解　説

アナロジー

3. アナロジーの数理的研究†

有馬　淳††　高橋真吾†††　原口　誠†††

1. はじめに

われわれは同じ辺境に生きる共通の言語をもつ民である.

われわれはこれまでお互いの開拓地を覗くことはほとんどなかったが，同じ言語を操る民として互いに信頼もしていたし，また互いの存在を気にせずに済むほどこの辺境は広かった.

近々，一人の有望な研究者(あるいはご一行？)をお連れしこの地区の案内をすることになり，われわれは互いの開拓地の見取図を持ち寄り，久しぶりに再会することになった．すると…互いの開拓魂が通じないのである！　われわれのと惑いの大きさから，このあたりの事情に詳しい人でさえと惑うことはほぼ間違いと思われた．ましてや初めての人にとっては．これまであまり気にさえとめてなかった互いの溝の大きさを知り，われわれは再度案内の方法を練り直すことになった．われわれは互いの見取り図よりもそれぞれの開拓魂と両キャンプ間の“対応”の整備に力を注ぐことのほうがむしろ将来の単独行の手助けになると思われた.

こうして，当日を迎えることになった…

◇

類推を数理的な道具だてを使って定式化するアプローチを概観する.

類推はしばしば人間の推論，問題解決能力の中核に位置するものであると言われ，研究対象としての歴史も古くギリシャ時代にまで遡ることができ☆，その点で演繹となんら遜色がない．にもかかわらず，演繹が体系的に解析され，数理化が極度に進んでいるのに比べると，類推はまったく手つかずの分野のまま残っている．類推研究はいまだ手探りの状態であり，類推を数理的に定式化しようとする数々の研究も時にはまったく独立した研究のようにみえる．しかしながら，本稿では基本的な問題意識と歴史的な背景，過程を与え，かなり割り切った統一的な観点からこのアプローチの歩みの説明を試みることにしたい．未知分野への最初の散策にはおそらく役に立つと思われるからである.

2. 数理的アプローチ

アナロジーに基づく推論一類推一は，“二つの事柄が似ていることから一方（B：ベース）のもつ性質（P）を他方（T：ターゲット）ももつと推定する”推論と言えるだろう．直接これを，事柄を項，性質を述語で表す☆ことにし，スキーマの形で書くと，

$$\frac{\begin{array}{c}B\sim T\\ P(B)\end{array}}{P(T)} \qquad \text{(A)}$$

ということになる．ここで，2項関係（述語）$\sim$ の解釈は“似ている(対応している)”ということになる．ここで，$B\sim T$ を**アナロジー**，または，**対応関係**，P を**投射性**，$P(T)$ を**類推結論**と呼ぶことにする.

たとえば，“人と神は似ている（$Man\sim God$)”．“人には暮らしがある ($Leads(Man, Life)$)”．したがって“神も同様の暮らしがあるだろう（$Leads(God, Life)$)”☆☆のように既知の類似性をもとに既

† Mathematical Studies of Analogy by Jun ARIMA (International Institute for Advanced Study of Social Information Science, Fujitsu Laboratories Ltd.), Shingo TAKAHASHI and Makoto HARAGUCHI (Department of Systems Science, Tokyo Institute of Technology).

†† (株)富士通研究所国際情報社会科学研究所
††† 東京工業大学大学院総合理工学研究科

☆ Aristotle が取り上げているのが有名である.

☆ ここで，**項** t は一般に n-項組み $\langle t_1,\cdots,t_n\rangle$ に拡張できる．また，$\langle t_1,\cdots,t_n\rangle\sim\langle t'_1,\cdots,t'_n\rangle$ は $t_1\sim t'_1\wedge\cdots\wedge t_n\sim t'_n$ を表す．また，$W(x)$ を n-変数組み x が自由に現れる**論理式**としたとき，n-引数**述語**は一般に $\lambda x.W(x)$ で表すことができる.

☆☆ 人間は神の姿を似せて作られた．古代ギリシャの見方は恐い．なお，$P=\lambda x.Leads(x, Life)$.

