

## 画像濃淡を表す曲面の主曲率に着目した マルチスケール形状記述手法

本谷 秀堅 出口 光一郎  
東京大学工学部

画像の濃淡特徴を適切なスケールによって記述する手法を提案する。画像から抽出される濃淡特徴は、抽出する際のスケールに依存して変化する。与えられた画像の濃淡特徴を適切なスケールのガウス関数でぼかして抽出するために、スケール空間解析を行う。スケールを変化させると、画像の濃淡を表す曲面の主曲率が変わる。このとき二つの主曲率の比は形状を表し、大きさは濃淡を表す曲面の曲がり具合を表す。スケールの変化に対するこれら値の変化から、特徴抽出に適切なスケールとそのスケールにおける曲面の形状を定める。

## A Multi-Scale Shape Description Method using Principal Curvatures of an Image Profile

Hidekata Hontani and Koichiro Deguchi

Faculty of Engineering, University of Tokyo,  
Bunkyo-ku, Tokyo, Japan

We propose a shape description method which selects adequate scale levels to describe an image. Features that can be extracted from an image are dependent on the scale levels at which the system extracts features. In order to extract the features at adequate scale levels, the proposed method analyses the scale-space of the image. As a scale level increases, the principal curvatures of the surface which is an image profile may change. The ratio of the two principal curvatures indicates the shape of the image profile, and the norm of them measures the curvedness of the profile. The adequate scale levels are decided based on the change of the ratio and the norm.

## 1 はじめに

画像の濃淡特徴を記述することは、画像処理システムの初期処理において重要なことである。このため画像の特徴として、画像の濃淡を表す曲面の、頂点や尾根線などを抽出する手法が数多く提案されてきた [1][2][3][4]。これら手法の多くは濃淡を表す曲面の形状を、微分幾何を用いて記述する。微分幾何による手法を用いると、注目している点における、曲面の局所的な形状特徴を記述することになる。

一般に画像は様々な大きさの構造から成り立っている。局所的な構造のみならず大局的な構造も含めて様々な大きさの構造を捉えるために、スケールスペース解析がよく用いられる。スケールの変化に対する画像の変化は一様ではなく、その画像が持つ構造の大きさを反映して変化する。Lindeberg は画像からエッジや尾根点を抽出する際に、濃淡を表す曲面のエッジ強度もしくは尾根点強度を定め、それら強度が極大となるスケールを位置ごとに求める手法を提案した [2]。この手法によると、エッジなどの特徴抽出に適したスケールを画像自身から位置ごとに定めることができる。

画像から抽出される特徴は、抽出する際のスケールに依存して変化する。Lindeberg らの手法では尾根点強度や臍点強度など、抽出する特徴ごとに別の尺度を用いている。このため選択性に欠け、またスケールの変化に対する画像の特徴の変化を、直接的に観測しにくかった。

本手法では、スケールの変化に対する濃淡を表す曲面の主曲率の変化を用いて、画像に特徴的な構造およびそのスケールを抽出する。各位置において求まる二つの主曲率の比は、濃淡を表す曲面の形状を表す。例えば主曲率の値がほぼ同じなら、その点周囲で曲面は単峰状の形状であり、画像としては塊状の図形に対応する。また主曲率の一方が大きく他方が 0 に近い値を持っていれば、その曲面は尾根状の形状であり、線図形に対応する。

直交する二軸に二つの主曲率の値をとり、ある位置における主曲率の値をこの主曲率の空間にプロットする。このとき原点は主曲率がともに 0 であるから平面に対応する。また両軸上の点は、一

方の主曲率が 0 であるから尾根点に対応する。この主曲率の空間において、原点からの方向が形状に対応することになる。また原点からの距離は曲面の曲がり具合を表し、原点から遠く離れるほどはっきりした形状に対応するようになる。

スケールの変化に対する主曲率の変化をこの主曲率の空間で捉えると、原点からの距離が極大となるスケールが構造の大きさを表し、そのときの原点からの方向が形状を反映する。またこの空間における主曲率の軌跡により、スケールの変化に対する形状の変化を直接観測できる。この軌跡上原点からの距離が極大である点を、濃淡特徴の抽出に用いる。

