

道路交通のダイナミクス(V):

-疎な交通流下における単一交差点の信号の最適制御へのアプローチ-

高木 相 谷口 正成 藤木 澄義
神村伸一 鈴木伸夫
東北文化学園大学

一つの交差点において赤信号で出来た車両列が、上下流、左右流とともに次の青信号時間内で解決する条件下(疎な交通流下)では、この交差点が他の交差点の影響を受けないことから、独立した交差点として取り扱うことが出来る。この条件下でもっとも効率のよい交通流を得る信号制御のあり方(最適制御)を考察する。

Road Traffic Dynamics(V):

-An Approach to the Optimal Signal Control for a Single Intersection in Case of a Sparse Traffic Flow-

TASUKU TAKAGI, MASANARI TANIGUCHI, SUMIYOSHI FUJIKI,
SHINICHI KAMIMURA, NOBUO SUZUKI
TOHOKU BUNKA GAKUEN UNIV.

In the case of a vehicle queue at an intersection, which was raised during red signal period, vanishes during subsequent green signal period, for both up-down and right-left car flows, the intersection can be independent of the other neighbouring intersections. Under such a condition of sparse traffic situation, we discuss the optimal signal control method for the most effective traffic flow condition.

1. はじめに

筆者らはこれまで単一交差点における一方向の車両の流れの挙動について次のことを明らかにしてきた。

- (1) 赤信号によって出来た十分長い車両列があるとき、次の青信号時間内に何台交差点を通過することができるかという青信号通過容量(青信号スループットという)を、実際の平均的車両の発進特性の測定値を用いて算出し、これを交差点の一つの測定データと比較してほぼ妥当であるとの結果を得た。¹⁾
- (2) 一般的に車両速度が変化するとき、後続車への影響をショックウェーブとして把握し、その性質を明らかにした。²⁾
- (3) 交差点における車両列の形成と消滅について、これをショックウェーブ論的に解析し、渋滞に向かう場合と渋滞が解消に向かう場合の両者について車両列形成・消滅の時間経過を理論的に考察し、およその挙動を明らかにした。^{3), 4)}

今般、上記の成果をふまえて、交通量が少なく、各交差点で赤信号で出来る車列が次の青信号時間内で完全に解消する場合を考える。この場合を疎な交通流の場合(条件)という。この条件では隣接する交差点同士が独立と考えられることから、ひとつの交差点を取り上げて赤信号と青信号(黄信号は当面無視する)のそれぞれの時間と交差点の交通流との関係を明らかにし、信号の最適制御法のあり方を考察した。

本文では交差点における交通流に赤信号による車両待ち時間、交差点の交通流効率、および交通流損失なる量を導入して、信号制御の評価パラメータとするとした。

2. 疎な交通流の条件

本文では取り扱う疎な交通流の条件とは $q - k$ 相関図 (q : 流量, k : 密度)⁵⁾ で k が比較的小さく q が飽和点に達するまでの交通流の範囲である。 $q - k$ 相関については以前は航空写真などに頼っていたが、⁶⁾ 電子的手法が使用できるようになって比較的容易に測定でき

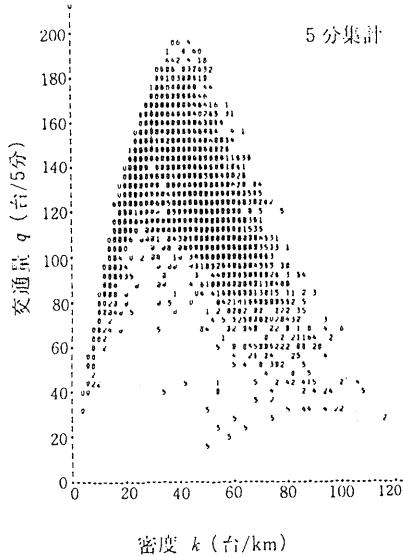


図 1 $q - k$ 相関の測定例.⁷⁾

るようになった。⁷⁾ 図 1 は首都高速道路で測定された例であるが、この図のように密度 k が小さい範囲は流量 q はほぼ k に比例して上昇する。そして、 q_c 、 k_c でピークに達する。 $q - k$ 相関の形については多くの議論があるが、⁸⁾ 筆者らは第一義的には 2 つの直線で記述できることを理論的に示している。⁹⁾ いずれにしても $k < k_c$ の範囲は走行車両が前車両に拘束されず、自由に走行している範囲（自由走行範囲）である。