知の事実から未知の事実を推定する．

類推を定式化する数理的アプローチはその関心の重点の違いにより大きく二つの分野に分けることができる．一方は，アナロジーに基づく推論—類推—を議論する研究で，他方はアナロジーそのものを精密に議論する研究である．この違いは微妙だが，それを知っていれば実際にこの分野の文献にあたるときに役立つと思われるので，詳しく説明しよう．

前者では，類推の“予測”という性質に注目し，後者では類推が“対応関係”をとることに注目している．前者は類推を使ったとき，“ある結果を導くかどうか”が問題になる．たとえば，演繹できるほど十分な情報がない場合に，ある動物の特定状況での行動を予測したり，ある特定の中古車の価値を類推を使って推測させることなどがこの研究の目的になる．したがって，この研究では推測の**適切性**が重要な問題になる．この分野ではたとえば，?—Value(Car_T, p) を適切に答えるため，p を決めることができるベース Car_B の選択やベース選択のカギになる類似性 S（どの点で似ている車にするか）の選択をどのように行うかが問題になる．

これに対し，後者は二つの対象領域を与えたとき，“その間にどういう対応関係があるか”が主要な問題になる．ここでは，推論結果の適切性が問題にされるということは（現在のところ）ほとんどない．それよりは，二つの対象領域に（どんなものでもよいから）なんとか対応関係（アナロジー）を見い出すことが最大の関心になる．類推結論はここではあくまで副次的なものであって，対応関係から生み出される結果に過ぎない．この研究の例としては比喩理解などがあげられるであろう．“熱は水のようだ（直喩：simile）☆”や“空が泣いている（隠喩：metaphor）”の理解を対応関係の発見として定式化する．ここでは，ターゲット T とベース B の完全な対応は示されないが，それぞれの領域はかなりはっきりした形で示され，個々領域の要素間のさまざまな対応関係の妙（〈熱，家，窓〉〜〈水，器，穴〉など）を見つけ“楽しむ”ことになる．

このため，たとえばもしそれぞれの分野が目指す知的システムを描くならば，人間が思いつかないような対応関係を見い出すことが，後者の分野での一つの目標になるし，前者の分野ではむしろ，知識が不完全な場合でも人間が類推を使ってうまく推測するように，比較的正確な（適切な）推測をさせるシステムを目指すことになる．

前者と後者はその定式化の手法においても通常異なる．非常に大雑把な言い方をあえてすれば，前者はより証明論的であり，後者はよりモデル論的である．この違いにより，前者は“論理に基づく定式化”，後者は“構造に基づく定式化”として，以降の章で述べる．

3. 論理に基づく定式化

第一のキャンプは推論としてのアナロジーに焦点をあてている．必然的結果として，推論結果の“アナロジーとしての適切性”が問題にされる．

◇

ある二つの事柄が“似ている”とは共通の性質（**類似性**）を満たしているということであり，結論のアナロジーとしての適切さとは結局この共通する性質と投射される性質（投射性）の関連に依存することであるから，類似性を明示して類推を考えることにしよう．すなわち，類似性を S としたとき，先のスキーマ(A)をもとに

$$\frac{\begin{array}{l}S(B)\wedge S(T)\\ P(B)\end{array}}{P(T)} \qquad \text{(B)}$$

と類推を一応書くことになる．しかしながら，このスキーマは類推の表現としては不十分なのである．T, B に対して任意の個体，S, P に対して任意の性質（述語）が許されているわけではなく，これら類推の要素 T, B, S, P はある類推特有の関連性を満たすものに限られている[3]．

たとえば，“Brutus は傷ついたり火傷したりすると痛みを感じる．Tacitus は傷つくと痛みを感じる．”としよう☆．Brutus($=B$) と Tacitus($=T$) は傷つくと痛みを感じるという点で似ている ($S(B)\wedge S(T)$)．しかし，だからといってわれわれは，たとえば Brutus が力持ちである ($P_1(B)$) としても Tacitus も力持ちであろうとは推測しないだろう．しかしながら，Brutus が火傷すると痛みを感じる ($P_2(B)$) という事実からは Tacitus もそうであろうと推測するのはありそうなことであ

☆ 同じ直喩でも，原子構造がどんなものか知らない場合に“原子構造は太陽系のようだ”と教える場合，推論の適切性が問題になってくるが．

☆ この例はある SF 小説をもとに作っている[10]．

る．この要点は，上記スキーマの適用に関して前者の性質（力持ちである性質：P_1）と後者の性質（傷つくと痛みを感じる性質：P_2）の間にどんな差異もないのに関わらず，われわれは類推として前者の結論より後者の結論を好むし，後者の結論のほうがもっともらしく思うという事実である．この事実は明らかに上記のスキーマだけでは類推を表すのに不十分であり，なんらかの条件がスキーマの前提部に欠落していることを示している．また，この例が示しているもう一つのこと―似ているかどうかは何を推測するかで変化するということ―も注意すべきである．*Tacitus* が傷つくと痛みを覚えるかどうかを知りたい場合には *Brutus* は類似したよいベースであるが，*Tacitus* が力持ちかどうかを知りたいときには必ずしも *Brutus* は類似した良いベースではない．このように，われわれが認識する類推はターゲット T，ベース B，類似性 S，投射性 P の間にある特殊な関係が成り立つものに限られている．論理に基づく類推研究では，T, B, S, P および一形式的にこれらになんらかの特殊性を与えるのは公理 $\mathcal{A}$（背景知識）だから―$\mathcal{A}$（以上5つを**類推要素**と呼ぶ）の関連性を形式的に明らかにするのが目標になる．

