コンピュータービジョンと
イメージメディア 135－12
（２００２．１１．８）

観察によるひも結び動作の学習

森田 拓磨[†]，高松 淳[††]，小川原 光一[†††]，木村 浩[††††]，池内 克史[†††††]

[†] 東京大学大学院 情報理工学系研究科 電子情報学専攻
[††] 東京大学大学院 情報理工学系研究科 コンピュータ科学専攻
[†††] 科学技術振興事業団 [††††] 電気通信大学 情報システム学研究科 [†††††] 東京大学 情報学環

〒153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1 駒場 II キャンパス E 棟
東京大学生産技術研究所 第 3 部 池内研究室
03-5452-6242
moritaku@cvl.iis.u-tokyo.ac.jp

あらまし プログラマの労働を減らすことを目的として，Learning from Observation のパラダイムは数々のロボットシステムに適用されてきた．しかしこれらの対象は剛体であり，柔軟物に適用された例は見られなかった．状態表現の困難さ，操作の多様さがその理由である．我々は様々な柔軟物操作の中で"ひも結び"に着目した．その理由は数学の結び目理論が適用出来ること，ひもは可能な操作が比較的限定されていることである．本稿では KPO のパラダイム，理論，現在構築中の KPO システムについて述べる．

キーワード 見まね学習，柔軟物操作

Knot Planning from Observation

Takuma MORITA[†], Jun TAKAMATSU[††], Koichi OGAWARA[†††], Hiroshi KIMURA[††††] and Katsushi IKEUCHI[†††††]

[†] Department of Information and Communication Engeneerring, Graduate School of Information Science and Technology, The University of Tokyo
[††] Department of Computer Science, Graduate School of Information Science and Technology, The University of Tokyo
[††] Japan Science and Technology Corporation
[††] Graduate School of Information Systems, National University of Electro-Communications
[††] Graduate School of Interdisciplinary Information Studies, The University of Tokyo

Institute of Industrial Science, The University of Tokyo, 3rd Dept. Ikeuchi Laboratory
4-6-1 Komaba, Meguro-ku, Tokyo, 153-8505, JAPAN
+81-3-5452-6242
moritaku@cvl.iis.u-tokyo.ac.jp

Abstract Learning from Observation (LFO) has been widely applied in various types of robot system. It helps reduce the work of the programmer. But the available systems have application limited to rigid objects. Deformable objects are not considered because: 1) it is difficult to describe their state and 2) too many operations are possible on them. In this paper, we choose the knot tying as case study for operating on nonrigid bodies, because a "knot theory" is available and the type of operations is limited. We describe the Knot Planning from Observation (KPO) paradigm, a KPO theory and a KPO system.

Keywords Learning from Observation, Deformable Object Manipulation

1 はじめに

ロボットが人間の行動を観察，理解し，そしてそれを再現するようなプログラムを自動的に生成する．このようなパラダイムは1990年ごろに提案され，Learning from Observation として現在でも研究が進んでいる．これらはプログラマの負担を減らすことを目的として考案され，視覚から得た膨大な情報を抽象的な情報に置き換えることで動作の理解を行う．

Learning from Observation の従来研究としては多面体物体同士の組み立て作業を対象とした研究 [1, 2, 3]，非接触作業における手と操作物体のモデル化を扱った研究 [4] など多くの例がある．その中でも特に本研究と繋がりの深い APO[1, 2] について述べておく．

APO では凸物体同士の組み立て作業を対象としている．ここで，全く拘束のない状態から出発した操作物体は，被操作物体との接触状態を変化させ，移動，回転に関する拘束条件を増やしながら最終的に組み付けられた状態へと遷移していく．ここで物体同士の接触状態がどのように遷移していくのかを解析することで，ある組み立て作業をモデル化することができる．このとき，凸物体同士の接触状態は位相幾何学的に有限個の状態に分類することができる．従って状態間の可能な遷移の数も有限となる．この遷移は，対応するロボットの行動（突き当て・滑らし・回転滑らしなど）へマッピングすることが可能である．このロボットの行動を動作プリミティブと呼ぶ．動作プリミティブは組み立て作業を記述する上で基本となる動作群であり，ロボットが見た組み立て作業を動作プリミティブ列として表現し，対応するロボット動作を実行していくことで作業の実現が可能になる．

