

## 仮想光学環境のための局所反射特性分布の学習と再現

西山 正志      向川 康博      尺長 健

岡山大学 工学部 情報工学科

〒700-8530 岡山市津島中 3-1-1

mukaigaw@chino.it.okayama-u.ac.jp

あらまし

我々は、実世界のスクリーン物体へ光学パターンを投影することで、光源位置や反射特性を任意に変化させることができる仮想光学環境の研究を進めてきた。本稿では、実物体の局所反射特性分布を学習し、仮想光学環境において再現する手法を述べる。局所反射特性分布は、局所領域内の点反射特性とその局所分布を学習することで得られる。点反射特性は、2次元関数として近似でき簡易な撮影系で学習する。一方、局所分布は、テクスチャの統計的性質を扱えるマルコフモデルに基づいて学習する。実験結果より、様々な形状をもつスクリーン物体において、局所反射特性分布を再現できることを示す。

## Learning and Reproduction of Local Reflectance Distribution for Virtual Photometric Environment

Masashi NISHIYAMA, Yasuhiro MUKAIGAWA, Takeshi SHAKUNAGA

Department of Information Technology, Faculty of Engineering,

Okayama University

3-1-1 Tsushima-naka, Okayama, 700-8530, JAPAN

mukaigaw@chino.it.okayama-u.ac.jp

### Abstract

We have proposed a concept of Virtual Photometric Environment which is realized by projection of photometric patterns to a screen object in the real world. In this paper, we discuss a learning method for reproducing the local reflectance distribution of real objects. The local reflectance distribution is composed of point reflectances and their local distribution. The point reflectance is learned from a set of images, and represented by a 2D function. The learning of the local distribution is based on Markov model. Experimental results show that the appropriate local reflectance distribution can be reproduced on the screen object.

# 1 はじめに

陰影情報やテクスチャ情報などの仮定の反射特性を、実世界に存在する物体へ付加することができれば、照明設計や仮想美術館などの幅広い応用が期待できる。

我々は、プロジェクタを用いることで、光源位置や反射特性を任意に変化させることができる仮想光学環境 [1] を提案し、試作システムを構築している。この環境は、実世界の幾何情報である白色スクリーン物体に対して、仮想世界の光学情報を表す光学パターンを、プロジェクタによって投影することで実現される。ユーザは、光学情報を付加された実世界を直接見ることができ、単なるCGでは得られない現実感を得ることができる。

しかし、従来の試作システムでは、スクリーン物体に与える仮定の反射特性を手入力で与えているため、光学パターンを生成する際に手間がかかり不自然なものとなる問題があった。ユーザが十分な現実感を得ることができる光学パターンを生成する技術は、重要な課題の一つである。

そこで、実物体の反射特性の学習により、実物体と同じ反射特性をスクリーン物体上で再現することを考える。実物体から反射特性を学習する手法として、光源方向やカメラ方向などの撮影条件が既知である複数枚の入力画像から、反射モデルのパラメータを求める手法が提案されている [2, 3]。これらの手法では、少数のパラメータで反射特性を記述できるが、複雑な反射モデルのパラメータを高精度に求めることは容易ではない。

一方、パラメータを求めることなく大量に撮影した画像を直接利用することで反射特性を学習する手法も提案されている [4, 5]。撮影された画像集合そのものが反射特性を表しているため、自然な画像を生成することができる。しかし、[4] は均一な反射特性で表される実物体のみ学習でき、[5] は実物体と同一形状であるスクリーン物体にしか適用できない。仮想光学環境では、均一でない反射特性を、形状の異なるスクリーン物体に適用する必要がある。よって、反射特性の学習のみならず、実物体表面の局所領域でどのように反射特性が分布しているかという局所分布の学習が重要である。