3.1 背景―初期の研究と問題点

スキーマ(B)（あるいは(A)）では類推をうまく表していないことは近年の類推研究の始まりからすでに指摘されており，その理由に関していくつかの有意義な提案がなされてきた．

たとえば，Winston[20] の考え方は**因果関係**が類推では選択的に働くという考え方を示した．ある状態と他状態の類似は，ベースの状態を起こした因果関係に着目し，因果連鎖中の一致する述語の数が多ければ多いほど類似するとした．また，類似度が高いものの間で因果構造が投射されると考えた．また，Gentner は心理学的研究に基づいて構造写像理論[6]を提案し，因果関係を含んだ高階の関係が重要であると主張した (systematicity principle)☆.

これらの研究では，1)類推では投射されるもの（関係）とされないものがある，2)対象物に関する直接の性質が投射されるのではなく，高階の関係の投射により結果的にいくつかの性質が投射されるという主張が特に重要と思われる．

しかしながら，これらの研究で問題となるのは，投射性が文脈，類似性などに依存して動的に変化する事実を説明できないということである．投射性と類似性の間に関連性があることはすでに *Brutus* と *Tacitus* の例で示したとおりである．Winston の研究のように類似性は共通部分の“数”で論じられるものでもない．このような理論では，比較する二つの個体が与えられただけで，類似度が決まってしまい，推測するものに応じて類似度が異なるという類推の性質を表していない．Gentner の研究も同じことが言える．投射性は類似性（対応関係）に独立に決まっているので，たとえば，「原子構造は太陽系のようだ」という文を解釈する際に投射によって得られるとした「原子核は電子よりはるかに重い」という関係 ($\lambda xy.\ \mathit{MoreMassiveThan}(x, y)$) などが，対応関係が違った「Juliet は私の太陽だ」といった文の解釈においても同様に投射されてしまう（「Juliet は私よりはるかに重い!!」）.

3.2 論理に基づく研究

類推のスキーマが不完全であることの認識から近代のこの地の開拓が始まったとみてよいと思われる．不完全に開いたスキーマを閉じる努力は現在もなお続いている．類推では，ターゲットに関する問題に対して“重要な点で”似た（“関連した”）ベースを選択することが重要であると多く指摘されてきた．問題は“重要な点”とはいったい何かを答えることである．この問題がこのキャンプの性格を代表するものであろう．

◇

類推要素($T, B, S, P, \mathcal{A}$)間の関連性に関わる論理的な側面の強い取組みをいくつか紹介する．

i）証明（説明）構造と関連性

Kedar-Cabelli は動的に変わる類似性の現象を，類推が使われる文脈での“目的”に応じて因果ネットワークが変わることに帰着して考えた[15]．ここで，因果ネットワークとは因果関係，論理的包含関係を含む任意の高階の関係によって関連づけられた関係の集合として定義されている．

もう少し詳細に説明する．ターゲットがある概念（P）に属するかどうかについて以下のように類推する．概念の目的に着目し，ベースとなるある典型的例題がその概念の目的に対しなぜ合目

☆ 詳しくは本特集において Winston は「アナロジー入門」，Gentner は「認知心理学におけるアナロジー研究」を参照されたい．

的なのか説明する．そして得られた説明木（証明木）により，合目的であるために十分な条件(S)を抽出し，ターゲットがその十分条件を満たしていることを調べる．もし満たしていればターゲットはその概念 P に対して重要な点で典型例題と類似することになり，ターゲットも概念 P に属すると結論づける．

たとえば，ある物体Tが熱いものを飲めるカップ ($P=Hot\_Cup$) かどうか (Hot_Cup という概念に属するかどうか）は，まず，その概念に属する典型的なカップ B を取りだしその概念の目的に着目して，カップ B がなぜ合目的かを説明（証明）する．その証明木によって Hot_Cup の目的を満たすための十分条件を抽出することができる．証明木は十分条件の抽象的なものから具体的なものへ向かう一種の階層を表すと考えることができる．この証明木が T に移され，T が合目的である説明として妥当かどうかを確かめる．ターゲットである T は一般的にいってベース B とは形も性質も異なる（B はセラミック製のマグカップ，T はプラスティック製の円錐形のカップかもしれない）が，抽象的なところでは一致するかもしれない．そのとき，T は Hot_Cup の目的を満たすことになり，この点で T は B と似ているということになる（類似性 S は B と T がともに満たしている十分条件（抽象的な性質）になる）．