本文での疎な交通流の条件下では k が k_c より相当小さいところ、つまり自由走行可能な範囲であり、加えて実用的な信号の 1 周期内で交差点に進入する車両が取り残されることなく通過できる。図 2 にこの条件下における $t-s$ ダイヤグラム^{2)~4)} を示す。

本研究では便宜上黄信号は無視している。図 2 の $t-s$ ダイヤグラムで $d = 0$ は交差点の位置（停止線の位置）を示す。交差点に進入する車両（入力車両）は平均して車頭時間 T'_0 秒に 1 台であるとする。したがって毎秒あたりの流量は $1/T'_0$ (台) である（1 分当たりすれば $60/T'_0$ 台）。赤信号で停止した車両群は図のようになに $W_A(t)$ と $W'_A(t-T_R)$ で囲まれた領域を作る。これをショックウェーブと云う。²⁾ ショックウェーブは青信号が点灯して停止車両が発進することによって消滅する。 $W_A(t)$ はショックウェーブの波頭で $W'_A(t-T_R)$ は波尾である。 $W_A(t)$ と $W'_A(t-T_R)$ が交差する点がショックウェーブの消滅点である。 t_G はショックウェーブの継続時間である。青信号で交差点を出る車両（出

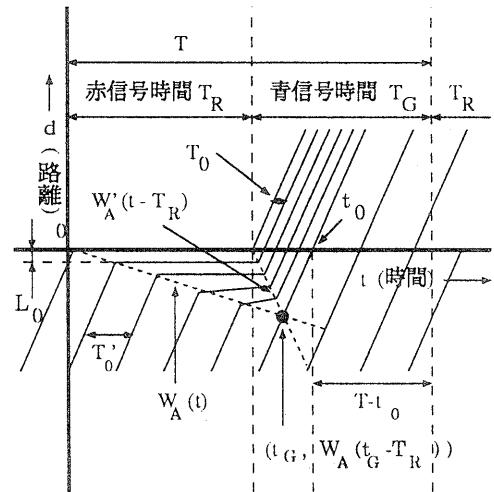


図 2 疎な交通流における $q - s$ ダイヤグラム

力車両）は最短車頭時間 T_0 で出て行く。 T_0 は平均的に 2-3 秒である。¹⁾ ショックウェーブが消滅した点 ($W_A(t_G), t_G$) を通る車両が $d = 0$ を通過する時刻を $t = t_0$ としている。

本論文ではこのように交差点での入力車両がすべて 1 信号同期内 ($T = T_R + T_G$) で出力され、ここでの取り残しが無い場合（疎な交通流の条件下）を考察の対象とする。

3. 交差点交通流の評価法

3.1 基本的考え方

交通流と交差点信号の赤、青信号時間との関係は、互いに密接な関係が存在することは容易に推察できることであるが、この関係は複雑で理論的には必ずしも十分解明されていないようである。本研究の目的は、この関係を明らかにして、交通流に見合った信号の制御のあり方を探ろうというものであるから、交差点を含む道路の交通流をどう評価するかを考えなければならない。そこで、以下の 3 点を評価量とすることを考えた。すなわち、

(1) 交差点における平均待ち時間

(2) 交差点交通流効率

(3) 交差点交通流損失

である。以下これらについて述べることとする。

3.2 交差点における平均待ち時間 (T_{WM})

図 2 の $t-s$ ダイヤグラムで車両の待ち時間を考える。これは交差点が旅行時間にどのように影響するかの指標となる。図 2 ではショックウェーブ中の車両群とショックウェーブ後の車両群の 2 つの車両群に分れる。

ショックウェーブ中の車両群の平均待ち時間 T_{WM} は
ショックウェーブが三角形であることから

$$T_{WM} = \frac{1}{2} T_R \quad (1)$$

である。ショックウェーブ中の車両数はショックウェーブの消滅する時点までの数である。これを n_{t_G} とすると、

$$n_{t_G} = \frac{|W_A(t_G)|}{L_0} \quad (2)$$

である。ここに L_0 は停車中の車両が占有する平均道路長で、当面筆者らの測定値¹⁾として $L_0 = 7m$ を採用する。図 2 で $(W_A(T_G), t_G)$ 点に最も近い点を通る車両は (2) 式によって求まる第 n_{t_G} 番目の車両である。