以下、まずスケールスペースと微分幾何による濃淡特徴の抽出法、特に主曲率の計算法について述べ、次にスケールの変化に対する主曲率の変化の捉え方を説明する。ついで本稿で提案するアルゴリズムおよびにその実験結果を示し、最後に考察を述べる。

## 2 スケールスペース

画像  $f(x, y)$  をガウス関数でぼかすことを考える。このときスケールスペース  $L(x, y; t)$  とは、ぼかしのスケール  $t$  を 0 から次第に大きくするときに得られる画像のスタックであり、次のように定義される。

$$\begin{aligned} L(x, y; t) &= g(x, y; t) * f(x, y) \\ &= \int g(x', y'; t) f(x - x', y - y') dx' dy' \end{aligned}$$

ただし  $g(x, y; t)$  は下に示すように分散  $t$  のガウス関数である。この  $t$  をスケールパラメータとみなす。  $t$  は [長さ]<sup>2</sup> の次元を持っていることに注意。

$$g(x, y; t) = \frac{1}{2\pi t} e^{-(x^2 + y^2)/2t}$$

画像が位置について連続な関数である場合は、ガウス関数をコンボリューション核に用いることにより、スケールパラメータ  $t$  について半群の性質を持つこと、濃淡の極大(小)点はスケールを増加させたときに必ず濃淡値を小さく(大きく)することなどの良い性質を持つようになる [5]。

しかし実際には画像は離散である。スケール  $t$  によるぼかしの演算は微小なぼかし量  $\Delta t$  (<

0.5) を定め、下に示すフィルタを  $t/\Delta t$  回繰り返して作用させることにより行う。このときスケール空間は上に述べた良い性質を保持することが知られている [5]。図 1 左にスケールパラメータ  $t$  の変化による画像の変化の例を示す。

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{12}\Delta t & \frac{1}{3}\Delta t & \frac{1}{12}\Delta t \\ \frac{1}{3}\Delta t & 1 - \frac{5}{3}\Delta t & \frac{1}{3}\Delta t \\ \frac{1}{12}\Delta t & \frac{1}{3}\Delta t & \frac{1}{12}\Delta t \end{pmatrix}. \quad (1)$$

### 3 主曲率による曲面形状の表現

画像を表す関数  $f(x, y)$  は位置 - 濃淡の空間における曲面とみなすことができる。はじめに述べたとおり、本稿ではこの曲面の主曲率および主曲率方向により、画像の特徴を記述する。

主曲率および主曲率方向は第二基本形式の固有値および固有ベクトルにより求めることができ

る。  $\partial_x L(x, y; t)$  を  $L_x$  などと表すと、第二基本形式  $II(x, y; t)$  は次の行列で与えられる。

$$II(x, y; t) = \frac{1}{\sqrt{1 + L_x^2 + L_y^2}} \begin{pmatrix} L_{xx} & L_{xy} \\ L_{yx} & L_{yy} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

各点におけるガウス曲率を  $G(x, y; t)$ 、平均曲率を  $H(x, y; t)$ 、主曲率を  $\kappa_{1,2}$ 、主曲率方向が  $x$  軸となす角を  $\theta_{1,2}$  と表すと次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} G &= \kappa_1 \cdot \kappa_2 = \det II(x, y; t) \\ H &= \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} = \frac{\text{tr} II(x, y; t)}{2} \\ \kappa_{1,2} &= \frac{-2H \pm \sqrt{4H^2 - 4G}}{2} \\ &= \frac{-(L_{xx} + L_{yy}) \pm \sqrt{(L_{xx} - L_{yy})^2 + 4L_{xy}^2}}{2\sqrt{1 + L_x^2 + L_y^2}} \\ \theta_{1,2} &= \tan^{-1} \left( \frac{(L_{yy} - L_{xx}) \pm \sqrt{(L_{xx} + L_{yy})^2 - 4L_{xy}^2}}{2L_{xy}} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