この考え方はいくつかの重要な貢献を行っている．1)類似性（対応関係）が動的に変わることの説明，2)表面的には類似しない二つのものが往々にして類推ではアナロジーが認められることの説明ができること，3)論理的な一貫体（ある証明構造）により類推要素間の関連性を捕らえたことがあげられる．

この考え方は自然な印象を与えるが，次のような問題点がある．1)目的指向の表現で記述されていなければならない．この欠点は典型例題 B が P を満たすことの目的指向の説明ではなく，$P(B)$ に対する任意の説明という一般化で容易に解決できるように思われる．しかしながら，次の欠点はより重要である．2)演繹的である．ターゲットが合目的になる十分条件を満たすことを説明できるということは，もともとターゲットが P を満たすことを説明できることになる．すなわち，ターゲットが P であることは，ベースに関する知識なしに導くことができる．なぜ，ベースが必要なのかのうまい説明ができないのである．

説明構造あるいは証明構造に基づく関連性の考え方はこのアプローチで共通にみることのできる概念である．たとえば，Greiner のシステム $NLAG$[7] はターゲット T とベース B の部分対応 (“t is like b.” ($t\in T$, $b\in B$))，および，アブストラクションの集合（投射性 P の候補の集合に対応．詳しくは本特集の解説「抽象化に基づく類推」を参照されたい）が与えられたとき，B と T の部分対応から問題を解くのに必要な最小限の抽象規則を証明によって選んでいる．また，原口ら[9] はさらに形式的な研究をほぼ同時期に行い，証明構造上の論理的包含関係（ルール）が投射されると考えている．

ⅱ） 関連性の形式的分析

特定の問題解決や表現，定義などに依存せず，純粋に形式的に類推，隠れた関連性とは何かについて探究するいくつかの研究が最近行われている[1)~3)]．ここでは，参考文献 2) で示された論理分析の考え方に沿ってこれらの結果を簡単にみてみよう．

類推は（無矛盾である限り）ある知識（文）をターゲットに投射することによって行われる一般に非演繹的な推論と考えられるから，類推によって仮定される文を $J(T)$ として付加するとすると，

$$\mathcal{A}, S(B), P(B), S(T), J(T) \vdash P(T). \qquad (1)$$

と書けることになる．

さて，ここで類似性，投射性をさらに精密に一般的に議論できるよう $S=\lambda x.\Sigma(x,S)$, $P=\lambda x.\Pi(x,P)$ と改めておくことにする☆．$\Sigma(B,S)$ は “B の属性 Σ の値は S である” と読める．たとえば，$Model(Car_B, Mustang)$ は “Bob の車 (Car_B) の車種はムスタングである” と読める．さて，類推の特性から B, T, S, P は一般にもともとの $\mathcal{A}$ に現れないと仮定できるので変数化し，さらに，これに基づいて，個体 S, P が J に現れる可能性を考慮に入れて(1)式を書き換えると

$$\mathcal{A}, \Sigma(x', s), \Pi(x', p), \Sigma(x, s), J(x, s, p) \vdash \Pi(x, p) \qquad (2)$$

☆ 述語（定数）としての S, P（左辺）と個体定数（組み）としての S, P（右辺）を併用するけれども，構文上の制約から混乱を避けることができるだろう．先の表記法は新しい表記法での S, P が 0-項組みである特殊な場合にある．

となる．

さて，$J(x,s,p)$ は類推が一般に非演繹的なものと考えた結果必要になった．ここで，類推が演繹的なものである特殊な場合を考えてみよう．その場合，$J(x,s,p)$ は上式の左辺のそれ以外の部分の演繹的定理となり，左辺から消すことができる．この式は，さらに $\mathcal{A}$ に x, x', s, p は現れないと仮定してもよいから，以下の式と等価になる．

$$\mathcal{A}\vdash \forall sp.\,(\exists x'.\,(\Sigma(x',s)\wedge\Pi(x',p)) \supset \forall x.\,(\Sigma(x,s)\supset\Pi(x,p))) \quad (3)$$

この式は Davies ら[3]によって**決定規則** (*determination rule*) と呼ばれたものにほかならない．この結果が意味することは，類推を演繹的なものと仮定するなら，決定規則が $\mathcal{A}$ の定理になると考えられるということである．