そこで、本研究では、実物体の点反射特性の学習と局所分布の学習を同時に行なう局所反射特性分布の学習法を提案する。これにより、様々な形状を

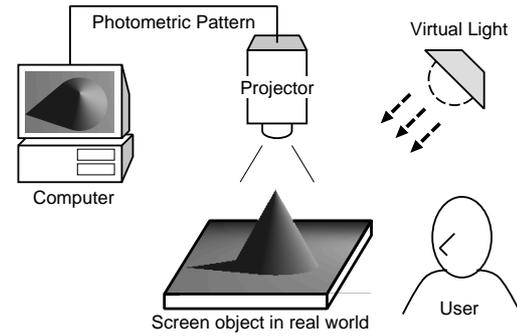


図 1: 仮想光学環境

もつスクリーン物体において実物体の反射特性が再現可能となる。スクリーン物体は実世界の3次元形状をもち、光学パターンの反射特性も実物体から学習した情報を利用するため、より高い現実感を得ることのできる仮想光学環境が実現できると考えられる。

## 2 仮想光学環境

### 2.1 仮想光学環境の原理

仮想光学環境とは、実世界の幾何情報と仮想世界の光学情報を実世界で融合し、光源位置や反射特性の違いによる見え方の変化を、ユーザに提示できる環境である。図1のように、仮想光源によって実世界中の3次元物体（以下スクリーン物体と呼ぶ）上に生じるべき光学現象を、仮想光源とは異なる位置にあるプロジェクタから光学パターンを投影することにより実現する。これにより、仮想光源の位置や特性だけではなく、スクリーン物体の反射特性を仮想的に変化させることもできる。なお、本研究で扱うスクリーン物体は、すべての面をプロジェクタから照らすことができる白色の完全拡散反射面とし、プロジェクタ以外に実光源はないものとする。

### 2.2 光学パターン生成

光学パターンには、仮想光源によってスクリーン物体上に生じる拡散反射、鏡面反射、attached shadow, cast shadowなどが含まれる。拡散反射・鏡面反射成分は、スクリーン物体の3次元形状、ユーザの視点位置、および、仮想光源位置から、以

下に述べる反射モデルのパラメータを人間が直接指定することで算出することができる。

反射モデルとして、Torrance-Sparrow モデル [7] や Phong モデル [8] が挙げられる。単純化した Torrance-Sparrow モデルにおいて、輝度  $i$  は次式で示される。

$$i = k_d I_p \cos \theta_d + k_s I_p \frac{1}{\cos \theta_{s_1}} e^{-\frac{\theta_{s_2}}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

ここで、 $k_d$  は拡散反射率、 $I_p$  は入射光の強度、 $\theta_d$  は法線方向と光源方向のなす角度、 $k_s$  は鏡面反射率、 $\theta_{s_1}$  は法線方向と視点方向のなす角度、 $\theta_{s_2}$  は光源方向と視点方向の 2 分方向と、法線方向とがなす角度、 $\sigma$  は微小面素の傾斜角度の標準偏差 (表面の粗さ) を表す。

一方、Phong モデルにおいて、輝度  $i$  は次式で示される。

$$i = k_d I_p \cos \theta_d + k_s I_p \cos^n \theta_s \quad (2)$$

ここで、 $k_d$  は拡散反射率、 $I_p$  は入射光の強度、 $\theta_d$  は法線方向と光源方向のなす角度、 $k_s$  は鏡面反射率、 $\theta_s$  は光源の正反射方向と視点方向のなす角度、 $n$  は表面の粗さを表す。

attached shadow は  $\cos \theta_d$  が負となるかを調べ、cast shadow は光源が他の物体に隠されているかを調べることにより決定される。attached shadow、および、cast shadow と判断された領域の輝度は 0 とする。

## 2.3 試作システム

仮想光学環境の原理を示すため、光学パターン投影用の液晶プロジェクタ 1 台、レンジファインダ用の 3CCD カメラ 1 台からなる試作システム [1] を構成した (図 2)。スクリーン物体の 3 次元形状は、カメラとプロジェクタを用いたレンジファインダ [6] により、あらかじめ獲得した。