各点において、主曲率を求め  $\kappa_1 - \kappa_2$  平面上の一点で表現する。この  $\kappa_1 - \kappa_2$  平面上の各点は、図 2 にも示す通り曲面の形状を反映しており次のような性質をもつ [6]。

- 原点 ( $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$ ) は平面に対応する。
- 極座標表示したときの動径成分  $R = \sqrt{\kappa_1^2 + \kappa_2^2}$  は曲面の“曲がり具合”を表す。
  - 曲率が大きくなるほど原点から遠ざかる。無限遠は、滑らかではない曲面を表す。
- 極座標表示したときの角度成分  $\alpha = \tan^{-1}(\frac{\kappa_2}{\kappa_1})$  は形状を表す。

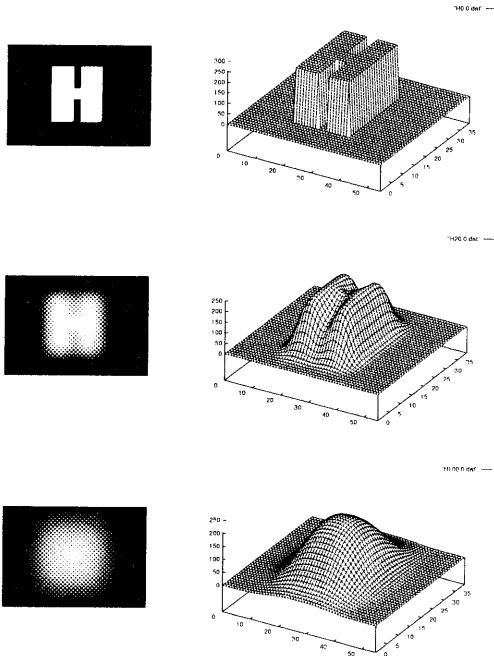


図 1: スケールの変化による画像の変化(左)と濃淡を表す曲面の変化(右)。画像の横幅 112 に対してスケール  $t$  は上から順に 0(元画像), 20, 100。

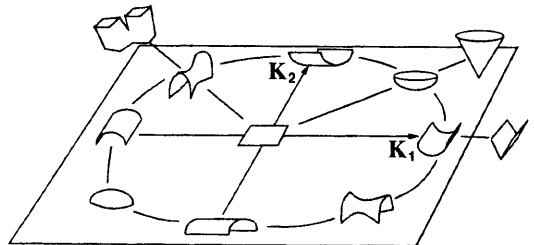


図 2: 主曲率による曲面の記述

- $\alpha = 0$  のときは尾根 (楯) 点
- $\alpha = \frac{\pi}{4}$  or  $\frac{5\pi}{4}$  のときは臍点
- $\alpha = -\frac{\pi}{4}$  or  $-\frac{5\pi}{4}$  のときは鞍点

#### 4 スケールの変化と濃淡曲面の変化

画像の特徴を適切なスケールによって抽出するために、スケール変化に対する主曲率の変化を調べる。図1右に濃淡を表す曲面の変化の例を示す。例えば画像中央の位置においては、スケール0のときは平面状であるが、 $t$ の値の増加に伴いまず鞍点となり、ついで $t$ が十分大きくなると臍点となる。

注目している点における濃淡曲面の主曲率を各スケールで求め、前節で述べた $\kappa_1 - \kappa_2$ 平面上に点をプロットする。するとスケール $t$ の変化に伴う形状の変化が、 $\kappa_1 - \kappa_2$ 平面上の軌跡として表現される。原点からみたときの方向の変化が形状の変化に、原点からの距離の変化が曲面曲がり具合の変化に対応する。

ほかしのスケールが大きくなるにつれ濃淡を表す曲面は滑らか平面へと近づき傾向がある。このため求まる主曲率も次第に0に近づいていく。この影響を補正するため、位置のパラメータ $x, y$ をスケールパラメータにより無次元化して、主曲率を計算する。次節においてこの無次元のパラメータの説明と、このパラメータにより求めた主曲率を元にし、構造記述に適したスケールを選択する手法について述べる。