しかし APO をはじめとするこれらの研究は積木の組み立て作業など剛体を仮定したものであり，柔軟物を扱ったものはほとんど見られなかった．柔軟物は変形するため，剛体のように位置や姿勢を正確に記述することが出来ないことがその理由であると考えられる．

ロボットが多様な柔軟物を自在に操作できるようになれば，ロボットの適用範囲が広がるであろう．とくに多指ハンドを持つヒューマノイドロボットが柔軟物を操作できるようになれば，家庭用ロボット，介護用ロボット，レスキューロボットとあらゆる分野でのロボットの進出が見込まれるであろう．

我々は数多くある柔軟物操作の中でひもを結ぶという動作に注目した．ひもは柔軟物であるが，自分自身を横切るような変形を許さないという拘束条件を持っており，粘土のようないくらでも変形が出来るような物体よりは扱いやすいと考えたからである．また数学には結び目理論 [5, 6] という確立された分野があり，それを応用することが出来るのではないかと考えたのも，ひもを結ぶ動作に注目した理由である．

結び目を扱った研究としては，井上らのビジョンを使って紐を結ばせることに成功した研究 [7]，Wolter らのひもの変形過程を定性的に記述する手法を提案した研究 [8]，Hopcroft らの結び目を記述する言語を提案した研究 [9] などがある．また積極的に結び目理論を導入したものとしては，アヤトリの紐状態の特性量を抽出した研究 [10] や，ネクタイの結び方を数学的に解析した書籍 [11] などがある．

ロボットに人間の紐を結ぶ動作を観察，理解させそれを再現させることを目的として，我々の研究グループでは Knot Planning from Observation (KPO) というプロジェクトが進行中である．

本稿ではまず 2 章で KPO のパラダイムを説明する．3 章から 6 章までが KPO 理論の説明であり，3 章で KPO の土台となっている結び目理論の基礎，4 章では結び目の状態表現法，5 章では動作プリミティブの構築，6 章では状態遷移から動作プリミティブを抽出する方法について述べる．7 章では現在実装が進んでいる KPO システムについて説明し，最後に 8 章としてまとめと今後の課題について述べる．

2 KPO パラダイム

KPO システムでは人間のオペレータがロボットの眼 (ビデオカメラ) の前で紐を結ぶ動作をする．システムがビデオカメラから取得した連続画像から紐を結ぶ動作を理解するためにはシステムには次の 4 つの機能が要求される．

1. Configuration Recognition Module (CRM)
   一枚一枚の静止画像から紐領域を抽出，細線化などの処理を施して，ひと繋がりの紐として位置，姿勢を認識する．

2. State Recognition Module (SRM)
   紐の状態を認識する．

3. Task Recognition Module (TRM)
   SRM の結果に基づき，動作の認識を行う．

4. Task Execution Module (TEM)
   認識された動作に基づきロボットがオペレータの動作を再現する．

本研究の最も中心となる部分は，CRM, SRM 及び TRM である．これらの概要を以下に述べる．

CRM では画像処理を行い，紐の接続関係，交点の上下判定などの情報から紐がどのような位置・姿勢にあ

るかを認識する．CRM で得られた情報は K-data というデータ構造で表現される．

SRM では CRM で得られた K-data を P-data というデータ構造に変換する．P-data は結び目理論にヒントを得たデータ構造である．K-data が紐の位置や交点の座標などの値を含んでいるのに対して，P-data では交点の接続関係や上下関係など位相的な情報だけを持っている．

TRM では 2 つの状態つまり P-data を比較し，そこから状態遷移を検出する．システムは動作プリミティブの集合を持っており，検出した状態遷移がどの動作プリミティブに対応するかを特定する．

なお，動作プリミティブとは紐結び動作をする上で基本となるような運動のことであり，オペレータの動作は動作プリミティブ列として記述される．

このようにして作られた動作プリミティブ列を元にロボットは必要なパラメータを集めながらオペレータの動作を再現する．

3 結び目理論

KPO システムをつくる上で最も重要なことは

- 状態をどのように表現するか．
- 動作プリミティブとして何を選ぶか．

ということであるが，我々はこの両方に対するヒントを数学の結び目理論から得ている．本章では結び目理論の基本について述べる．

結び目理論の研究が活発になったのは 1880 年代からである．当時宇宙はエーテルと呼ばれる物質で満たされていると考えられていた．物質には色々な種類があることを説明するために，ケルヴィン卿 (Lord Kelvin=William Thomson, 1824-1907) は，原始は単にエーテルが結び目になったものであり，異なる結び目が異なる元素に対応するという仮説を立てたのである．もしこの仮説が正しいとしたら宇宙にどれだけ元素があるかということは，結び目の種類がどれだけあるかということと同じであり，結び目を分類する必要性が出て来たのである．またトポロジー，代数学，微分幾何学，代数的トポロジーなどあらゆる数学との関係があるだけでなく，グラフ理論，DNA，統計力学など一見想像も出来ないような分野と関わりを持つことも分かって来た．