図 3(a) の壺を含むスクリーン物体に対し光学パターンを投影することで、質感の違いを表現した結果を (b) と (c) に示す。仮想光源の位置は、それぞれ左方向、右方向に配置した。壺表面の反射特性を Phong モデルで表し、拡散反射率  $k_d$  と鏡面反射率  $k_s$  と表面の粗さ  $n$  を、手入力によって決定した。(c) では視点位置に合わせた鏡面反射が付加されており、(b) と比較してスクリーン物体の材質が仮想的に変化していることが分かる。

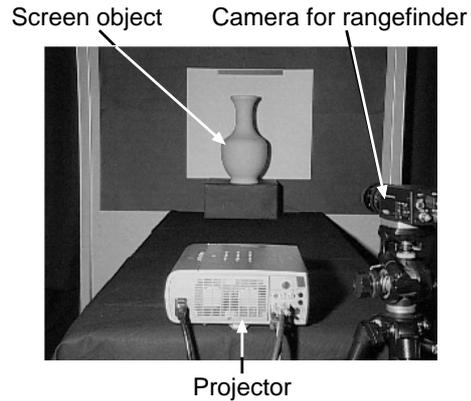


図 2: システム構成

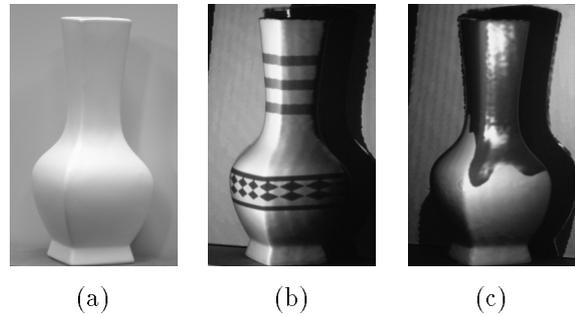


図 3: 壺への光学パターン投影結果

プロジェクタを用いてスクリーン物体に光学パターンを投影することで、仮想光源や物体の反射特性を任意に変えられることが確認できた。しかし、光学パターンに与えた反射特性は手入力によって与えたものであるため、試作システムでは現実感の乏しい見え方となった。写実的な光学パターンの生成は、現実感を向上させる上で重要な課題の一つである。

## 3 局所反射特性分布の学習による光学パターン生成

### 3.1 局所反射特性分布の学習

2 章で述べた試作システムでは、光学パターン生成に用いる反射特性のパラメータを人間が直接指定していた。そのため、反射モデルに与えるパラメータの調整が難しく光学パターンが不自然なものとなっていた。高い現実感が得られる仮想光学環境を実現するためには、自然界に存在する実物

体の反射特性をスクリーン物体上で再現することが考えられる。これを実現するために、カメラ撮影により得られた画像集合から、実物体の反射特性を学習する。これにより、スクリーン物体は実世界で3次元形状をもち、光学パターンに与える反射特性も実物体から学習した情報となるため、ユーザは高い現実感を得ることが可能となる。

実物体を撮影した画像集合はその物体固有の反射特性を含むが、このままでは形状の異なるスクリーン物体へ反射特性を適用することはできない。これは、実物体表面上の各点の輝度が法線方向に依存するためであり、法線方向毎に各点の反射特性を求める必要がある。以下、実物体表面の各点の反射特性を点反射特性と呼ぶ。

また、実物体の点反射特性を学習するだけでは、実物体の点反射特性の分布と全く同じものしか再現できない。種々の点反射特性で構成されるテクスチャの統計的性質をスクリーン物体上で表現するためには、点反射特性の学習だけでは不十分である。実物体表面の局所領域内で、点反射特性がどのように分布しているかについても学習が必要である。以下、これを局所分布の学習と呼ぶ。

人間が意図的に付加した焼物の絵柄や上薬のかけ具合などを再現するためには、局所分布の学習に加え、実物体全体をみる大域学習も必要である。しかし、人間の意図を読みとり再現することは容易ではないため、大域学習は本研究では取り扱わない。

以上より、仮想光学環境において実物体の反射特性を再現するためには、点反射特性とその局所分布からなる局所反射特性分布の学習が重要である。これにより、様々な形状をもつスクリーン物体に対して実物体の反射特性を適用できる。