#### 5 曲面形状の変化とスケールの選択

スケールパラメータは[長さ]<sup>2</sup>の次元を持つ。スケール空間において濃淡曲面の形状の変化を求める際には、 $\sqrt{t}$ により長さの次元に関して正規化した変数 $\xi, \zeta$ を考えると都合が良い[5]。

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{t}}, \quad \zeta = \frac{y}{\sqrt{t}}$$

このとき $\xi, \zeta$ それぞれによる偏微分は次のようになる。

$$\partial_\xi = \sqrt{t}\partial_x, \quad \partial_\zeta = \sqrt{t}\partial_y$$

上記二つの式の右辺を $\partial_{x, norm}$ で表す。

$$\partial_{x, norm} = \sqrt{t}\partial_x, \quad \partial_{y, norm} = \sqrt{t}\partial_y$$

以降位置に関する偏微分にはこの $\partial_{x, norm}$ を用い、第二基本形式の成分 $L_{xx}$ なども全て $\partial_{xx, norm} = L_{xx, norm}$ で置き換える。このときに求まる主曲率を $\kappa_{1, norm}, \kappa_{2, norm}$ と表す。

図1に示した画像中、「H」の形をした図形の横ストローク中央の位置における主曲率の変化を、 $\kappa_{1, norm} - \kappa_{2, norm}$ 平面にプロットしたものが図3である。先に述べた通り原点からの距離 $R_{norm} = \sqrt{\kappa_{1, norm}^2 + \kappa_{2, norm}^2}$ が曲面の“曲がり具合”を、動径の方向 $\alpha_{norm} = \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\kappa_{2, norm}}{\kappa_{1, norm}}\right)$ が曲面の形状を表す。

図3によると、 $t = 0$ のとき $\kappa_{1, norm} = \kappa_{2, norm} = 0$ であり、 $t$ の増加に従いまず $\alpha_{norm} = \frac{3\pi}{4}$ の方向にグラフが伸びている。これは濃淡を表す曲面の形状が次第に鞍型に変化していることを示している。さらに $t$ を増加させると、あるスケールでグラフが $\alpha_{norm} = \frac{\pi}{4}$ の方向へと大きく移動する。大きなスケールではかさされることにより図形全体が一つの塊となり、曲面が単峰状に変化したことを示している。おなじ $\alpha_{norm}$ に対しては $R_{norm}$ の値が大きいほど、その曲面の形状がはっきりしているとみなすことができる。そこで本稿では $R_{norm}$ の極大点を与えるスケールを、濃淡特徴抽出に適したスケールと判断する。図3に示した例ににおいては、 $R_{norm}$ が二箇所の極大点を持っている。一方は局所的な鞍点に、他方は大局的な臍点に対応する。次に簡単な例を用いて、 $R_{norm}$ が極大値をとるスケール $t_{max}$ が、画像内の対象図形の形状の大きさと一致す

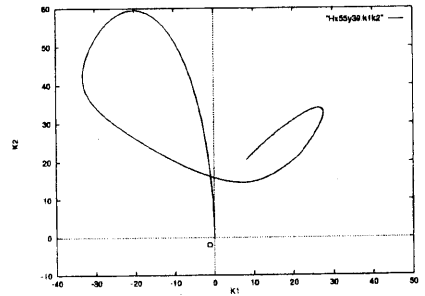


図3: スケールの変化による主曲率の変化。横軸、縦軸がそれぞれ $\kappa_{1, norm}, \kappa_{2, norm}$ を示す。

ことを示す。

例として与えられた画像  $f(x, y)$  がスケール  $t_0$  のガウス関数である場合を考える。

$$f(x, y) = g(x, y; t_0) = \frac{1}{2\pi t_0} e^{-(x^2+y^2)/2t_0}.$$

この画像をスケール  $t$  のガウス関数でぼかしたものは、スケール  $t + t_0$  のガウス関数になる。

$$\begin{aligned} L(x, y; t) &= g(x, y; t) * g(x, y; t_0) \\ &= g(x, y; t + t_0) = \frac{1}{2\pi(t+t_0)} e^{-\frac{x^2+y^2}{2(t+t_0)}} \end{aligned}$$

