

因子分解法による画像時系列からの形状復元法の検討

笹野 剛 出口光一郎

東京大学工学部

時系列画像からの対象の形状復元の方法として Kanade らによる因子分解法がある。この方法では、画像上の点の位置を成分に持つ計測行列を、透視変換に対するある近似を元に、カメラの運動を表現する行列と対象の形状を表現する行列に分解する。

Kanade らの論文では、計測行列の階数に注目して特異値分解を行い、さらに、幾何的制約条件から適合する解を導き出している。しかし、この適合化については詳細に述べられていない。様々な適合化法が考えられるが、それらの選択によっては結果に大きな差があることが分かった。シミュレーションを通して因子分解法の検討を行なったのでその結果を報告する。

On the Factorization Method for Shape Recovery from Image Streams

Tsuyoshi Sasano and Koichiro Deguchi

Faculty of Engineering, University of Tokyo
7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113 Japan

One of methods for shape recovery from image streams is the factorization method presented by T.Kanade et al. In their method the measurement matrix composed of image streams data is factorized into a motion matrix and a shape matrix under an approximation on perspective transformation.

But, they did not describe in detail how to fit the solution under geometric constrains in the process of the factorization. As for this fitting, there may exist various methods and we obtain the different results according to it. In this paper we examine this factorization method through computer simulation and discuss the feasibility of the method.

1 はじめに

カメラを動かしながら物体を撮影し、得られた時系列の画像から対象物体の3次元形状を再構成する問題について考える。カメラの運動は未知であり、カメラの姿勢や位置、対象の形状等に関する制約も無いものとする。ただし、各画像間の対象上の点の対応関係は分かっているものとする。対象上の点の数が十分であれば、2枚の画像からカメラの運動と対象の形状を、スケールに関する自由度を残して再現できる。しかし、これでは誤差に弱いので、画像データに誤差が含まれる時、画像の枚数を増やすことで対象の形状を精度良く評価する方法が色々検討されてきた。

こういった方法の一つに Kanade らによる因子分解法 [1][2][3] がある。この手法では、透視変換を正射影なり、paraperspective な変換で近似し、画像上の点の位置を成分を持つ計測行列 W を、カメラの運動を表現する行列 M と対象の形状を表現する行列 S の積に分解する。この手法は他の方法に比べ計算が簡便で、その計算の流れも理解し易いという特長を持ち、カメラの運動や対象の形状に関する情報を先験的に得ることなく、スケールを除いて形状を求めることが可能である。

この計算を具体化するとき、まず、計測行列をどう分解するかが問題となる。論文 [3] では W の特異値分解を行ない、設定した近似のもとではその rank が高々 3 に過ぎないことに注目して分解し、さらに、行列 M の満たすべき幾何的制約条件から適合する解を導き出している。論文 [1][2][3] には、この適合化法について詳細には記述されていない。適合化には線形式を直接解く方法や、非線形式に対し、反復法で解く方法など、いくつか考えられる。ここではそれらについて試み、本手法を評価するとともに、その問題点について検討した。

今回行なってみた計算機シミュレーションの結果から、この分解方法に関して、適合化の方法の選択次第では、その解の存在や一意性に疑問が生じることがあった。すなわち、特異値分解を行列

の分解のきっかけにしていることや、誤差がある時の特異値の振るまい、本来満たされてなければならない幾何的制約条件を適合のための評価関数にしていることの根拠は疑わしい。

ここでは、これらの実験のうち、シミュレーションを通して正射影近似に基づいた因子分解法の検討を行なった結果を報告する。また、本方法を利用した他の形状復元の方法も試みる。

2 因子分解法とは

まず、論文 [3] にしたがって問題設定と因子分解法の説明を行なう。

2.1 計測行列

対象上の点の数を P 、画像の枚数を F として、 f 枚目の画像上の p 番目の点の位置を (u_{fp}, v_{fp}) と表す。ただし、 $f = 1 \cdots F$ 、 $p = 1 \cdots P$ である。画像ごとに対象上の点の重心 (a_f, b_f) を計算し、差をとって

$$\begin{aligned}\tilde{u}_{fp} &= u_{fp} - a_f, & a_f &= \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P u_{fp}, \\ \tilde{v}_{fp} &= v_{fp} - b_f, & b_f &= \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P v_{fp}\end{aligned}\quad (1)$$