第 n_{t_G} 番目の車両は $t = t_0$ に最も近い時点を通過する。そして t_0 より T までの時間 $(T - t_0)$ を通過する車両群の待ち時間は 0 である。 $T - t_0$ の間に通過する車両群 n_{T-t_0} は

$$n_{T-t_0} = \frac{T - t_0}{T'_0} \quad (3)$$

である。よって、図 2 の場合の 1 台あたりの平均待ち時間 T_{WM} は

$$T_{WM} = \frac{T_R \cdot n_{t_G}}{2(n_{t_G} + n_{T-t_0})} \quad (4)$$

である。ここに $W_A(t_G)$, t_G , t_0 はそれぞれ

$$W_A(t_G) = -\frac{L_0}{T'_0 - \frac{L_0}{V_L}} t_G \quad (5)$$

$$t_G = T_R \frac{T'_0 - \frac{L_0}{V_L}}{T'_0 - T_0} \quad (6)$$

$$t_0 = \frac{L_0}{V_L(T'_0 - T_0)} \quad (7)$$

と求まっている((文献 4)では t_0 の計算を間違えている)。ここに V_L は車両の定常速度である。 $t_0 = T = (T_R + T_G)$ となると $n_{t_G} = n$ (n :青信号スループット (8) 式) となり、このとき T_{WM} は $T_R/2$ となる。

3.3 交差点交通流効率 (η)

図 2 の条件で T_G 間に通過する全車両数は n_{t_G} ((2) 式) と n_{T-t_0} ((3) 式) の和 $(n_{t_G} + n_{T-t_0})$ である。一方すでに我々は青信号スループットを計算し、実測との対応を確認している。青信号スループット n は

$$n = \frac{V_L(T_G - t_B) + d_b}{V_L T_0 + L_0} + 1 \quad (8)$$

と求まっている。¹⁾ ここで t_B は車両発進時の加速時間、 d_b は t_B 間の走行距離である。これは図 2 で $t_0 = T_G$ となったときの n_{t_G} の値で、このときは $n_{t_G} = n$ となり、 $n_{T-t_0} = 0$ となる。そこで η を次のように定義する。

$$\eta = \frac{n_{t_G} + t_T - t_0}{n} \quad (9)$$

$n_{t_G} = n$ となる条件は $(W_A(t_G), t_G)$ 点を通過する車両がちょうど交差点を通過した時点で青信号が消灯して赤信号になる(実際は黄信号であるが、黄信号は赤信号に含める)ことを意味する。このときは $\eta = 1$ となって交差点交通流効率は最大となる。 n_{t_G} は入力車両密度が大きくなると n を越え $n_{t_G} > n$ となる。よって η は

$$\left. \begin{array}{ll} \eta < 1 & (n_{t_G} < n) \\ \eta \geq 1 & (n_{t_G} \geq n) \end{array} \right\} \quad (10)$$

となる。 $n_{t_G} \geq n$ では常に効率は最大($\eta \geq 1$)であるが、 $\eta > 1$ は取り残される車両が存在することを意味する。よって交差点としては $\eta = 1$ を保つこととなる。 $\eta > 1$ では取り残される車両が出て来るので交通流損失が生じることになる。

3.4 交差点交通流損失 (ξ)

交差点の赤信号で出来た車両列が次の青信号時間内で解消しないとき、すなわち $n_{t_G} > n$ となるときは、交差点で取り残される車両が出て来る。これをここで交差点交通流損失と云う。入力車両数は信号周期 $T (= T_R + T_G)$ 間で平均 T/T'_0 台である。よって交差点交通流損失 ξ を

$$\xi = \frac{n_{t_G} - n}{T/T'_0} \quad (11)$$

と定義する。疎な交通流では、 $n_{t_G} < n$ であるから $\xi < 0$ となるが、この場合は損失はないものと解釈するものとする。よって

$$\left. \begin{array}{ll} \xi \leq 0 & (n_{t_G} \leq n) \\ \xi > 0 & (n_{t_G} > n) \end{array} \right\} \quad (12)$$