図 1: 結び目

図 2: 8 の字結びの 3 通りの射影図

3.1 結び目と射影図

図 1 のように 1 本のひもを結び，ひもの先端をつなぐと結び目のついた輪が出来る．これには端がなく鋏を使わないとほどくことは出来ない．このような結び目のついた輪のことを結び目 (Knot) という．ただしひもには太さはないものとする．つまり結び目とは，空間内の自分自身とは決して交わらないような閉曲線のことである．

また，もとの結び目とそれを空間内で変形したものとは同じ結び目と見なす．ただし自分自身を横切るような変形は許さない．つまり結び目は簡単に変形できるようなゴムのようなもので出来ていると思えばよい．

同じ結び目でもいろいろな絵を描くことが可能である．図 2 には 8 の字結び目と呼ばれる結び目のいくつかの絵が描かれている．このような絵のことを結び目の射影図と呼ぶ．また，射影図において結び目が自分自身で交わる点を射影図の交点という．

3.2 ライデマイスター移動

ある結び目の 2 つの射影図が与えられたとする．そのうちの一方を変形していくともう一方になるわけだが，どういう変形をしていけばよいのだろうか．そこで登場するのがライデマイスター移動である．ライデマイスター移動には図 3 に示すように 3 つのパターンがある．1926 年ドイツの数学者ライデマイスター (Kurt Reidemeister, 1893–1971) は，同じ結び目の 2 つの射影図があったときに，何回かのライデマイスター移動と平面の同位変形で，一方の射影図からもう一方の射影図が得られることを証明した．同位変形というのは，紐をゴムのように伸ばしたり縮めたりする変形のことをさす．

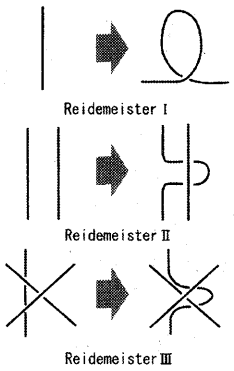


図 3: ライデマイスター移動

4 状態表現

SRM に使う状態表現は，位置や姿勢などのパラメータに非依存な抽象化されたデータでなければならない．例えば紐の射影図をそのまま画像として保存するようなやり方では，射影図 A と射影図 A を少し回転しただけの射影図 B が“違う”射影図と見なされてしまうのである．

また，状態表現からはいつでももとの射影図を復元できなければならない．点とその接続関係だけを元に接続行列などを構成するという方法だと，確かに位置や姿勢などのパラメータに非依存な表現になるが，その表現から射影図を復元するのは不可能である．

射影図においてある交点からある交点に向かって 2 つのパスがでることは良く起こり，それらを接続関係だけで示すと，どちらが外側か，という情報が欠落することになるからである．

これら 2 つの条件を満たすものとして P-data[12] というものがある．P-data は次のようにして生成される．

1. 結び目の中で交点以外の 1 点を選び，起点とする．
2. 起点から自分で決めた向きに沿って結び目を辿る．このとき，上方交点，下方交点に出会うごとに 1 から順に番号を振っていく．各交点には 2 つずつ番号が振られることになる．
3. もう一度 1 から順に結び目を辿りながら交点を通る度に対応する交点の番号を書き出していく．この時に番号と一緒に交点の符合及び，その交点が上交点なのか下交点なのかを決める．
4. 最後に符合および交点の上下から対応する数値を付ける．

ここで交点の符合の付け方は，上経路の方向ベクトルが下経路の方向ベクトルに対して時計周りに正の方向のときを +，負の方向のときを − とする．(図 4)

これを数式にすると

$$sign = \frac{\vec{l}_{over} \times \vec{l}_{under}}{|\vec{l}_{over} \times \vec{l}_{under}|} \cdot \vec{e_z}$$