とする。このとき、計測行列 W を次のように定める。

$$W = \begin{pmatrix} \tilde{u}_{11} & \tilde{u}_{12} & \cdots & \tilde{u}_{1P} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{u}_{F1} & \tilde{u}_{F2} & \cdots & \tilde{u}_{FP} \\ \tilde{v}_{11} & \tilde{v}_{12} & \cdots & \tilde{v}_{1P} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{v}_{F1} & \tilde{v}_{F2} & \cdots & \tilde{v}_{FP} \end{pmatrix}\quad (2)$$

計測行列 W は $2F \times P$ の行列である。

2.2 正射影近似

図1のように f 番目の画像の u, v 成分の基本ベクトルを i_f, j_f とする。また、対象点の位置ベクトルを s_p 、対象点の重心と画像面の中心を結ぶベク

トルを t_f とする。カメラの光軸方向は、 $k_f = i_f \times j_f$ より与えられる。投影が正射影の場合、画像への投影線はすべて k_f と平行である。従って、各

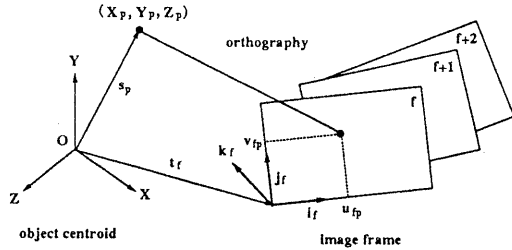


図 1 正射影近似

画像上への投影は

$$\begin{aligned} u_{fp} &= i_f^T (s_p - t_f), \\ v_{fp} &= j_f^T (s_p - t_f) \end{aligned} \quad (3)$$

であるから、この時、 $\sum_{p=1}^P s_p = 0$ とすると、

$$\tilde{u}_{fp} = i_f^T s_p, \quad \tilde{v}_{fp} = j_f^T s_p \quad (4)$$

と表せる。このことから、投影を正射影とすると計測行列 W は、結局 $W = MS$ と分解できることになる。ただし、

$$\begin{aligned} M &= \begin{pmatrix} i_1 & \cdots & i_F & j_1 & \cdots & j_F \end{pmatrix}^T, \\ S &= \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & \cdots & s_P \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

M は $2F \times 3$ 、 S は $3 \times P$ の行列である。

2.3 Rank-theorem

行列 W を特異値分解する。

$$\begin{aligned} W &= O_1 \Sigma O_2, \\ \text{ただし、} \Sigma &= \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N), \\ &(\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_N) \end{aligned} \quad (6)$$

とする。diag() は対角行列を表す。ここで σ_i は行列 W の特異値である。この時、最大の 3 つの

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ に対応する部分とそうでない部分に分ける。 $\Sigma' = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ として、

$$\begin{aligned} O_1 &= (O'_1 | O''_1), \\ \Sigma'' &= \text{diag}(\sigma_3, \dots, \sigma_N), \\ O_2 &= \begin{pmatrix} O'_2 \\ O''_2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

とすると、

$$W = O'_1 \Sigma' O'_2 + O''_1 \Sigma'' O''_2 \quad (8)$$

である。行列 W が上記のように分解できるとすれば、行列 W が誤差を含まない時、その階数は高々 3 である。行列 W に誤差が含まれる時、形状と運動に関する情報は 3 つの最大の特異値に対応する項に含まれると考えられ、 $\hat{W} = O'_1 \Sigma' O'_2$ は良い近似値といえる。そこで、すなわち、

$$\hat{M} = O'_1 \Sigma', \quad \hat{S} = O'_2 \quad (9)$$

とすると、 $\hat{W} = \hat{M} \hat{S}$ となる。ただし、この分解は一意でなく任意性が残っている。これを考慮すると、 Q をある正則行列として、

$$M = \hat{M} Q, \quad S = Q^{-1} \hat{S} \quad (10)$$

となる。式 (10) のように表現される時、行列 M と行列 S の積は元の行列 W に戻る。ここで、運動に関する行列 M にはいくつかの物理的な制約があり、その制約条件から行列 Q を求めれば、形状と運動が得られる。