一方，類推が非演繹的である場合の J の構文的構造は有馬[2]によって調べられた．J を満足する組 $\langle x,s,p\rangle$ を考える．最終的に $J(T,S,P)$ が仮定されて類推結論を得ることになるが，$J(T,S,P)$ が得られるのにベースの情報 $(\Sigma(B,S)\wedge\Pi(B,P))$ およびターゲットに関する情報 $(\Sigma(T,S))$ が使われている．ベースはそれ自身ベースと類似する $(\Sigma(B,S))$ ので $J(B,S,P)$ が同じ類推によって仮定されるだろう．また，ターゲットに関してはベースと類似する $(\Sigma(T,S))$ という情報だけから J が仮定されるから，$\exists p.\,J(T,S,p)$ が仮定されることになる．以上の情報から $J(T,S,P)$ が必然的に得られる，つまり，

$$\vdash J(B,S,P)\wedge\exists p.\,J(T,S,p)\supset J(T,S,P) \quad (4)$$

なる性質をもつ構造はただ $J(x,s,p)$ が，それぞれ $\langle s,p\rangle$, $\langle x,s\rangle$ の引数のみをもつ二つの述語の論理積で表される場合に限られる．すなわち，$J(x,s,p)=J_{att}(s,p)\wedge J_{obj}(x,s)$ のように表すことができるので，(2)式に基づいて，

$$\mathcal{A}\vdash \forall sp.\,(J_{att}(s,p) \supset \forall x.\,(J_{obj}(x,s)\wedge\Sigma(x,s)\supset\Pi(x,p))) \quad (5)$$

で表される文が $\mathcal{A}$ の定理になると考えられる．この文を**類推原子規則**と呼ぶことにする．決定規則はたとえば $J_{att}(s,p)=\exists x'.\,(\Sigma(x',s)\wedge\Pi(x',p))$, $J_{obj}=\Sigma$ とする類推原子規則の特別な場合である．

この結果から類推のメカニズムは，ベースの情報 $(\Sigma(B,S)\wedge\Pi(B,P))$ から $J_{att}(S,P)$ が，ターゲットの情報 $(\Sigma(T,S))$ から $J_{obj}(T,S)$ がそれぞれ非演繹的に仮定され，$\Sigma(T,P)$ から演繹的に類推結論 $\Pi(T,P)$ が得られると理解できる．また，従来より類推ではベースから高階の関係が投射される[6]と考えられてきたが，S,P が性質を表している事実を考えるとまさにベースの情報から高階の関係 $J_{att}(S,P)$ が仮定され使われていることが分かる．

さて，この結果に基づいて論理プログラムを利用して作成した汎用の類推システムで上記の結果の一利用法を述べよう．“Tom の車 ($\mathrm{Car_T}$) がどれくらいの価値であるか (?—Value($\mathrm{Car_T}$, p))” がこのシステムに尋ねられたとしよう．システムはまず定理証明（部分計算）技術を使って，質問にマッチするヘッド Value(x,p) をもつ節でこの変数 x,p が前件部(下右辺)に異なる述語の引数となって現れる類推原子規則を探す．そして今，

$$\mathrm{Value}(x,p)\ {:}\!-\ \mathrm{Model}(x,s),\ \mathrm{Car\text{-}Eval}(s,p). \quad (6)$$

が見つかったとしよう．この式は車種によって評価する論理プログラム Car-Eval を介してその車の価値が決まることを表している☆．簡単のために $\Sigma=J_{obj}$ として説明する(詳細は参考文献2))．すると構文的制約により，$\Sigma(x,s)=\mathrm{Model}(x,s)$, $J_{att}(s,p)=\mathrm{Car\text{-}Eval}(s,p)$ になる．次にシステムは類似性 ($=\lambda x.\mathrm{Model}(x,s)$) を完成するために，すなわち，$s$ を具体化するためにターゲットの車種を調べる．このため，?—Model($\mathrm{Car_T}$, s). を新たなゴールとする．この結果，$s=$*Mustang* 1982 *GLX* が得られたとしよう．すなわち，Value に関係する重要な類似性の候補をターゲットから抽出したのである．システムはこれに基づいて類似しており（=*Mustang* 1982 *GLX*）価値がすでに判明しているベース b を，“?—Model(b, Mustang 1982 GLX), Value(b, p).” によって検索し，その価値 p を $\mathrm{Car_T}$ の推定値とするのである（ベースが複数個検索された場合，おのおのの推定値はこのシステムでは同程度に確からしいとして扱う．ベースの一つとして，以下では $b=\mathrm{Car_S}$, $p=\$3500$ としよう）．