となる．ただし $\vec{l}_{over}$ は上のパスの方向ベクトル，$\vec{l}_{under}$ は下のパスの方向ベクトルである．

図 4 に示した射影図の P-データは次の通り．

1	2	3	4	5	6
4	5	6	1	2	3
3	1	2	4	2	1

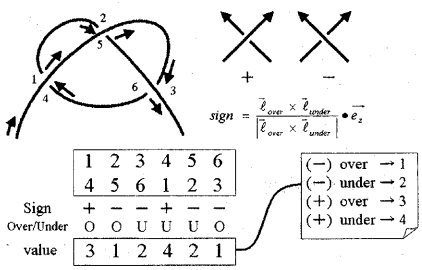


図 4: P-data

このようにして得られた P-data からもとの射影図を得ることは，グラフ理論における平面的グラフの埋め込みという問題に帰着する．[12] では，P-data から射影図を得る方法について，グラフ理論を使って説明しているが，詳細は省略する．

5 動作プリミティブの構築

結び目理論における結び目は閉曲線であった．ライデマイスター移動によって変化するのは射影図であり，結び目自体が変化するような状況はあり得ない．しかし本研究で扱うのは開曲線である．開曲線は数学的には結び目はなり得ないが，仮想的に端と端をつないで結び目として考える．すると射影図だけではなく結び目自体が変わるようなこともあり得る．

このように考えると紐に対する動作としては結び目を変える動作と結び目を変えない動作の 2 つに大きく分けることが出来る．そして結び目を変える動作というのは紐の端点どこかのセグメントに交差させる動作（クロス）及びその組合わせでしかあり得ず，結び目を

変えない動作はライデマイスター移動の組合わせで記述出来ることが分かる.

ここで出てきた動作プリミティブは, セグメントに対する動作—ライデマイスター移動—, 端点に対する動作—クロス—というように分類することも出来る.

実際にこれら4つの動作プリミティブ (クロス, ライデマイスター移動I, ライデマイスター移動II, ライデマイスター移動III) を用いてひと結び, 8の字結び, もやい結び, よろい結び, 花結び, 片花結び, ふた結び, 自在結び, の8つの結びについて解析を行なった. これらの全てが4つの動作プリミティブの組合わせとして表現することが出来た. もやい結びを解析した例を図5に示す. なおライデマイスター移動IIIについては一回も登場することはなかったが, もう少し複雑な結びでは登場する可能性がある.

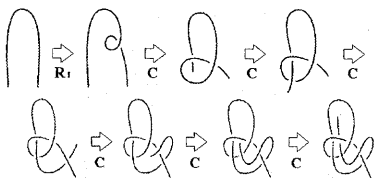


図 5: もやい結びの解析

6 動作の認識

本章ではP-dataにより表現された2つの状態の遷移がどの動作プリミティブに対応しているのかを特定する方法について述べる.

以下では時刻 t のときのP-dataを P_t とする. この時のP-dataの列数つまり射影図における交点数の2倍を $n(P_t)$ とする.

1. クロスの認識

クロスの例を図6に示す. P_t から枠で囲んだ部分つまり頂点3と頂点8の部分を除き (図6), さらに抜けた交点の番号を一つずつずらす操作 (4から7までの交点番号を一つずつ減らす) をすると P_{t-1} と完全に等しくなる. このような操作を $C(P_t, 8)$ と呼ぶことにする.

クロスは端点に対する操作なので一般には $C(P_t, 1)$ と $C(P_t, n(P_t))$ が考えられる. $C(P_t, 1) = P_{t-1}$ ならば端点1の方にクロスの動作が, $C(P_t, n(P_t)) =$

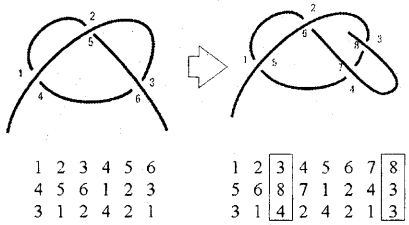


図 6: クロスによるP-dataの変化

P_{t-1} ならば端点 $n(P_t)$ の方にクロスの動作が行われたということが分かる.