これまでの段階での問題点を挙げる。

- 特異値分解により生じる直交行列 O_1, O_2 を行列 M, S に対応させてよい数学的理由は何であろうか。
- データに誤差が含まれる時に、特異値の大きさだけで誤差項をとり除くことは可能なのか。また、有効か。

2.4 行列 Q の決定

行列 Q の決定方法について述べる。投影を正射影で近似した場合、paraperspective な変換で近

似した場合ともに、計測行列 W は、運動の情報を含む行列 M と形状の情報を含む行列 S の積に分解される。ただし、この分解は一意でなく、式 (10) の意味で任意性が残っている。式 (10) を満たすアフィン変換行列 Q をどう求めるかが次の問題となる。以下正射影近似の場合について考える。

論文 [1][2][3] では M の成分 i_f, j_f が満たすべき制約条件に適合するように Q を決めている。制約条件とは、

$$\begin{aligned} |i_f|^2 &= 1, \\ |j_f|^2 &= 1, \\ i_f \cdot j_f &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

である。 $i_f^T = i_f^T Q$ などより、この制約条件を用いると、結果的には行列 $A = QQ^T$ を求める問題となる。

2.4.1 線形式を直接解く方法

そこで上式 (11) を対称行列 A の 6 つのパラメータについて線形式に展開する。

$$A = \begin{pmatrix} a & d & f \\ d & b & e \\ f & e & c \end{pmatrix} \quad (12)$$

式 (12) のように対称行列 A を表す。このとき、パラメータベクトル $v = (a, b, c, d, e, f)$ として、式 (11) より得られる線形式は $Xv = 0$ となる。この時、行列 X は

$$X^T = \begin{pmatrix} \cdots & \hat{i}_{fx}^2 & \hat{j}_{fx}^2 & \hat{i}_{fx}\hat{j}_{fx} & \cdots \\ \cdots & \hat{i}_{fy}^2 & \hat{j}_{fy}^2 & \hat{i}_{fy}\hat{j}_{fy} & \cdots \\ \cdots & \hat{i}_{fz}^2 & \hat{j}_{fz}^2 & \hat{i}_{fz}\hat{j}_{fz} & \cdots \\ \cdots & 2\hat{i}_{fx}\hat{i}_{fy} & 2\hat{j}_{fx}\hat{j}_{fy} & \hat{i}_{fx}\hat{j}_{fy} + \hat{i}_{fy}\hat{j}_{fx} & \cdots \\ \cdots & 2\hat{i}_{fy}\hat{i}_{fz} & 2\hat{j}_{fy}\hat{j}_{fz} & \hat{i}_{fy}\hat{j}_{fz} + \hat{i}_{fz}\hat{j}_{fy} & \cdots \\ \cdots & 2\hat{i}_{fz}\hat{i}_{fx} & 2\hat{j}_{fz}\hat{j}_{fx} & \hat{i}_{fz}\hat{j}_{fx} + \hat{i}_{fx}\hat{j}_{fz} & \cdots \end{pmatrix} \quad (13)$$

なる $3F \times 6$ の行列である。ただし、

$$\begin{aligned} \hat{i}_f &= (\hat{i}_{fx}, \hat{i}_{fy}, \hat{i}_{fz}), \\ \hat{j}_f &= (\hat{j}_{fx}, \hat{j}_{fy}, \hat{j}_{fz}) \end{aligned} \quad (14)$$

である。行列 X を特異値分解して最小特異値に対応する特異ベクトルを v の解とすることで、

$$\|Xv\| \rightarrow \min \quad (15)$$

とする v を得る。次に論文 [2] に従うと、求めた行列 A を固有値分解する。

$$A = L\Lambda L^T \quad (16)$$

そして、得られた L, Λ より、 $Q = L\Lambda^{\frac{1}{2}}$ となる。

$A = QQ^T$ より行列 A は正定値であり、固有値は全て正となるはずである。ところが、論文 [2] では行列 A を求める際に、正定値である条件を付加していないので、データの誤差より固有値が負となる場合がある。