## 3.2 点反射特性の学習

### 3.2.1 BRDF

物体表面の法線方向に関して正規化された点反射特性を表すモデルとして、双方向反射率分布関数 (bidirectional reflectance distribution function: BRDF) がある。BRDF は、光源方向  $(\theta_l, \phi_l)$  からの入射照度と、視点方向  $(\theta_v, \phi_v)$  への反射光輝度の比率を表す4次元の関数  $f(\theta_l, \phi_l, \theta_v, \phi_v)$  である。 $(\theta_l, \phi_l)$ 、および、 $(\theta_v, \phi_v)$  は法線方向に対し

て相対的な角度である。光源照度  $L$  が一定な白色点光源から照らされている場合、反射光輝度とカメラによって観測される輝度が等しいと仮定すれば、観測される輝度  $i$  は以下の式で表される。

$$i = f(\theta_l, \phi_l, \theta_v, \phi_v)L \quad (3)$$

実物体表面上の各点における BRDF を獲得し、点反射特性の学習を行なうことができれば、容易に光学パターンに与える輝度を決定できる。スクリーン物体の法線方向に対して相対的なユーザの視点方向、仮想光源方向、および、仮想光源照度を、式(3)に入力することで輝度は得られる。これにより、実物体とは形状の異なるスクリーン物体において点反射特性を再現することができる。

### 3.2.2 反射特性関数の次元数

実際に、点反射特性を表す4次元の BRDF を獲得する場合、視点方向と光源方向の両方を変化させて撮影する必要があるため装置が複雑となり、データ量が膨大となる。しかし、実在する多くの物体において、点反射特性を獲得する際に4次元の観測データは冗長であると考えられる。そこで、4次元から次元数を減らした場合の反射特性関数の表現能力について述べる。

実物体表面で観測される輝度は、拡散反射と鏡面反射の二つの成分の和で表される。これを表すモデルとして、2.2 節で述べた、Torrance-Sparrow モデル [7] や Phong モデル [8] が挙げられる。Torrance-Sparrow モデルでは、物体固有のパラメータ  $k_d, k_s, \sigma$  を一定とすると、拡散反射成分は  $\theta_d$  に、鏡面反射成分は  $(\theta_{s_1}, \theta_{s_2})$  にのみ依存する。従って、観測される輝度は合計3パラメータで記述でき、点反射特性は3次元反射特性関数  $f_t(\theta_d, \theta_{s_1}, \theta_{s_2})$  で表現することができる。即ち、観測される輝度  $i$  は以下のように表される。

$$i = f_t(\theta_d, \theta_{s_1}, \theta_{s_2})L \quad (4)$$

同様に、Phong モデルでは、物体固有のパラメータ  $k_d, k_s, n$  を一定とすると、拡散反射成分は  $\theta_d$  に、鏡面反射成分は  $\theta_s$  にのみ依存する。従って、観測される輝度は2パラメータで記述でき、点反射特性は2次元反射特性関数  $f_p(\theta_d, \theta_s)$  で表現することができる。即ち、観測される輝度  $i$  は以下のように

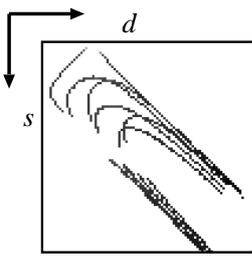


図 4: 2次元反射特性マップ

表される．

$$i = f_p(\theta_d, \theta_s)L \quad (5)$$

さらに，輝度の拡散反射成分は1パラメータ  $\theta_d$  で記述できるため，1次元反射特性関数  $f_l(\theta_d)$  で表現することができる．従って，拡散反射物体の場合，観測される輝度  $i$  は以下のように表される．

$$i = f_l(\theta_d)L \quad (6)$$

以上で述べた2次元，3次元反射特性関数は，拡散反射と鏡面反射を表現できるだけでなく，Phongモデルや Torrance-Sparrow モデルで表現することのできない複雑な点反射特性もある程度の精度で表すことができるため，表現能力が優れている．