2. ライデマイスター移動Iの認識

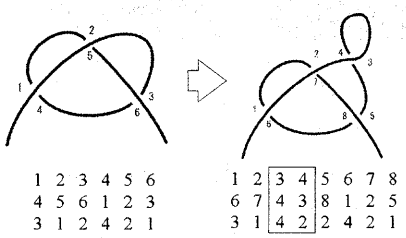


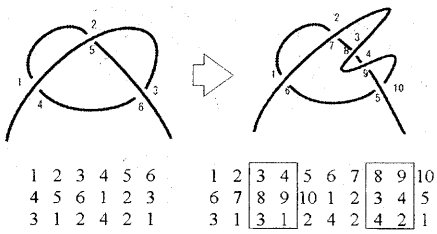
図 7: ライデマイスター移動Iによる P-data の変化

ライデマイスター移動Iの例を図7に示す. P_t から枠で囲んだ部分つまり頂点3と頂点4の部分を除き (図7), さらに抜けた交点の番号を一つずつずらす操作をする (5から8までの交点番号を2つずつ減らす) と P_{t-1} と完全に等しくなる. このような操作を $R_I(P_t, 3)$ と呼ぶことにする.

ここで $R_I(P_t, k) = P_{t-1}$ ならば交点 $k-1$ と交点 k の間のセグメントでライデマイスター移動Iが行われていたことが分かる. 図7の場合だと $R_I(P_t, 3) = P_{t-1}$ なので交点2と交点3の間のセグメントでライデマイスター移動Iが行われたことが分かる.

3. ライデマイスター移動IIの認識

ライデマイスター移動IIの例を図8に示す. P_t 枠で囲んだ部分つまり頂点3, 頂点4, 頂点8, 頂点9の部分を除き (図8) さらに抜けた交点の番号を一つずつずらす操作をする (5,6,7 を2つずつ減ら



1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	5	6	1	2	3	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5
3	1	2	4	2	1	3	1	3	1	2	4	2	4	2	1

図 8: ライデマイスター移動 II による P-data の変化

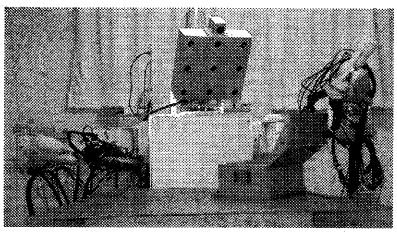


図 9: 我々のロボット

し，10 を 6 にする) と P_{t-1} と完全に一致する．このような操作を $R_{II}(P_t, 3)$ と呼ぶことにする．

ここで $k = 1, 2, \cdots, n(P_t)$ に対して順に $R_{II}(P_t, k)$ を計算していき，$R_{II}(P_t, k) = P_{t-1}$ となれば，交点 $k-1, k$ で挟まれるセグメント及び交点 b_{k-1}, b_k で挟まれるセグメントに対してライデマイスター移動 II が行われたことが分かる．なお，b_n は P-data の 2 行目の数列である．

7 実装

現在実装が進んでいるのは CRM および SRM, Task Recognition である．以下にこれらの結果を示す．

実装に当たっては、我々の研究室のヒューマノイドロボット (図 9) をプラットフォームとした．ロボットは 9 眼のステレオカメラおよび 2 本の手及び各 4 本の指がついており，卓上の物体操作が出来る．

7.1 CRM の実装

カメラから取得した画像から，K-data を得ることが画像処理部の目的である．K-data は射影図に位置，姿勢などの情報を負荷したようなデータ構造であり，交点の座標，上下関係，セグメントの座標，セグメントの接続関係などの情報を持つ．K-data の例を図 10 に示す．

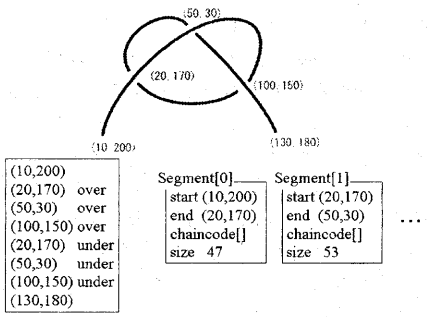


図 10: K-data

画像から K-data を作る具体的な手順は以下の通りである．

(a) 背景差分をとることにより画像中の紐の部分を抽出する．(図 12(a))

(b) Hilditch フィルタを用いて細線化を行う．(図 12(b))

(c) 細線化された画像から特徴点を見つける．特徴点というのは交差点または紐の先端のことである．(図 12(c))

(d) 特徴点から別の特徴点にぶつかるまで紐を辿ってチェーン符号化する．これをセグメントと呼ぶ．これをすべての特徴点ですべての接続方向に対して行う．このようにするとすべてのセグメントが 2 重にカウントされる．(図 12(d))