シミュレーションでは、誤差が加わった場合について固有値が負となる場合が多く見られた。また、十分に解明できていないが、真の値 (誤差のないデータ) を用いても、この方法では正しい Q が求められない場合がある。

行列 A が正定値であるための条件は、たとえば、

$$a > 0, \quad ad - b^2 > 0, \quad \det A > 0 \quad (17)$$

の 3 つである。この不等式は条件として付加すべきものであるから、単に式 (15) を最小化することで求められる解は求めたい解ではない可能性がある。

2.4.2 非線形式を反復法で解く方法

正定値である条件をあらかじめ実現させるために、

$$Q = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{pmatrix} \quad (18)$$

から考えて $A = QQ^T$ を作る。9 つのパラメータについて、制約条件は次式 (19) で定義される各式が $G_{1f} = G_{2f} = G_{3f} = 0$ となることである。

$$\begin{aligned} G_{1f} &= \hat{i}_f^T A \hat{i}_f - 1, \\ G_{2f} &= \hat{j}_f^T A \hat{j}_f - 1, \\ G_{3f} &= \hat{i}_f^T A \hat{j}_f \end{aligned} \quad (19)$$

しかし、誤差があればこれらは同時に満たされないので、

$$E(a) = \sum_f (G_{1f}^2 + G_{2f}^2 + G_{3f}^2) \quad (20)$$

で定義される E をパラメータ決定のための評価関数とし、 E を最小化する。まず、式 (20) は各パラメータに関して非線形なので、共役勾配法により反復修正し解を求めることを試みた。

非線形関数の最小化手法として、他には準ニュートン法と Powell 法についても試みた。ただし、準ニュートン法、Powell 法ともに共役勾配法とほぼ同じ挙動を示した。反復回数が少々異なる程度で、求められた解の精度は同じであった。

他にこの問題を非線形最小自乗法を解くものと考え、方法として Levenberg-Marquardt 法について試みた。上述の方法と同様に式 (20) で定義される E を最小化するように、パラメータベクトル $a = (a_1, a_2, \dots, a_9)$ を修正して行く。各式 (19) に対し次のように行列を定める。

$$\begin{aligned} B &= (b_{fi}) & b_{fi} &= \frac{\partial G_1}{\partial a_i}, \\ C &= (c_{fi}) & c_{fi} &= \frac{\partial G_2}{\partial a_i}, \\ D &= (d_{fi}) & d_{fi} &= \frac{\partial G_3}{\partial a_i} \end{aligned} \quad (21)$$

このとき、

$$\begin{aligned} e &= B^T G_1, \quad (\text{ただし、} G_1 = (G_{11}, \dots, G_{1F})), \\ f &= C^T G_2, \quad (\text{ただし、} G_2 = (G_{21}, \dots, G_{2F})), \\ g &= D^T G_3, \quad (\text{ただし、} G_3 = (G_{31}, \dots, G_{3F})) \end{aligned} \quad (22)$$

として、パラメータの修正項は

$$\begin{aligned} \Delta a &= (B^T B + \lambda I)^{-1} e \\ &+ (C^T C + \lambda I)^{-1} f + (D^T D + \lambda I)^{-1} g \end{aligned} \quad (23)$$

となる。 $a \rightarrow a + \Delta a$ と更新しながら、修正していく。Marquardt 法では初期値によって結果が変わる。至るところに局所解があり、収束はするが求めたい解には到達しない場合がある。

3 Tsai の方法による行列 M の決定

ここでは、因子分解法の効果をより明らかにするために、他の方法でカメラの運動を表す行列 M を求め、本手法の結果との比較を試みる。正射影近似であれば、行列 M の成分はカメラ座標系の基底ベクトルであるから Tsai の方法 ([4]) によって求めることができる。計測行列 W が、運動の情報を含む行列 M と形状の情報を含む行列 S の積に分解されることから、Tsai の方法により求めた行列 M によって、 W から形状の行列 S を計算できる。