原点  $(x, y) = (0, 0)$  はぼかしのスケール  $t$  に関わらず  $\kappa_{1, norm} = \kappa_{2, norm}$  が成立する。スケール  $t$  を 0 から次第に増加させるときの  $\kappa_{1, norm}, \kappa_{2, norm}$  の変化を考えると、次の式が成立する。

$$\partial_t R_{norm}(0, 0; t) = \frac{t_0 - t}{\sqrt{2\pi}(t_0 + t)^3}.$$

元画像  $f(x, y)$  における濃淡構造の大きさ  $t_{max} = t_0$  において  $R_{norm}$  が極大となることが分かる。

## 6 形状の代表点の抽出

前節の例では、あらかじめ注目する画像上の位置を定めていた。しかし実際には濃淡を表す曲面の形状を代表する点を、画像自身から求める必要がある。画像の濃淡は、塊状の図形においては単峰状の曲面を、線状の図形においては楕状もしくは尾根状の曲面をなす。本稿では濃淡を表す曲面の形状を代表する点として、単峰状の曲面では頂点に対応する臍点を、尾根状の曲面に対しては尾根点を抽出する。定式化すると次のようになる。

主曲率  $\kappa_{1, norm}$  に対応する主曲率方向を  $p$ 、 $\kappa_{2, norm}$  に対応する方向を  $q$  で表し、 $\partial_p L$  を  $L_p$  などと表す。以下

$$|\kappa_{1, norm}| \leq |\kappa_{2, norm}|.$$

となるように  $\kappa_{1, norm}, \kappa_{2, norm}$  を選ぶ。このとき次の条件を満たす点を特徴点として抽出する [2]。ここでは、図は地より濃淡値が小さいと仮定している。

$$\begin{cases} L_q = 0, \\ \kappa_{2, norm} > 0. \end{cases} \quad (4)$$

上記条件により抽出される点は、主曲率方向の一方が濃淡の勾配方向と一致し、その方向でみた

とき曲面  $L(x, y; t)$  の法曲率ももっとも 0 に近くなる点である。尾根点や臍点に相当する点が抽出される。

## 7 濃淡画像の記述手法

本稿で提案する濃淡画像の特徴点抽出手法の概略を述べる。まず曲面の曲がり具合に相当する量  $R_{norm}$  の、スケールの変化に対する極大点を各ピクセルに対して求める。求められた極大点はスケールスペース内に曲面を構成する。また前節で説明した濃淡を表す曲面形状の代表点を各スケールについて求めると、これもスケールスペース内に曲面を構成する。これら 2 曲面の交線上の点は周囲の濃淡曲面の形状を代表する位置にあり、なおかつその形状の大きさを反映したスケールを持つ。 $\alpha_{norm}$  は尾根点か臍点か鞍点かといった形状を示し、 $R_{norm}$  は濃淡を表す曲面の曲がり具合を表す。本稿ではこの交線上の点を特徴点として抽出する。

具体的なアルゴリズムを下に示す。

1. ぼかしのスケールの最大値  $t_{end}$  と刻み幅  $\Delta t$  を定める。
2. (1) 式に示したフィルタを繰り返し対象画像に適用し、画像をぼかしていく。 $n$  回フィルタリングを行った結果の画像は元画像をスケール  $n \cdot \Delta t$  でぼかしたものの  $L(x, y; n \cdot \Delta t)$  である。
3. 式 (3) に示した  $L_{xx}$  などを  $L_{xx, norm}$  などに置き換えた行列から、主曲率  $\kappa_{1, norm}, R_{norm}$  などを各ピクセルに対して求める。
4. 各スケールにおいて条件 (4) を満たす位置を求める。求めた位置のうち、スケールの変化に対する  $R_{norm}$  の変化が極大となる点を特徴点として抽出する。
5.  $n = \frac{t_{end}}{\Delta t}$  となるまで繰り返す。
6. 得られた特徴点は位置  $x, y$ 、スケール  $t$  の他に  $R_{norm}$ 、 $\alpha$ 、主曲率方向  $p, q$  を情報として持つ。 $R_{norm}$  の値を重要度とみなす。

