t = x_t + n_t \quad (1)$$

なお、雑音 n_t は原信号に無相関な平均0、分散 σ^2 の白色雑音と仮定し、また、原信号 x_t は急激に変化する不連続点を含む信号とする。

このとき、原信号が定常過程信号であれば、平均値フィルタの窓幅を大きく設定することにより有効な雑音抑制が行なえる。しかし、原信号に急激な変化点を含む場合には、変化点の近傍で平均値フィルタの窓幅を大きく設定するとエッジ部分に劣化を生じる。Songらはこの問題に対処するため、窓幅を適応的に設定する方法を提案している⁽³⁾。ここでは、実時間処理可能な雑音除去フィルタを構築するため、Songらの方法に基づき後方窓幅を設定し、更に、後方窓幅内のデータより k ステップ先の観測値をラティス形結合過程予測器により予測することにより、原時点信号の推定値を算出する。

2.1. 適応的窓幅の決定

時刻 t 近傍における観測信号 y_t の後方窓幅内の平均値 \bar{z}_t および二乗平均値 R_t をそれぞれ次式のように定義する。

$$\bar{z}_t = \frac{1}{k+1} \left\{ \sum_{j=0}^k y_{t-j} \right\} \quad (2)$$

$$R_t = \frac{1}{k+1} \left\{ \sum_{j=0}^k y_{t-j}^2 \right\} \quad (3)$$

但し、 k は時刻 t における後方窓幅である。

このとき、観測信号の時刻 t 近傍における後分散 V_t は次式で与えられる。

$$V_t = R_t - \bar{Z}_t^2 \quad (4)$$

次に、原信号の変化の程度を示す指標として変化指数 (activity index) S_k を

$$S_k = \max[V_t - \sigma^2, 0] \quad (5)$$

また、窓幅設定のしきい値 T_k を

$$T_k = \eta \frac{\sigma^2}{k+1} \quad (6)$$

但し、 η は定数である。
で定義し、次式の不等式

$$S_k \geq T_k \quad (7)$$

が成立するまで (2)~(6) 式を繰返し、窓幅 k を順次増加させる。

なお、最適な後向窓幅 k は、(7) 式が最初に成立する k から窓幅を一つ減らした $k = k - 1$ とする。

以上の操作後、時刻 t に於ける原信号 x_t の推定値 \hat{x}_t を次式で求める。

$$\hat{x}_t = \frac{1}{2k+1} [(k+1)\bar{Z}_t + \sum_{j=1}^k y_{t+j}] \quad (8)$$

このとき、上式の右辺第 2 項が時刻 t における先見の情報であることから、 k ステップ先の観測値を予測するラティス形結合過程予測器の予測値を先見の情報として用いることにより、実時間処理可能な雑音除去フィルタを構築する。

2.2. ラティス形結合過程予測器の構成

前節の適応的窓幅設定法により決定された最適な後方窓幅 k に対し、(8) 式から時刻 t に於ける原信号 x_t の推定値 \hat{x}_t を算出するため、1 から k ステップ先の観測値 \hat{y}_{t+j} ($j=1, 2, \dots, k$) をラティス形結合過程予測器を用いて予測する。

まず、 p 段目に於ける前向き予測誤差

$f_{p,t}$ および後向き予測誤差 $r_{p,t}$ の次数に関する再帰式は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} f_{p,t} \\ r_{p,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma_{p^f} \\ \gamma_{p^r} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{p-1,t} \\ r_{p-1,t-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

但し、 γ_{p^f} および γ_{p^r} はそれぞれ前向きおよび後向き反射係数を示す。
このとき、1 から k ステップ先の観測値を予測する予測器の次数を p 次と仮定し、入出力関係式を次式で定義する。

$$\hat{y}_{t+j} = - \sum_{i=0}^p a^j y_{t-i} \quad (10)$$

$$(j=1, 2, \dots, k \leq L)$$

但し、 a^j および L はそれぞれ予測係数および最大予測数を示す。

なお、入力ベクトル $y_t = [y_t, \dots, y_{t-p}]^T$ と後向き予測誤差ベクトル $r_t = [r_{0,t}, \dots, r_{p,t}]^T$ とが一意の対応関係を有することから⁽¹⁾、 \hat{y}_{t+j} は後向き予測誤差ベクトル r_t の関数として次式のように書き直すことができる。

$$\hat{y}_{t+j} = - \sum_{i=0}^p h^j r_{i,t} \quad (11)$$

但し、 h^j は後に決定される未定係数である。

更に、文献 (2) の手順に基づき (11) 式の両辺に Z^{-j} を乗じ、次式の評価関数

$$J_j = E[e^{j_{p,t}}] \quad (12)$$

但し、 $e^{j_{p,t}} = y_t - \hat{y}_t$ を定義する。このとき、(12) 式の評価関数を最小にする最適なタップ係数 h^j は次式のように求められる。