3.1 Tsai の方法

Tsai の方法によれば、2 枚の画像データのみからカメラの相対運動が求められる。 $f, f+1$ 枚目の画像の P 点分の $(u_{fp}, v_{fp}), (u_{f+1p}, v_{f+1p})$ より、

$$(i_{f+1} | j_{f+1} | k_{f+1}) = R_{f+1,f} (i_f | j_f | k_f) \quad (24)$$

を満たすカメラの回転行列 $R_{f+1,f}$ が求められる。一般座標系を任意に決められることから、1 枚目カメラ座標系の基本ベクトル (i_1, j_1, k_1) は基準として与えられる。これを元に各カメラ座標系の基本ベクトルを決定する。

Tsai の方法によれば、1 枚目から 2 枚目、2 枚目から 3 枚目といったように、画像が取り込まれる毎に計算が可能である。しかし、この方法では誤差がある場合には、計算過程において誤差が積算されてしまう ([5])。

時間的な制約がない時、全ての画像データを等価に扱う方法を考えることにする。例えば、図 2 のように、ある特定の画像を基準にしてそれとの相対運動を計算する方法が考えられる。この方法であれば、誤差が積の形で拡大していくことはない。ただし、全データを等しく扱っていないところに難点が残る。

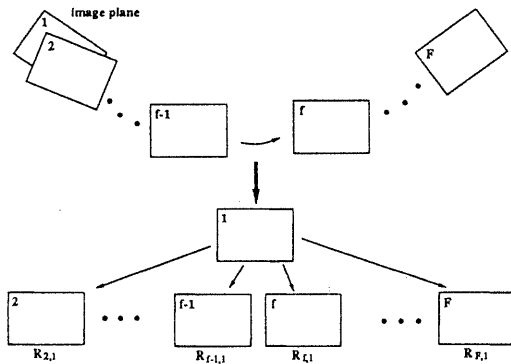


図 2 画像データの使い方

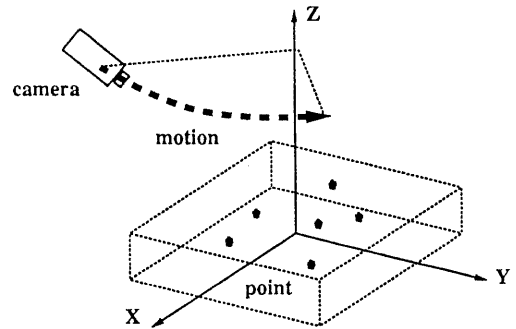


図 3 カメラの運動

3.2 行列 S の決定

Tsai の方法によって求められた行列 M により疑似逆行列を作って、行列 S を計算する。

$$S = ((M^T M)^{-1} M^T W) \quad (25)$$

これにより対象の重心が原点であるような座標系で形状を復元できる。誤差がある時、どのような最適化を行なうべきであるかについてはここでは触れない。

4 シミュレーションの結果

カメラのモデルとしてピンホールモデルを仮定し、透視画像を得、この系列から対象の再構成を試みる。レンズの焦点距離は 20mm 、レンズ収差等は考慮していない。画素の大きさは u, v 方向共に $9.28\mu\text{m}$ とした。まず第一のデータとして、対象の重心を常に画像の中心に置くようにして円軌道上でカメラを動かし、対象の重心とカメラの距離を 3.0m 一定とし、出発点を適当に与え、 2.0° ずつ回転させて画像を 30 枚取り込んだ (図 3)。さらに、平均 0、標準偏差 0.25 画素の正規分布に従う誤差を画像データに与えた。対象は縦 50cm 、横 50cm 、高さ 5cm の直方体内にランダムに分布する 10 点である。

このシミュレーションの結果を表 1 にまとめる。表中の OFM は正射影近似を元にした因子分解法

表 1 シミュレーションの結果 (その 1)

対象	データ	方法	誤差	結果
ランダム (10 点)	正射影	OFM	無	0%
ランダム (10 点)	透視	OFM	無	~6%
ランダム (10 点)	透視	OFM	有	~6%
ランダム (10 点)	透視	TFM	無	~7%
ランダム (10 点)	透視	TFM	有	~30%