(e) 長さの短いセグメントはカット．2 重にカウントされたものも片方だけを残す．(図 12(e))

(f) 特徴点の中で一定半径内にあるものは同じ点とみなし，これらの重心に修正する．このとき元の点と修正すべき点の対応をハッシュテーブルに入れる．(図 12(e) 円内)

(g) ハッシュテーブルを参考にしてセグメントの端を修正する．(図 12(f))

(h) 紐の一方の先端からもう一方の先端までセグメントを順番通りに並べる．

(i) 9 眼ステレオから得られた距離画像から交点の上下判定をする．

以上のアルゴリズムで実装を行なった結果が図 12 のような結果を得た．上下判定が完成すればCRM は完成するという段階である．

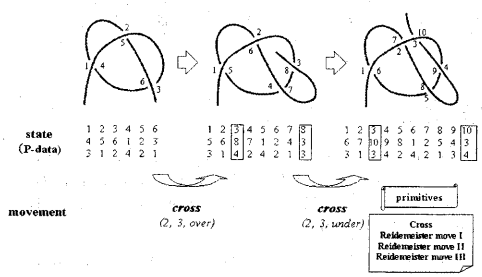


図 11: SRM & TRM の結果

7.2 SRM と TRM の実装

SRM の目的は P-data を得ることである．これは CRM で得られた K-data を P-data に変換すればよい．K-data から P-data に変換することは比較的簡単に行える．

Task Recognition では 4 つの動作プリミティブ（ライデマイスター移動 I, ライデマイスター移動 II, ライデマイスター移動 III, およびクロス）を認識出来ることが目標である．

6 章で定義した関数を使うとアルゴリズムは次のようになる．

(a) $n(P_t) - n(P_{t-1}) = 2$ のとき

i. $C(P_t, 1) = P_{t-1}$ ならば
1 の方の端点をクロス

ii. $C(P_t, n(P_t)) = P_{t-1}$ ならば
逆の方の端点をクロス

iii. どちらでもないならば
$k = 1, 2, \cdots, n(P_t) - 1$ に対して $R_I(P_t, k)$ を計算．$R_I(P_t, k) = P_{t-1}$ となったとき，$k-1$ と k の間でライデマイスター移動 I が行われていたことが分かる．

(b) $n(P_t) - n(P_{t-1}) = 4$ のとき
$k = 1, 2, \cdots, n(P_t) - 1$ に対して $R_{II}(P_t, k)$ を計算．

(c) $n(P_t) - n(P_{t-1}) = 0 \wedge P_{t-1} = P_t$ のとき
$k = 1, 2, \cdots, n(P_t) - 1$ に対して $R_{III}(P_t, k)$ を計算．

State & Task Recognition の結果例を図 11 に示す．

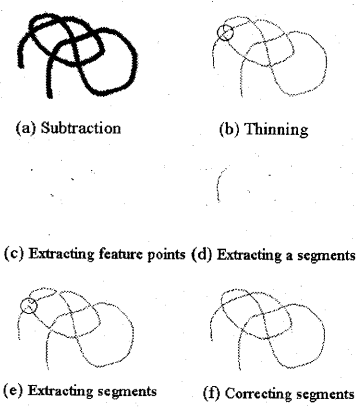


図 12: CRM の結果

7.3 評価

図 12 では上手く行った場合の結果を示している．現段階では CRM の実際の成功率は 50 主な原因はステレオによる交点の上下判定の部分が上手く行かないことが多いことである．一方，SRM と TRM は問題なく動いている．

8 まとめと今後の課題

本稿では KPO のパラダイム，KPO の理論，および KPO システムの概要について述べた．理論の部分では KPO の理論構築に重要な役割を持つ結び目理論について触れ，状態表現及び動作プリミティブの構築を行った．システムの部分では現在実装が進んでいる Configuration Recognition Module と State Recogtion Module，Task Recognition Module について実験結果を示した．

今後の課題としては大きく 3 つに分けることが出来る．これからは特に最後の Task Execution Module の実装を中心に研究を行っていくつもりである．

- Configuration Recognition Module
前述のプログラムはうまく動いているが問題点もある．まずは Occulusion が発生した場合にはうま

く行かないということと，紐の状態が特異的なとき (例えば紐の先端をセグメントにクロスさせるような動作において，クロスさせる瞬間など) の挙動が不安定になることである．