## 8 実験結果

図1の画像に対する、条件(4)を満たす点を図4に示す。スケール $t=0$ においては、 $\kappa_{1,norm} = \kappa_{2,norm} = 0$ となるため条件(4)を満たす点は存在しない。

各スケールにおいて、尾根点や臍点に相当する点が抽出されていることが分かる。抽出される点のなすパターンは、スケールの変化に伴い、複雑に変化する。

図4右に示した尾根点上で、 $R_{norm}$ の値がスケールに関して極大値をとる点を与えられた画像の特徴点として抽出する。抽出された点を図5上に示す。

抽出された特徴点を、ここでは $\alpha_{norm}$ の値によって「臍点」「尾根点」「鞍点」の三種類に分類することにする。 $|\kappa_{1,norm}| \leq |\kappa_{2,norm}|$ となるよう選択しているので、 $\alpha_{norm} = \tan^{-1} \left( \frac{\kappa_{2,norm}}{\kappa_{1,norm}} \right)$ の範囲は $\frac{\pi}{4} \leq |\alpha_{norm}| \leq \frac{3\pi}{4}$ となる。 $\alpha_{norm}$ の値を式(5)のように分類する。式(5)の分類に従い抽出された臍点と尾根点を

図5下に示す。図形のスロークに対応する位置に尾根点が、尾根線の端点と分岐点および図形全体の中央の位置に臍点が現れていることが現れていることが分かる。

$$\begin{cases} \text{臍点} & \frac{\pi}{4} \leq |\alpha_{norm}| < \frac{3\pi}{8} \\ \text{尾根点} & \frac{3\pi}{8} \leq |\alpha_{norm}| < \frac{5\pi}{8} \\ \text{鞍点} & \frac{5\pi}{8} \leq |\alpha_{norm}| \leq \frac{3\pi}{4} \end{cases} \quad (5)$$

中心を臍点上に持ち半径が $\sqrt{t}$ である円弧立している臍点ごとに示すと図6が得られる。図形中央の位置に現れた臍点のスケールは、図形全体の大きさを示している。尾根線の端点もしくは分岐点に現れた臍点はおおよそスロークの幅を示しているが、精度は良くない。尾根線上の各点のスケールは、端点に位置する臍点のスケールと分岐点のスケールの間の値であった。