$$h^j = - \frac{E[e^{j_{i-1,t}} r_{i,t-k}]}{E[r_{i,t-k}^2]} \quad (13)$$

以上より、適応的窓幅設定法により決

定された窓幅 k に対し、1 から k ステップ先の観測値を予測し得るラティス形結合過程予測器のブロック線図は図 1 となる。図 1 のブロック線図に於けるブロック A.W. は、2.1 節で決定される適応的窓幅を示し、この窓幅内のデータに基づいてラティスフィルタの前向きおよび後向き反射係数 γ_p^f および γ_p^r を決定する。更に、これらの反射係数に対して得られる後向き予測誤差ベクトル r_t により、1 から k ステップ先の観測値 \hat{y}_{t+j} ($j=1, 2, \dots, k$) をタップ付き遅延線フィルタにより予測する。なお、本フィルタは適応的窓幅設定法により決定された窓幅内のデータを用いて予測値を算出することから、急激に変化する不連続点を含む信号に対しても、良好な予測値を得ることができる。また、 j ステップ先予測に対するタップ係数の更新が、各ステップ先予測に対するタップ係数の更新と並列処理できることから、文献 (2) の計算時間と同一時間で処理できる。

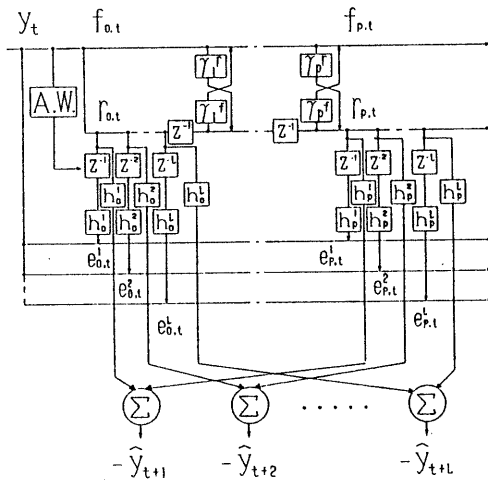


Fig. 1 Block diagram.

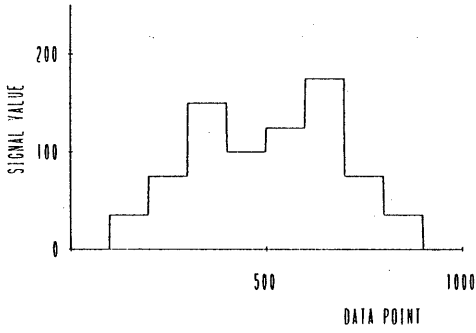
3. シミュレーション結果

本手法の有効性を検証するため、3 つの典型的な一次元信号例を用いる。すなわち、例 1 としては階段状信号を、例 2 としては傾斜状信号を、例 3 としては種々の波形からなる混合信号を用いる。なお、本フィルタの設計に際しては、ラティス形結合過程予測器の次数 p を $p=15$ とし、また、最大予測数 L を $L=15$ に設定する。

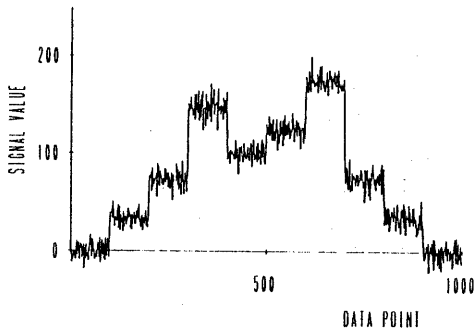
図 2 の (a) には例 1 の原信号を、(b) には原信号に無相関な平均 0、分散 $\sigma^2=64$ の白色雑音を付加した観測信号を、また、(c) には本フィルタによる雑音除去された出力結果を示している。同様に、図 3 および図 4 にはそれぞれ例 2 および例 3 に対する原信号、観測信号および本フィルタによる雑音除去された出力結果を示している。図 2 から図 4 より明らかなように、本フィルタを用いれば位相遅れすることなく雑音を有効に抑制できることが分かる。

図 5 の (a) には 2 次元原画像 (256×256) を、(b) には原画像に無相関な平均 0、分散 $\sigma^2=400$ の白色雑音を付加した雑音画像を、また、(c) には本フィルタによる雑音除去された出力結果を示している。なお、本フィルタはラスタ走査により得られる走査信号を一行ずつ処理するものとする。同図より明らかなように、本フィルタを用いれば、画像にぼけを生じることなく良好に雑音抑制されていることが分かる。