そこで我々はSnakes[13] に手を加え，紐の特徴を生かすような方法を検討している．Snakes のエネルギーは外部からの強制力がないときは，

$$E_{snakes}(v) = \int \{E_{int}(v(s)) + E_{image}(v(s))\}ds$$

と書ける．ここで E_{int} はSnakes 自信の内部スプラインエネルギーであり，E_{image} は線やエッジから得られる画像のエネルギーである．また

$$E_{int}(v(s)) = \frac{1}{2}(\alpha(s)|v_s(s)|^2 + \beta(s)|v_{ss}(s)|^2)$$

であり，第1項が曲線が膜のように伸び縮みする性質を，第2項が曲線の滑らかな性質を示すパラメータである．

輪郭抽出と紐の抽出において最も違う点は，輪郭の長さは時間と共に変化していくが，紐の長さは一定であるということである．

この点を踏まえて，我々はSnakes を改良した新たな手法を検討する．

- Snakes では通常閉曲線が用いられるが，これを開曲線にする．
- 開曲線の長さは一定とする．長さは予め求めておく．
- 内部スプラインエネルギーのうち，伸縮を表す第1項を無視する．
- 紐画像の両端のうち一方とSnakes の両端のうち一方は必ず一致するようにする．このようにすると，仮りに紐の片方の先端が特異な状態になっていても，その先端を検出できる．
- 閉曲線の長さを求めるとき，紐の先端を求めるとき，Snakes の初期解を与え直すときなどに前述のプログラムを使う．

今後はこの手法を実装して実験を行なっていく予定である．

- Task Recognition Module
現在動作プリミティブとしてクロスとライデマイスター移動の4つを定義しているが，これは将来変更していく可能性もある．それは同じ動作をライデマイスター移動と見てもクロスと見ても良い，というような曖昧性の問題を含んでいるからである．これらは今後実験を重ねながら検討していきたいと考えている．

- Task Execution Module
実際に指で紐を掴むということになると，マニピュレーションの問題，どこを掴むかという戦略の問題など多数の問題があると考えられるが，今後はロボット上に実装していきたいと考えている．

参考文献

[1] K. Ikeuchi and T. Suehiro: "Toward an assembly plan from observation, Part I: Task recognition with polyhedral objects," IEEE Trans. Robot. Automat., **10**, 3, pp. 368–385 (1994).

[2] J. Takamatsu, H. Tominaga, K. Ogawara, H. Kimura and K. Ikeuchi: "Symbolic representation of trajectories for skill generation," International Conference on Robotics and Automation, **4**, pp. 4077–4082 (2000).

[3] Y. Kuniyoshi, M. Inaba and H. Inoue: "Learning by watching: extracting reusable task knowledge from visual observation of human performance," IEEE Trans. Robot. Automat., **10**, 6, pp. 799–822 (1994).

[4] K.Ogawara, S. Iba, T. Tanuki, H. Kimura and K. Ikeuchi: "Acquiring hand-action models by attention point analysis," International Conference Robotics and Automations, **4**, pp. 465–470 (2001).

[5] C.C. アダムス著, 金信泰造訳 : "結び目の数学," 培風館 (1998).

[6] K. Reidemeister: "KNOT THEORY," BCS Associates (1983).

[7] H. Inoue and M. Inaba: "Hand-eye coordination in rope handling," Proc. of ISRR; Published as Robotics Research, M. Brady and R. Paul, pp. 163–174, MIT PRESS (1984).

[8] J. Wolter and E. Kroll: "Toward assembly sequence planning with flexible parts," International Conference ons Robotics and Automation, pp. 1517–1524 (1996).

[9] J. E. Hopcroft, J. K. Kearney and D. B. Krafft: "A case study of flexible object manipulation," The International Journal of Robotics Research, pp. 41–50 (1991).

[10] 山田, R. Budiarto, 世木, 伊藤 : "アヤトリ図形のトポロジカルな性質と結び目多項式による特性化," 情報処理学会論文誌, **38**, pp. 1573–1582 (1997).

[11] トマス, ヨン : "ネクタイの数学," 新潮社 (2001).

[12] 落合, 山田, 豊田 : "コンピュータによる結び目理論入門," 牧野書店 (1996).

[13] M. Kass, A. Witkin and D. Terzopoulos: "Snakes: Active contour models," International Journal of Computer Vision, **1**, pp. 321–331 (1988).