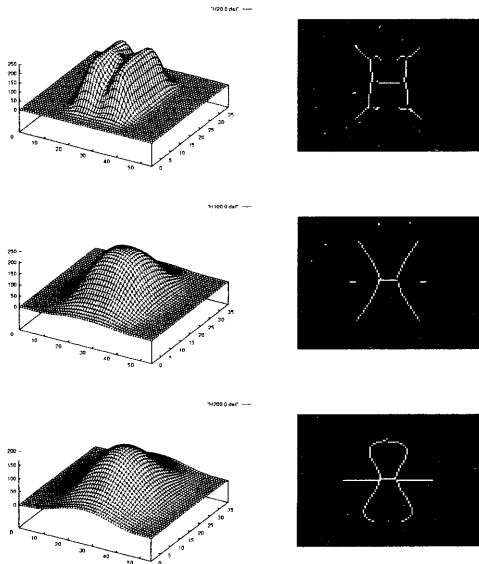


図4: 濃淡を表す曲面(左)と尾根もしくは臍点(右)のスケールによる変化。画像の横幅112に対してスケール $t$ は上から順に20, 100, 200

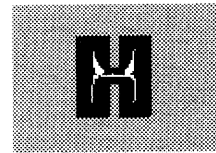


図5: 抽出された特徴点。上: 全体。下左: 尾根点。下右: 臍点。

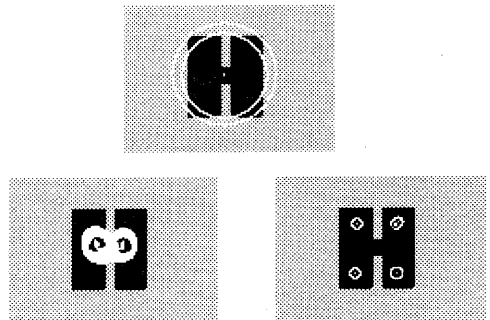


図6: 臍点において選択されたスケール

図7に他の例を示す。抽出された特徴点はほとんど全て尾根点であった。局所的な線図形を小さなスケールを持つ尾根線として抽出し、円環状の配置を大きなスケールを持つ尾根線として抽出した。図7下には、スケールを表す円を各尾根点上に重ねた図を示す。図7左はスケール  $t < 150$  の尾根線、図7右は  $t > 150$  の尾根線である。それぞれのスケールに対応する円を図中右下に表示した。それぞれストロークの大きさを反映したスケールが得られていることが分かる。

図8に実画像を用いた実験例を示す。小さいスケールに対しては、条件(4)式を満たす点が背景からも多数抽出された。スケールを大きくすると背景領域から抽出される特徴点は減るが、かわりに文字の形が正しく抽出されていない。

最終的に選択された特徴点を尾根点と臍点・鞍点とを別々に図9、10に示す。 $R_{norm}$ の値が恣意的に定めた閾値より大きなものについてのみ表示してある。文字の部分ではストロークに沿って尾根点が発見されている。二つの文字の並びを尾根状と判断している部分もみられる。また曲線の接している部分や文字全体の塊を表す臍点が発見されている。

他の図形から孤立した文字は、局所的に見ると線図形であり、大局的に見ると塊状の図形である。ここに示した結果によると、実際に小さなス

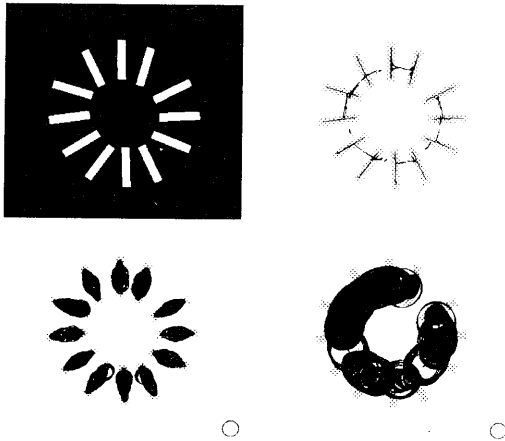


図7: 実験結果。左上:元画像。右上:特徴点抽出結果。下段:スケールごとの表示。円の半径がスケールを表す。

ケールによって尾根点が発見され、より大きなスケールによって文字の中央に臍点が発見されている。このことは画像からの文字候補切出などに利用可能であると考えられる。

## 9 おわりに

本稿では、画像の濃淡を表す曲面の、スケールの変化に対する主曲率の変化を観測することにより、適切なスケールを求めつつ濃淡特徴の抽出を行う手法を提案した。本手法によると局所的な形状と大局的な形状とを、それぞれ異なるスケールにより捉えることができる。人工的なパターンや実画像などを用いた実験により、本手法が小さな構造は小さなスケールにより捉え、大きな構造は大きなスケールにより捉えることを確認した。