### 3.2.3 2次元反射特性関数のサンプリング

点反射特性の学習を行なうには，データ量が少なく，かつ表現能力が優れている必要がある．よって，点反射特性を表す関数の表現能力とデータ量のトレードオフから，本研究では，2パラメータ  $(\theta_d, \theta_s)$  で決定される式(5)の2次元反射特性関数を獲得することで点反射特性を学習する．

2次元反射特性関数を獲得するためには，光源位置と視点位置を，観測点を中心とした円周上において回転させ撮影すればよい．しかし，視点位置を変化させて撮影する場合，画像間の対応づけが必要となるため安定に2次元反射特性関数を獲得することは難しい．そこで，本研究では，カメラと実物体を固定した状態で，観測点に対する光源方向のみを変化させ撮影することで2次元反射特性関数を獲得する．なお，光源方向，視点方向，法線方向は既知とする．

光源方向をあらゆる方向に密に変化させ撮影すると装置が複雑になるため，ここでは光源方向を

離散的とする．図4に，得られた輝度をプロットした2次元反射特性マップの例を示す．2次元反射特性マップとは，2次元反射特性関数を可視化したものであり， $\theta_d, \theta_s$  は2次元反射特性関数の各パラメータである．この例では，光源方向を高さ6段階，水平方向に  $1^\circ$  刻みで  $200^\circ$  変化させ撮影を行った．図4において，白色の領域は輝度が未観測の角度を表す． $\theta_d$  が  $90^\circ$  より大きい角度で観測される成分は影となり， $\theta_s$  が  $90^\circ$  より大きい角度で観測される成分は拡散反射のみとなる．以上より，式(5)における  $(\theta_d, \theta_s)$  の定義域はそれぞれ， $0^\circ \leq \theta_d \leq 90^\circ$ ， $0^\circ \leq \theta_s \leq 90^\circ$  となる．

### 3.2.4 クラスタ化による2次元反射特性関数の獲得

離散的に光源方向を変化させ撮影を行なう場合，実物体表面上の1点を観測するだけでは，2次元反射特性マップ上の大部分において輝度が未観測となる．この状態では光学パターンを生成することができないため，未観測の輝度を求める必要がある．実物体表面上に，点反射特性が同一である点が複数存在すると仮定すれば，同じ点反射特性をもつ点でクラスタ化できる．そこで，図5に示すように，同じクラスタに属する複数の2次元反射特性マップを統合することで未観測の輝度を求める．マップの各角度毎に，観測された輝度の平均を求めることで統合は実現される．

2次元反射特性マップを統合するために，実物体表面上の各点が属するクラスタを決定する必要がある．各点における2次元反射特性マップに注目すると，図4に示すように，大部分の  $(\theta_d, \theta_s)$  において輝度は未観測の状態である．しかし，図6に示すように，マップ間において，輝度の観測される角度が一致する部分が存在する．よって，一致する角度の輝度を比較することでクラスタ化を行なうことができる．以下に具体的な手法を述べる．

あらかじめクラスタ数を決定しておき，獲得した2次元反射特性マップの集合から代表を選択する．本研究では，これを各クラスタの代表2次元反射特性マップと呼び，目視により決定する．クラスタの決定を行なう点の2次元反射特性マップと，各クラスタの代表2次元反射特性マップとで，一致する角度における輝度の差を比較する．輝度差が最小となる代表2次元反射特性マップのクラス