となる。疎な交通流では常に $\xi = 0$ である。

以上を簡単に取りまとめて表 1 のようになる。

	疎な交通流	疎でない交通流
損失 (ξ)	$\xi = 0$ ($\xi < 0$ は $\xi = 0$ とする)	$\xi > 0$
効率 (η)	$\eta \leq 1$ ($\eta = 1$:最大)	$\eta = 1$
待ち時間 (T_{WM})	$T_{WM} \geq \frac{T_R}{2n}$ ($t_0 = T$ で最小)	$T_{WM} = \frac{T_R}{2n} + \alpha$ (α :信号待ち回数による)

表 1 交差点信号制御評価指標パラメータ。 T_R :赤信号時間、 t_0 :図 2(7) 式、 n :青信号スループット (8) 式。

4. 交差点信号制御と交通流

4.1 信号制御効果の指標パラメータ

道路交通問題として最も重要なものは渋滞問題であ

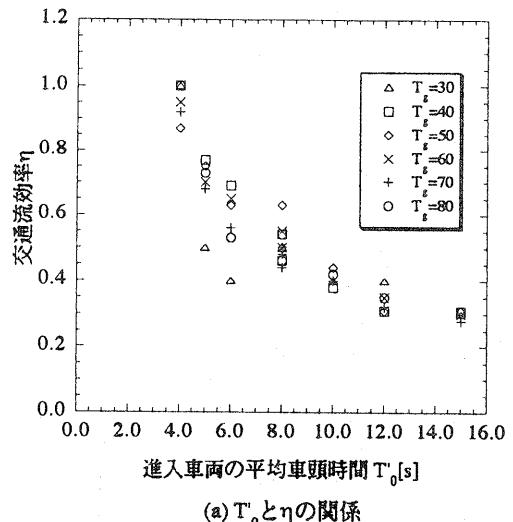
る。渋滞がもたらす負の効果は交通流の低下である。交通流の低下はすなわち旅行時間の延びにつながる。交通信号は交通流を制御することによって上下方向と左右方向の流れを総合的に円滑にすることを目的としたものである。そこで信号制御効果の指標パラメータとして前章で取り上げた交通流効率 η を取り上げるのが適当と考えられる。もう一つの指標である交差点の遅延 (待ち時間 T_{WM}) を導入して、これを最小値に接近するように制御するという考え方もあるが、すぐ分るようにこの考えは適当ではない。交通流損失 ξ は渋滞に向うときの判断指標として使用できるパラメータである。以上、上記をとりまとめると

- (1) 信号制御効果の指標パラメータは交通流効率 η を上下・左右方向の交通流に対して適用し、交差点を通る上下・左右方向すべての交通流の効率 η の平均値を最大値 (=1) に接近させるような信号の制御法を探る。
- (2) (1) の条件で交差点を通るすべての方向の車両について待ち時間 T_{WM} を求めるとこの交差点における全車両の平均的待ち時間を知ることができる。
- (3) 疎な交通流の条件の成立する範囲では交通流損失 ξ は常に 0 ($\xi = 0$) であるから、本文の疎な交通流下では ξ に関する議論は省略する。
ということにして考察を進めることとする。