本稿においては、主曲率の大きさを手がかりに、適切なスケールと、そのスケールによる画像の濃淡特徴を求めた。しかしスケールスペース内

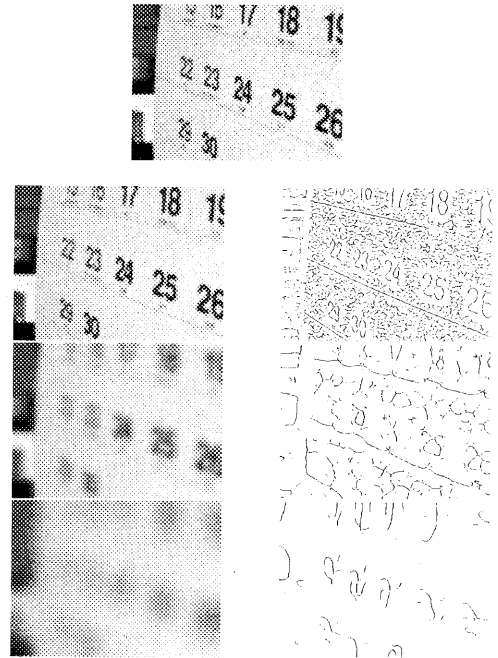


図8: スケールの変化に対する画像の変化(左)と条件(4)により抽出された点(右)。画像の横幅320に対してスケールの値は上から順に1, 20, 160。

に分布する特徴点をいかに統合し画像の記述とするかは、依然大きな問題として残っている。

スケールの変化に対する濃淡特徴の変化は極めて複雑であり、特徴点の統合手法の開発には、それらの数理的解析が不可欠である。本手法により求めた特徴点は画像内の位置およびスケールだけではなく、主曲率および主曲率方向などの情報も持っている。これら形状の特徴を陽に利用した統合手法の開発が必要となるであろう。画像の濃淡特徴の記述は画像処理システムにおける初期処理として位置づけることが可能であり、初期処理系は、システムの上位処理との関係を見据え

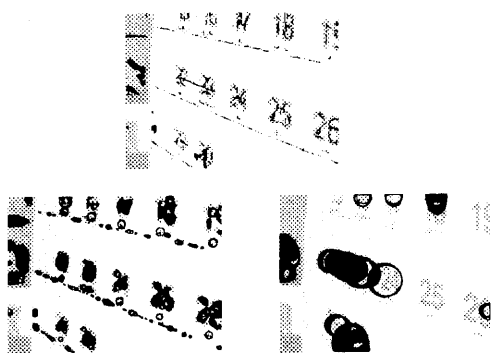


図 9: 実験結果。上：抽出された尾根点。下：スケールの大小で別けて尾根点を表示。円の半径はスケールを示す。

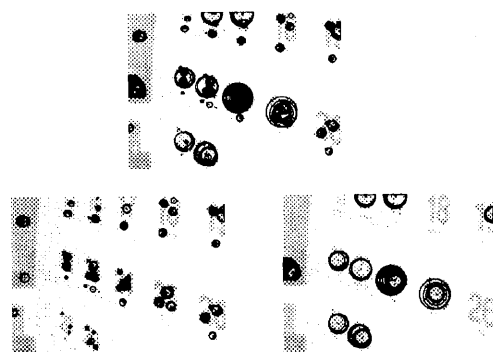


図 10: 実験結果。上：抽出された臍点。下：スケールの大小で別けて臍点を表示。円の半径はスケールを示す。

て設計されるべきである。初期処理として画像内の各位置における特徴的なスケールを求めておくことの有効性が確認されている [7]。画像の記述法を開発する際には、システム全体を考えることも重要となる。

## 参考文献

- [1] R. M Haralick, L. T. Watson, and T. J. Laffey. The Topographic Primal Sketch. *Int. J. of Robotics Research*, 2(1):50-72, 1983.
- [2] Tony Lindeberg. Edge Detection and Ridge Detection with Automatic Scale Selection. In *Computer Vision and Pattern Recognition(San Francisco)*, pages 465-470, 1996.
- [3] Luc M. J. Florack, Bart M. ter Haar Romeny, and Jan J. Koenderink. Scale and the differential structure of images. *Image and Vision Computing*, 10(6):376-388, july/august 1992.
- [4] J.B. Antonie Maintz, Petra A. van den Elsen, and Max A. Viergever. Evaluation of Ridge Seeking Operators for Multimodality Medical Image Matching. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18(4):353-365, 4 1996.
- [5] Tony Lindeberg. *Scale-Space Theory in Computer Vision*. Kluwer Academic Publishers, 1994.
- [6] Jan J.Koenderink. *Solid Shape*. Chapter 6. The MIT Press, 1990.
- [7] Hidekata Hontani and Shigeyoshi Shimotsuji. Character Detection Based on Multi-Scale Measurement. In *3rd International Conference of Document Analysis and Recognition(Montreal)*, pages 644-647, 1995.