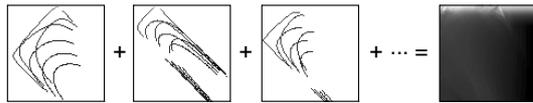


図 5: 2次元反射特性マップの統合

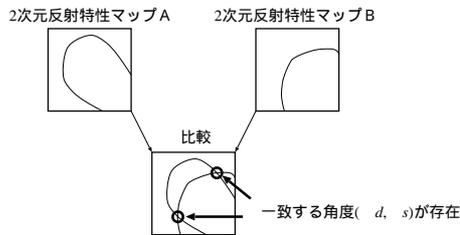


図 6: クラスタ化のための指標

タが、その点が属するクラスタとなる。

### 3.3 局所分布の学習

学習した点反射特性より、局所領域内での点反射特性の分布を表す局所分布の学習を行なう。実物体の点反射特性は、独立に出現するのではなく、周期性や指向性などが存在し、周辺の点反射特性と密接な関係をもつことが多い。周辺より点反射特性が決定される関係は、遷移確率で表現することができる。そこで、隣接する点の状態より注目する点の状態を決定するマルコフモデルに基づいて局所分布の学習を行なう。マルコフモデルを適用するためには、事前に状態の量子化が必要である。状態は3.2.4節で述べたクラスタであり、量子化はクラスタ化の結果を直接適用できる。

クラスタ数を  $c$  として、 $n$  重マルコフ情報源で学習する場合、実物体表面上を走査することで、クラスタの全組合せである  $c^{(n+1)}$  通りの遷移確率を求める。 $n$  重マルコフ情報源の配置を分布の特徴に合わせることで効率良く学習できる。

局所分布を学習する際のクラスタ数  $c$  は、クラスタ数が増加すると量子化誤差は減少するが、学習する領域が狭ければ十分に学習を行なえないという関係を考慮して決定する必要がある。また、 $n$  重マルコフ情報源は、 $n$  が増加するにつれ複雑な分布の学習を行なえるが、先ほどと同様に十分な学習を行なえないという関係を考慮して決定する必要がある。

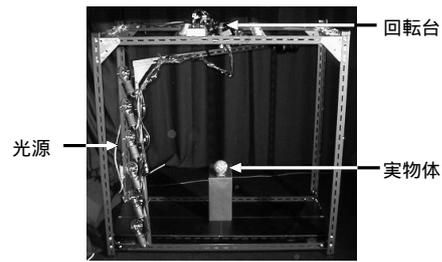


図 7: 全方向照明撮影システム

## 4 実験結果

### 4.1 実物体の撮影環境

光源方向を変化させ実物体を撮影するために、図7に示すような、全方向照明撮影システムを構成した。全方向照明撮影システムは、実物体の撮影用、および、レンジファインダ用にカメラ1台、レンジファインダ用のプロジェクタ1台、照明用の光源6個で構成される。実物体の3次元形状はレンジファインダを用いて獲得した。

全方向照明撮影システムでは、光源位置の高さは6段階、水平方向の角度は回転台により自由に制御できる。また、光源は実物体と十分に離れているため平行光源と仮定する。光源方向は、光源位置と実物体の重心位置を実測することで求めた。各光源の照度、距離などが一定でないために、法線方向が既知である白色の石膏を用いて光源のキャリブレーションを行なった。物体重心を中心点とした球面上に各光源が存在するように、各画像の画素値を相対的に変化させ正規化した。

カメラと実物体を固定した状態で、6(高さ) $\times$ 201(水平方向)=1206枚のカラー画像を、他の光源の影響を受けない暗室で撮影した。カメラの視点方向は実測により求めた。撮影する際に用いたカメラの焦点距離は十分に長いので正射影と仮定する。撮影された画像集合のうち、114枚は光源を取り付けたフレームによる隠れが発生したので除外した。

### 4.2 局所反射特性分布の学習

本研究で提案した局所反射特性分布の学習法の有効性を確認するために、反射特性が均一でない図8の大理石を用いて実験を行なった。この実物体では、大きく分けて4種類の点反射特性で構成されていると見なせるため、クラスタ数  $c$  を4と

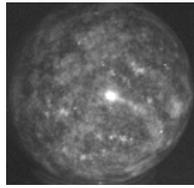
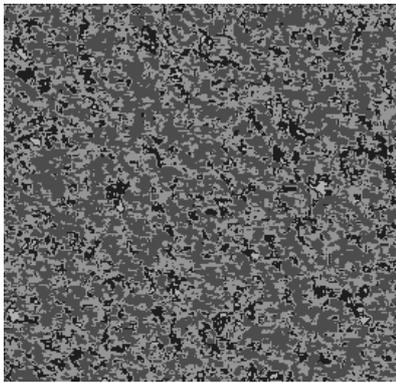
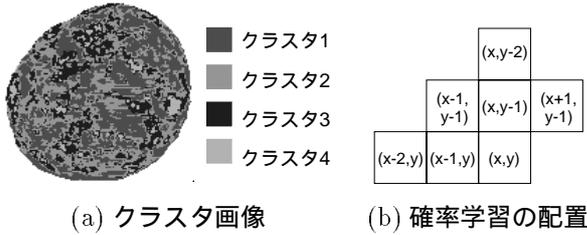