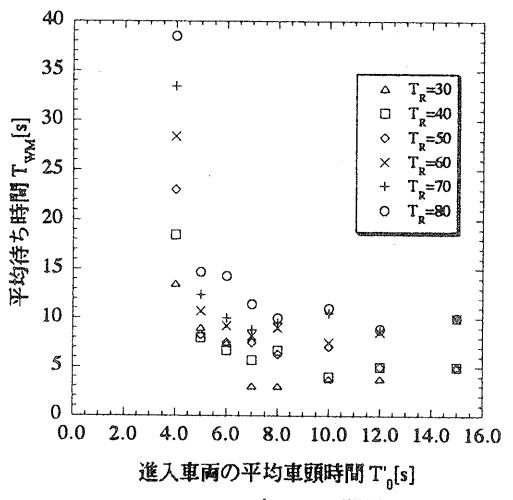
4.2 交差点交通流効率 η と平均待ち時間 T_{WM} の関係

疎な交通流の条件 ($\xi \leq 0$) では、表 1 に示したように、交差点交通流効率 η は $\eta \leq 1$ で $\eta = 1$ が最大効率 (100%) である。1 台当りの平均待ち時間 T_{WM} は赤信号時間 T_R と交差点通過車両数で定まり、 $t_0 = T$ (信号周期) で通過車両数は最大値 η (青信号スループット) となってこのとき T_{WM} は $T_R/2$ となる。要約すれば最大効率 ($\eta = 1$) で 1 台当りの平均待ち時間が $T_R/2$ ということである。交差点の一方向のみに着目すれば $t_0 = T$ の条件で $\eta = 1$ 、 $T_{WM} = T_R/2$ を制御の目標とすれば信号制御は簡単であるが、交差点の交通流は上下・左右と 4 つの独立な流れがあるので単純ではなくなる。しかし、ここでは η と T_{WM} の関係を定量的に知るために、上流方向 (進行方向) のみに着目して、これらの関係を、交通流 (入力車両の平均車頭時間 T'_0) と信号時間 (赤信号時間 T_R 、青信号時間 T_G) との関係で数値計算をして大要を把握することとする。なお、ここで $T_R = T_G$ とする ($T = T_R + T_G$)。

図 3 は上流方向のみを考えたときの η と T_{WM} の計算結果である。この計算では通常走行は車両速度を



(a) T'_0 と η の関係



(b) T'_0 と T_{WM} の関係

図 3 (a) 交差点交通流効率 η と (b) 平均待ち時間 T_{WM} 。

40[km/h](11.1[m/s])、最短車頭時間 $T_0 = 2.5[s]$ 、車両停止時の道路占有距離 $L_0 = 7[m]$ としたときである。図 3 から、交差点に進入する車両の平均車頭時間が短くなるにつれて交差点の交通流効率 η が 1 に近づき、平均待ち時間 T_{WM} が赤信号時間 T_R の半分に近づくことがわかる。平均待ち時間 T_{WM} は交通流効率が上がるにつれて $T_R/2$ に近づく。つまり、最もスムーズに流れる条件下 ($\eta = 1$) では T_{WM} は最大値をとることになる。したがって T_{WM} は信号制御の指標として使用するのは適当ではないと判断される。

$\eta = 1$ は交差点で取り残される車両がないぎりぎりのところで、ここまででは損失 $\xi \leq 0$ である。図 3(a) では $T_0 = 2.5[\text{s}]$ として計算しているが、この場合、 $T'_0 \simeq 4$ 秒で $\eta \simeq 1$ となる。なお図 3 の数値計算にはばらつきが多い。これは車両数の計算値を整数に丸めているためである。しかしこの図からおよその傾向と範囲を知ることができる。

5. 交差点における効率的交通流制御法

5.1 交差点における交通流とパラメータ

図 4 に一つの交差点における上-下、左-右 4 方向の交通流 $t-s$ ダイヤグラムを示す。交通信号の高効率制御に必要なパラメータは図 3(a) に示す効率 η を指標としてこれを 4 方向で最大にすることである。図 3 から η を支配するパラメータは進入車両の平均車頭時間である。図 4 では T'_{OA} , $T'_{OA'}$, T'_{OB} , $T'_{OB'}$ の 4 つが存在する。

5.2 高効率制御法

交差点へ進入する車両の平均車頭時間 T'_0 は測定値として得られなければならない。この測定は交差点から相当離れたところの定点で、定常速度で通過する車両数を計測することによって得られる。いまこのようにして得られた T'_{OA} , $T'_{OA'}$, T'_{OB} , $T'_{OB'}$ の 4 つのパラメータをどのように使用するかが問題である。

交差点の信号は、上-下方向が赤のとき、左-右方向は青、またその逆の 2 通りしかない。すなわち 1 方向が決まれば他の 3 方向はそれに支配される。そこで最も高い交通流効率を得るには、上記 4 つの T'_{O_i} ($i = A, A', B, B'$) のうち最小のもの（最大交通流方向）を選んで、この方向の効率 η を 1 にするよう制御するのが交差点交通流を最大にする制御法となるものと考えられる。他の 3 方向は当然 $\eta < 1$ となる。