すなわち，これらの研究によって，システムが問合せに対して適応的に重要な類似性を見つけ，

☆ この式は簡略化している．実際には車種だけでなく，車の状態などが影響するだろう．したがって，Model(s,x) の部分は，Model(x, $s1$), Cond(x, $s2$), … などもう少し長くなる．

それに基づいて自動的にベースを取りだし類推することが可能になった．もう一つ強調したいのは従来の演繹的システムに対する類推システムの利点である．上では車種から価値を計算するプログラム Car-Eval(s, p) を必要としなかった．中古車の価格を（演繹的に）計算するようなプログラムを作成することはおそらく極度に難しいと予想される．このシステムは Car_S の実例から Mustang 1982 GLX は＄3500 の価値をもつと計算されること (Car-Eval(Mustang 1982 GLX, ＄3500)) を非演繹的に仮定し，それによってターゲットの価値を推定することができたのである．

3.3 論理に基づく定式化と構造に基づく定式化の接点

背景知識である公理 $\mathcal{A}$ を真とする構造（すなわち，$\mathcal{A}$ のモデル）全体の集合を $Mod(\mathcal{A})$ としよう☆．論理に基づく定式化では，われわれが表したい類推が起こるような条件下でのみ類推の結論を真とするような $Mod(\mathcal{A})$ の部分集合，いわば $\mathcal{A}$ の類推モデル集合を（間接的に）扱っていると言うことができる．これに対し次章で述べる構造に基づく定式化では，ある二つの構造の間でのアナロジーあるいは類推を直接扱う．両者の相違は定式化で構文的な方法をとるか，意味的な方法をとるかの違いだけではなく，特筆すべきことは，両者が表そうとする対象が微妙に異なっていることである．これまで問題にしてきた“推論結果の適切性”は次章ではほとんど問題にされず，ターゲットに対しベースは（それが部分的であるにせよ）与えられることが前提とされる☆☆．混乱を避けるために，また今後の研究のためにはこのことの認識が大切かもしれない．

構造に基づく定式化は構造間の対応関係をとることが本質であり，対応関係は準同型写像のなんらかの拡張に基づいて通常決められる．

論理に基づく定式化と構造に基づく定式化では，関心のある部分は異なると冒頭で述べたが，両定式化に中間的な研究として先の Greiner と原口らの仕事をあげることができる☆☆☆．

たとえば，原口ら[9] の研究は次のような二つの条件をもつが，条件 1 は構造に基づく定式化で典型的な条件であり，条件 2 は推論結果の適切性に関わる論理に基づく定式化にみられる条件である．彼らは類推を独自に定義し，論理プログラムを対象にして証明論と意味論の両面の研究を行っている．

条件 1：$t \sim t'$ ならば $f(t) \sim f(t')$

条件 2：（結局のところ）条件 1 の対応づけに基づいて変換（置換）されたルールを含んだ証明木を考えた場合，そのリーフ（アトムの集合）はそれぞれの領域で定理（それぞれの理論のファクト）になっている．

両アプローチの融合的アプローチは今後とも興味深いものだろう．ただし，留意すべき点もある．たとえば，構造による定式化では，上記条件 1 は現在一般にみられるものであるが，適切性の見地から言えばかなり困った条件である．たとえば，持ち主 x から愛車一台を指す関数 $Car\text{-}of(x)$ を考えると条件 1 は無条件に“持ち主が似ていれば車も似ている（例：$Taro \sim Bob$ ならば，$Car\text{-}of(Taro) \sim Car\text{-}of(Bob)$”）を認めてしまうことになるからである．

4. 構造に基づく定式化

われわれはここでもう一方のキャンプを訪れる．これまで述べたように，ここでは対象間の“アナロジー”そのものをどう扱うかが中心的な課題とされる．

◇

これまで構造に基づく定式化で扱われてきた類推は本質的には次の形に要約することができる．

対象 A と B があったとき，それぞれを構造として表現し，A と B が類似していることを

「A から B にある意味で構造を保存する射 $\mathcal{F}$ が存在していること」

として表し，

「A で ϕ という文が成り立つとき，B でも文 $\mathcal{F}(\phi)$ が成り立つ」

と結論づける☆．構造間の射としては準同型写像が本質的で，他は準同型写像の拡張，一般化あるいは特殊化である．

☆ 構造と文（論理式）の関係などは数理論理に関する一般的な教科書を参照されたい．

☆☆ ターゲット，ベースが与えられることによって推論結果の適切性が与えられているとみることができるだろう．

☆☆☆ 論理に基づく定式化よりではあるが，このほかにも論理プログラムをベースにした研究[14],[17]などがある．

☆ 先の論理に基づく定式化に対応させると $\phi = P(B)$, $\mathcal{F}(\phi) = P(T)$ となる．ただし，ここではより一般的に述語も写像の対象になり，以下の十字と構造の例のように $\mathcal{F}(P(B)) = Q(T)$ なる場合も扱うことになる．