図 8: 実物体 (大理石)

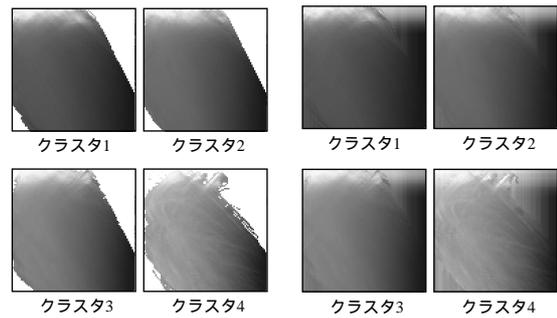


(c) 生成クラスタ画像

図 9: 局所分布の学習結果

した．撮影画像より獲得した各点の 2 次元反射特性マップを用いてクラスタ化を行なった．局所分布の学習結果を図 9 に示す．(a) は実物体の局所分布であり，各クラスタを濃淡値で表している．クラスタ 1 が大きく支配しており，クラスタ 1 の周辺にはクラスタ 2 が出現している．さらに，これらのクラスタの間にクラスタ 3 とクラスタ 4 が出現している．以上より，局所分布は等方向に周期的に分布していると判断できるため，(b) の 6 重マルコフ情報源により遷移確率の学習を行なった．得られた結果より生成したクラスタ画像が (c) である．生成したクラスタ画像は，先程述べた大理石の局所分布の特徴を十分に表しているといえる．

獲得した 2 次元反射特性関数を図 10 に示す．(a) は各クラスタの 2 次元反射特性マップを統合した



(a) 補完前 (b) 補完後

図 10: 獲得した 2 次元反射特性マップ

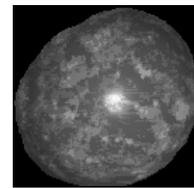


図 11: 反射特性の量子化

結果である．大部分の角度において拡散反射成分を獲得できているが，マップの上部に出現する鏡面反射成分が安定に求まっていない．これは視点方向の測定誤差の影響が大きなる理由であると考えられる．輝度が観測できなかった角度の輝度を補完した結果が (b) である．4 種類の 2 次元反射特性関数によって実物体を再現したものが図 11 に示す．黒色の部分は法線が正しく推定できなかった領域である．先程述べた理由により鏡面反射の形が異なることが分かる．また，量子化の影響により，全体的に微妙な点反射特性の変化がなくなっている．

### 4.3 局所反射特性分布の再現

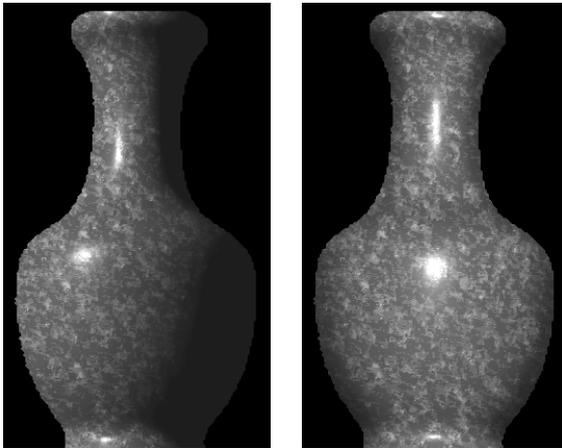
大理石の局所反射特性分布をスクリーン物体上で再現するために，光学パターンを生成する実験を行なった．光学パターンを投影する白色石膏のスクリーン物体は図 12(a) の壺と，(b) の弥勒菩薩を用いた．スクリーン物体の形状はレンジファインダを用いて獲得した．