で、共役勾配法により適合させている方法を指す。TFM は Tsai の方法と因子分解法を組み合わせたものを指す。結果という欄では、対象に対応した誤差の指標を持ち込み、再構成の結果を評価した誤差を記入した。その指標とは、元のモデルと重ね合わせ、各点のずれを距離 (distance) にして、元のモデルの各点の位置ベクトルの長さ (scale) に比べて百分率を取り平均を計算し、それを誤差とした (式 (26))。

$$error = \frac{distance}{scale} \times 100\% \quad (26)$$

投影を正射影とした時、誤差がなければ、OFM による計算で、当然のことながら、形状を完全に復元することができた。透視変換による投影画像に対しては、誤差の有無に依らず、6% 程度の精度で形状を復元できた。一方、TFM による再構成では誤差が加わると急に不安定になる。この意味では、OFM は誤差に対して安定な挙動を示す

といえる。

図4、図5は正射影近似のもとに、共役勾配法で適合化する因子分解法により、画像から形状を復元した例である。図4では、それぞれ立方体の対象に対する1, 15, 30枚目の画像データと、右下に復元結果を示す。この立方体の場合も誤差は5%である。

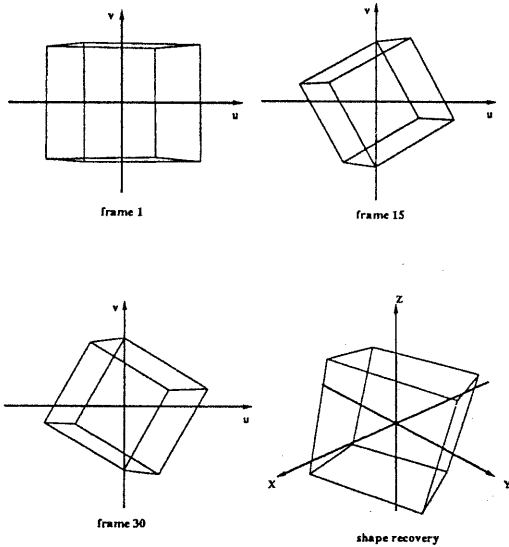


図4 復元の例—立方体(8点)

図5は、図中の(a)に示すように元の対象は球面上に332点とったものである。復元結果は図中の(b)であり、誤差は3%程度である。

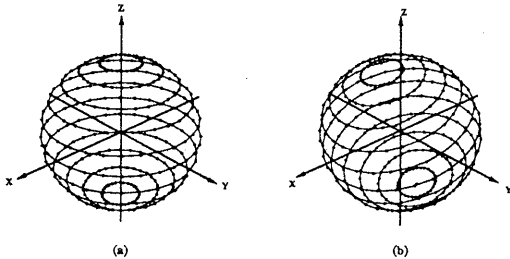


図5 復元の例—球面(332点)

次に、カメラの運動を変え、様々な適合法を試みた。対象は前述のランダムな10点を用い、その透視変換による画像の時系列に対して、正射影近

似の元で因子分解法を行なった。当然のことであるが、正射影で投影した画像からは、カメラの運動によらず必ず復元できることを確認してある。

文献[3]で報告されている実験では、焦点距離の長いレンズを用いており、さらに、カメラを対象から常に一定とみなせる運動をさせて得た画像を対象としている。この場合は、正射影近似が良くあてはまり、良い結果を得ていると思われる。

適合方法に関しては、線形式に展開する方法やMarquardt法では正射影のデータに対してもうまく求められない。そこで、透視変換による画像に対しては、適合法は共役勾配法、準ニュートン法、Powell法の3つについて実験を行なった。次の表2に結果をまとめる。表中の運動と言う欄はカメ

表2 シミュレーションの結果(その2)

運動	適合化	誤差	結果
注視	CG	有	~5%
注視	QN	有	~5%
注視	PW	有	~5%
注視	線形化	有	×
注視	MQ	有	×
ランダム	CG	有	×
ランダム	QN	有	×
ランダム	PW	有	×, ~5%