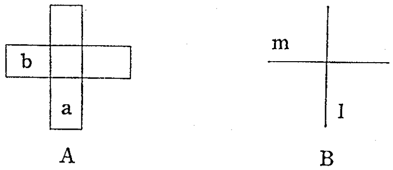


図-1　十字と構造

4.1 準同型写像によるアプローチ

まず構造に基づく定式化の基本となる準同型写像によるアプローチを述べよう．

図-1 のようなAとBが対象として与えられたとしよう．

AとBは確かに「似ている」と感じる．たとえば，「AもBも“十字”の形をしている」から似ている．このときAという図形の認識は，

「aとbという部分からなり，両方とも“長方形”でそれぞれ“縦長”，“横長”という性質をもち，aにbが“重なっている”という関係を満たしている」

と表現できる．このような認識は以下のような構造として表現することができる．

$$A=\langle\{a, b\}\,;\ Rectangle, Vertical, Horizontal, Overlap\rangle$$

ただし，*Rectangle*, *Vertical*, *Horizontal* は集合 $\{a, b\}$（台集合という）上の単項関係，*Overlap* は二項関係で，

$$Rectangle(a), Rectangle(b), Vertical(a), Horizontal(b), Overlap(a, b)$$

が成り立っている．

Bのほうは，2本の線分 l と m が縦と横になって交わっている．これを表現するとたとえば

$$B=\langle\{l, m\}\,;\ Line, Vertical, Horizontal, Cross\rangle$$

となろう．ただし，*Vertical*, *Horizontal* は集合 $\{l, m\}$ 上の単項関係，*Cross* は二項関係で，

$$Line(l), Line(m), Vertical(l), Horizontal(m), Cross(l, m)$$

が成り立っている．

このように表現されれば，AとBとが似ているというのは，AとBの間に次のような対応関係があることにほかならない．

$$a\leftrightarrow l, b\leftrightarrow m,$$
$$Rectangle(a)\leftrightarrow Line(l),$$
$$Rectangle(b)\leftrightarrow Line(m),$$
$$Vertical(a)\leftrightarrow Vertical(l),$$
$$Horizontal(b)\leftrightarrow Horizontal(m),$$
$$Overlap(a, b)\leftrightarrow Cross(l, m)$$

この対応はAからBへの同型写像といわれる．一般には台集合間の対応は一対一である必要はなく，また，Bのもつ関係でAでは成立しないものがあってもよい．このような対応は準同型写像という．一般的に表すと次のようになる．

対象 $\mathrm{M}_1, \mathrm{M}_2$ をおのおの

$$\mathrm{M}_1=\langle M_1\,;\ \{R_i\}_{i\in I}, \{f_j\}_{j\in J}\rangle$$
$$\mathrm{M}_2=\langle M_2\,;\ \{S_i\}_{i\in I}, \{g_j\}_{j\in J}\rangle$$

と表現し，M_1 と M_2 が“似ている”とは M_1 と M_2 との間に準同型写像 $\mathcal{F}$ が存在することを言う．準同型写像 $\mathcal{F}$ は，台集合 M_1 から M_2 への関数で，

各 $i\in I, a_1, \cdots, a_{\mu(i)}\in M_1$ に対して，

$R_i(a_1, \cdots, a_{\mu(i)})$ ならば $S_i(\mathcal{F}(a_1), \cdots, \mathcal{F}(a_{\mu(i)}))$,

各 $j\in J, a_1, \cdots, a_{\lambda(j)}\in M_1$ に対して，

$$\mathcal{F}(f_j(a_1, \cdots, a_{\lambda(j)}))=g_j(\mathcal{F}(a_1), \cdots, \mathcal{F}(a_{\lambda(j)}))$$

が成り立つものをいう☆．

構造 M_1 と M_2 との間に準同型写像が構成でき，M_1 で文 ϕ が成り立つとき，M_2 でそれと“類似”の文 $\mathcal{F}(\phi)$ が成り立つと推論したとしよう．これが典型的な準同型写像を用いたアナロジーによる推論である．ϕ と $\mathcal{F}(\phi)$ をどのように定式化するかはまた一つの問題である．通常は ϕ を一階述語論理の文として表す．$\mathcal{F}(\phi)$ は準同型写像がすでにシンボル間の自然な対応をもっていることを用いて再帰的に定義できる．