壺と弥勒菩薩に対して光学パターンを生成した結果を，それぞれ図 13(a)，(b) に示す．ユーザの視点位置はプロジェクタ付近とし，仮想点光源の位置を変化させ生成した．生成した光学パターンにおいて，スクリーン物体の形状に合わせて鏡面

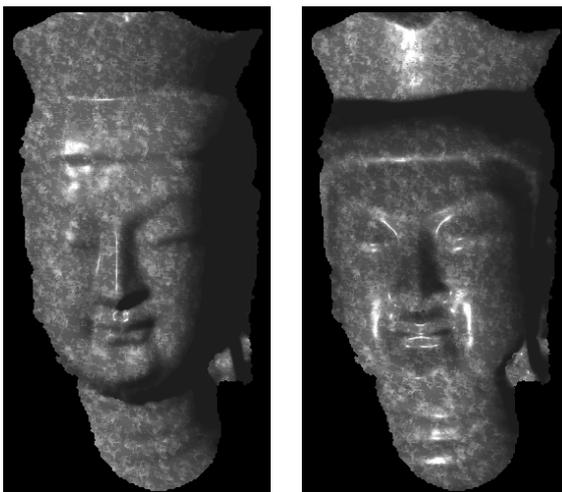


(a) 壺 (b) 弥勒菩薩

図 12: スクリーン物体 (白色石膏)



(a) 形状：壺 / 反射特性：大理石



(b) 形状：弥勒菩薩 / 反射特性：大理石

図 13: 光学パターン生成結果

反射が付加されており、大理石の局所分布の特徴をもったスクリーン物体としてみることができるといえる。以上の結果より、学習した実物体とは異なる形状であるスクリーン物体に対する光学パターンにおいて、大理石の局所反射特性分布がほぼ再現できたことから、提案手法の有効性を確認できた。

## 5 まとめ

本研究では、仮想光学環境において、自然界に存在する実物体の局所反射特性分布を再現するための学習法を提案した。実験により、様々な形状をもつスクリーン物体上で、実物体の局所反射特性分布が再現できることを確認した。

今後の課題として、人間が意図的に付加した絵柄などに対応するための実物体全体からの学習などが挙げられる。

本研究は、科学技術振興事業団 CREST 池内プロジェクトの援助を受けて行なった。

## 参考文献

- [1] 向川康博, 西山正志, 尺長健, “スクリーン物体への光学パターン投影による仮想光学環境の実現”, 信学論 D-II Vol. J84-D-II, No.7, pp.1448-1455, July 2001.
- [2] Y.Sato, M.D.Wheeler, and K.Ikeuchi, “Object Shape and Reflectance Modeling from Observation”, Proc. SIGGRAPH’97, pp.379-387, 1997.
- [3] 町田貴史, 竹村治雄, 横矢直和, “複数の照明条件の組合せによる物体の表面反射特性の密な推定”, 信学論 D-II Vol. J84-D-II, No.8, pp.1873-1881, August 2001.
- [4] S.R.Marschner, S.H.Westin, E.P.F.Lafortune, K.E.Torrance, and D.P.Greenberg, “Image-Based BRDF Measurement Including Human Skin”, Proc. 10th Eurographics Workshop on Rendering, pp.139-152, June 1999.
- [5] P.Debevec, T.Hawkins, C.Tchou, H.P.Duiker, W.Sarokin, and M.Sagar, “Acquiring the Reflectance Field of a Human Face”, Proc. SIGGRAPH2000, pp.145-156, 2000.
- [6] 井口征士, 佐藤宏介, 三次元画像計測, 昭晃堂, 1990.
- [7] K.E.Torrance, and E.M.Sparrow, “Theory for off-specular reflection from roughened surface”, J. Opt. Soc. Am, vol.57, pp.1105-1114,1967.
- [8] B.T.Phong, “Illumination for Computer Generated Pictures”, Commun. ACM, vol.18, pp.311-317, June 1975.