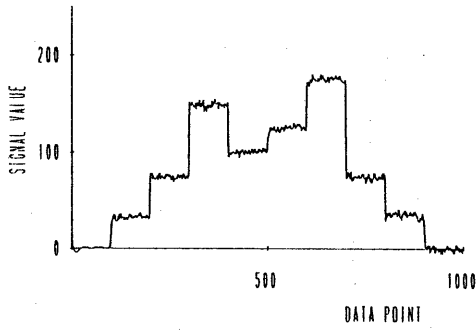
以上より、本フィルタを用いれば、信号に急激な変化点を含む信号に対しても、良好な雑音抑制が実時間処理により行なえる。



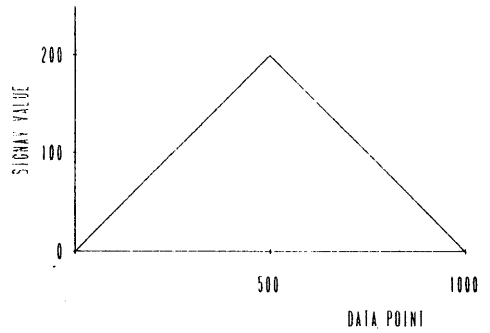
(a) Original signal



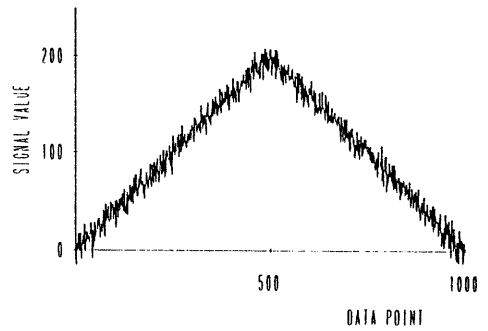
(b) Observed signal



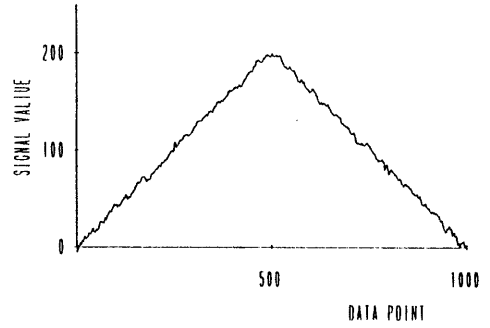
(c) Output of the proposed method
Fig.2 Result of example 1.



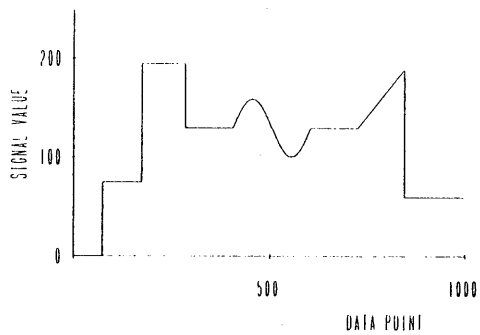
(a) Original signal



(b) Observed signal



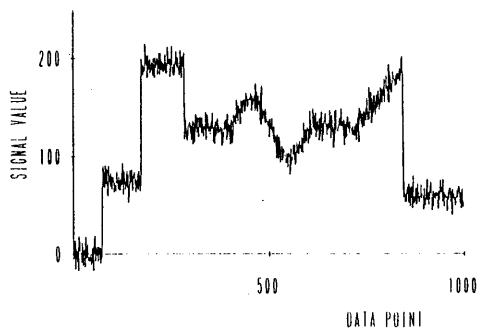
(c) Output of the proposed method
Fig.3 Result of example 2.



(a) Original signal



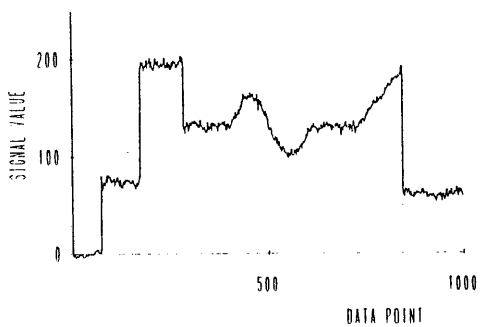
(a) Original image



(b) Observed signal



(b) Observed image



(c) Output of the proposed method
Fig.4 Result of example 3.



(c) Restored image
Fig.5 Result of image.

4. むすび

本論文では、原信号に急激な変化点を含む信号に対しても、良好な雑音抑制効果が得られる実時間処理可能な雑音除去フィルタを構築した。更に、本フィルタの有効性を、3つの典型的な一次元信号および二次元画像に対する雑音除去により検証した。

参 考 文 献

- (1) S.Haykin: "Introduction to adaptive filters", Macmillan, London (1984).
- (2) 山下・宮城・牛嶋・宮城: "kステップ先予測を目的としたラティス形結合過程予測器の一設計法", 信学論(A) (採録決定).
- (3) W.J.Song and W.A.Pearlman: "Edge-preserving noise filtering based on adaptive windowing" IEEE Trans, CAS-35,8, pp.1048-1055 (1988).