ラの運動を指す。注視とは対象の重心を常に画像の中心におくカメラの運動のことで、表1の時と同じである。また、「ランダム」とは同じ円軌道付近を運動するのだが、カメラの位置と方向がランダムに変化する場合である。適合化という欄では、CGは共役勾配法、QNは準ニュートン法、PWはPowell法をさす。線形化は線形式に展開して解く方法を、MQはMarquardt法を意味する。誤差という欄では、表1の時と同じ誤差を画像データに与えていることを示す。結果という欄では、式(26)に従う指標を持ち込み評価した結果を記入した。×はうまく求められなかったことを意味する。共役勾配法、準ニュートン法、Powell法により適合すれば、上記の誤差に対し、対象の形状は

5%程度の精度で復元された。ただし、カメラの運動がランダムな場合、うまく求められないことがあった。これは投影モデルとしての正射影近似がカメラの奥行き方向の変化に弱いためであると考えられる。前述のシミュレーションではカメラと対象の距離は変化させなかったが、ここではカメラを円軌道に対し前後させている。

これまでのシミュレーションでは、投影を正射影で近似するモデルだけを扱ってきた。現段階の実験では、論文[2]等で述べられている paraperspective での近似モデルではどのような場合にも、いまだにうまく行く方法が確認されていない。正射影近似の因子分解法との違いは、行列 M の幾何的制約条件だけであるが、その適合化で何らかの問題を生じているようである。

5 まとめ

本論文では、因子分解法の問題点を挙げ、シミュレーションの結果を報告した。

実験結果に基づいて判断すると、因子分解法の問題点として、第一に、行列 Q の決定には不確実性があることが挙げられる。決定方法の拠り所としている制約条件を元に最小自乗法で求めても、結果的に行列 Q はその様な性質に重きをおいて最適化するべきものなのか分からない。第二の問題点としては、誤差が乗った時、Rank-theorem によって誤差項のみが削除されているとはいえない。つまり、誤差の影響は全ての特異値に加わっており、特異値を大きい方から3個選ぶことで誤差を除去できたことにはならない。

行列 Q の決定方法に関しても様々な方法が考えられ、その選択によって結果が異なることが分かった。これが第三の問題点でもある。線形式に展開する方法や、Marquardt 法による最適化では安定して一つの正解を得ることはできない。一方、反復による非線形関数の最小化手法である共役勾配法等によれば、ある程度の誤差を持って形状の復元が可能である。TFM の方法と比較すると、データに含まれる誤差に対して安定で精度も良いとい

える。ただし、カメラの運動に対象との距離が大きく変わる要素が含まれると、つまり、画像上での対象のスケールが大きく変化する場合は、形状の復元は安定しない。

シミュレーションの結果では、平均 0、標準偏差 0.25 というほぼ 1 画素に対応する誤差に対して、結果が 5% ぐらいの誤差を生じた。これ以上の精度を得るためには、現在のところ理論面を含めて不明な点が多い。しかし、この程度の誤差を許容できる応用に対しては、簡便でアルゴリズムも理解し易い良い手法であると言える。

謝辞

実験に協力してくれた本学部 4 年生の荒井日見子さん、吉川裕君に感謝します。また、本研究は中谷電子計測技術振興財団からの助成研究の一部として行なわれたもので、同財団の援助に感謝します。

参考文献

- [1] C.Tomasi, and T.Kanade, "The Factorization Method for the Recovery of Shape and Motion from Image Streams," *Proceedings: Image Understanding Workshop, San Diego*, pp.459-472, January 1992.
- [2] C.J.Poleman, and T.Kanade, "A Paraperspective Factorization Method for Shape and Motion Recovery," *Technacal Report, CMU-CS-92-208*, October 1992.
- [3] 金出武雄, 森田俊彦, コンラッド・ボールマン "因子分解法による物体形状とカメラ運動の復元," *電子情報通信学会論文誌 D-II*, Vol.J76-D-II, No.8, pp.1497-1505, 1993.
- [4] R.Y.Tsai, and T.S.Huang, "Uniqueness and Estimation of Three-Dimensional Motion Parameters of Rigid Objects with Curved Surfaces," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.PAMI-6, No.1, pp.13-27, 1984.
- [5] N.Cui, J.Weng, and P.Cohen, "Extended Structure and Motion Analysis from Monocular Image Sequences," *IEEE 3rd International Conference on Computer Vision '90*, pp. 222-229, 1990.