6. おわりに

交差点の信号をもっとも効率よく制御するための指標として、交差点における 1 台当りの平均待ち時間に着目するか、交通流に着目するかについて考察した。この結果、前者より後者を採用するのが適当だと考えられ、これを指標として制御し交通流を最大にする制御法の一案を得た。

参考文献

- 1) 高木 相: “道路交通のダイナミックス(I)-車両の発進特性と交差点スループット-”, 情報処理学会, 情報研報 Vol. ITS-4 (2000.3).
- 2) 高木 相: “同上 (II) -交差点車両形成とショック

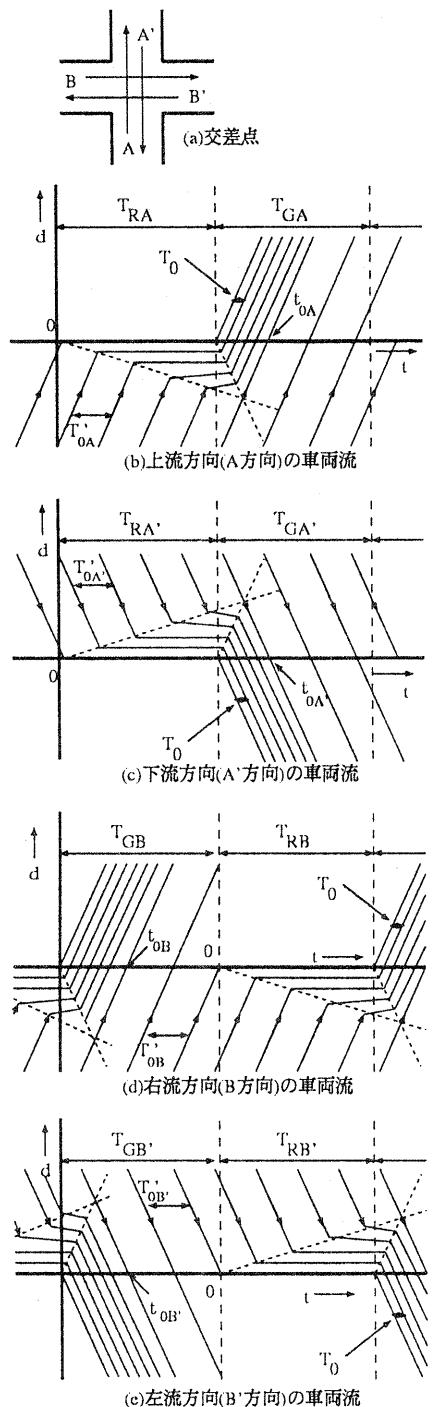


図 4 交差点における上-下 (A-A'), 左-右 (B-B') 方向の車両流 $t-s$ ダイヤグラム

ウェーブの挙動-”, 情報処理学会, ITS(1-13) 研究会 (2000.5).

- 3) 高木 相, 藤木 澄義, 谷口 正成, 鈴木 伸夫: “同上 (II) -交差点で生じる車列形成のダイナミクス-”, 情報処理学会, ITS(2-6) 研究会 (2000.9).
 - 4) 高木 相, 藤木 澄義, 谷口 正成, 鈴木 伸夫: “同上 (IV) - $t-s$ ダイヤグラムの定式化の基礎考察-”, 情報処理学会, ITS(3-9) 研究会 (2000.11).
 - 5) 大蔵 泉: “交通工学(第7章)”, コロナ社 (1993).
 - 6) 定方 希夫(学位論文): “電子工学的手法による道路交通流制御に関する研究”, (1974年 東北大学).
 - 7) 日本道路協会: “道路の交通容量”, p126, (昭和 59.9 初版 平8.4.8版).
 - 8) Transportation Research Board (National Research Council): “Transportation Research Record”, No. 1398, Traffic Flow and Highway Capacity, National Academy Press, Washington DC (1993).
 - 9) 高木 相, 谷口 正成, 藤木 澄義, 神村 伸一, 鈴木 伸夫: “道路交通における車両密度(k)と流量(q)との関係($q - k$ 相関)の考察”, 電子情報通信学会総合全国大会 (2001.3, 発表予定).
-