以下では構造に基づく定式化の研究のいくつかを紹介する．それらは今述べた枠組とは一見異なる独自の定式化を行っているものが多いが，本質的には準同型写像の考え方に基づいている．実際，簡単な書換えで準同型写像の枠組で表現できるか，準同型写像の拡張，一般化，あるいはその応用になっている．

4.2 変換のアナロジー

変換のアナロジーは，対象 G' が G からの変換によって得られている状況を考え，H が G に

☆ 準同型写像による方法は対象間の表現にまったく依存している．たとえば，図形Aを5つの長方形からなる図形としてとらえると，図形Bと“似ている”と認識することが困難になる．たとえ例のときと同じように，二つの長方形aとbが重なっていると認識したとしても，長方形を *Rectangle* ではなく，2組の平行線の組合せと表現したりすると，図形Bの表現との間に準同型写像を構成することができなくなる．

“類似” しているとき，G から G' への変換と同じ変換を H に施して H' を得るものである．

たとえば，G から G' への変換を一つの構造内での関数を用いて定式化し，G から H への準同型写像によってアナロジーを定義すれば，変換のアナロジーも準同型写像の下での性質の保存とみることができる．

変換のアナロジーの例としては，Pötschke[18] が対象をラベル付グラフとして表現したものがある．彼はグラフを分子構造式を表すのに用いて，化学反応などにより G が G' に変化することに応用している．

この変換のアナロジーは原口ら[9] でもみられる．

4.3 一般図式を用いたアナロジー

構造間の準同型写像によりアナロジーを表す方法では，対応する関係を直接同定していたが，各関係と抽象的なシンボルとの対応と考えることでアナロジーをとらえることもできる．

たとえば Military-Radiation 問題[8] のアナロジーを Melis[16] らは次のように考えた．

一つの道のみから侵入して敵を攻撃できないときどうしたらよいか，という Military 問題と，一方向のみから放射線をあてることができないときどうやって腫ようを破壊するかという Radiation 問題は，どちらもある抽象化された文の集合 H_S を解釈したものと考える☆．このとき，Military 問題と Radiation 問題に対して H_S をうまく成立させるようなたとえば意味ネットワークを構造X,Yとしてとる．記号でかけば$X \models H_S, Y \models H_S$．さて Military 問題における解は，同時に多数の道から少数ずつ侵攻して敵を攻めるというものである．解釈したとき Military 問題の解になる抽象化された文の集合を H_F とする．すなわち，$X \models H_F$ が成り立っている．このとき，Radiation問題でも $Y \models H_F$ が成り立っているだろうと推論するのが今の場合アナロジーによる推論で，$Y \models H_F$ をアナロジーの仮説と Melis らは名付けている．

状況を抽象化した文の集合である H_S と H_F が成り立つ「抽象的な」モデルで，もとの具体的な状況を表す構造のある部分構造と同型になるようなモデル（**自由モデル**と呼ぶ）を構成できる．この抽象モデルと抽象化された文の集合は各構造に対する一般図式としてみることができる．

☆ 厳密には今の場合たとえば一階述語論理の論理式で表現されていなければならない．

4.4 拡張された準同型によるアナロジー

以上みてきたように，構造上のアナロジーは準同型写像の概念が基本的であるが，実は，準同型写像では，二つの構造が与えられた段階で，どの述語が対応するかは決まってしまっている．そこで，高原ら[19]は準同型写像の概念を拡張して，一般的に，まったく型の異なる構造間に対して，アナロジーを定義する射として F-morphism を定義した．

たとえば，自然数の加法の構造 $(N,+)$ と順序関係の構造 $(N,\leq)$ との間には準同型写像は作ることができない．しかし，$a+b=c$ は $a\leq c$ と「同じ」とみることができる．この意味で，$(N,+)$ と $(N,\leq)$ は類似している．そこで，$\exists y.(x+y=z)$ という論理式に $x\leq z$ という論理式を対応させる写像 Bas は $(N,+)$ と $(N,\leq)$ とのアナロジーを表現していると考えられる．技術的には Bas は N から N への写像 $\mathcal{T}_O$ を用いて定義される．この写像は通常の準同型写像の拡張になることが分かる．このとき，$(N,+)$ で成立する論理式を変換する写像 $\mathcal{T}_F$ が Bas を用いて再帰的に定義される．

アナロジーによる推論は，$(N,+)$ において成立している性質（閉論理式）ϕ があったとき，すなわち $(N,+)\models\phi$ のとき，$(N,\leq)$ において性質 $\mathcal{T}_F(\phi)$ が成立すると推論することである．

4.5 メタファとしてのアナロジー

Indurkhya[12),13)] はアナロジーをメタファの特別の場合ととらえ，メタファに関する形式理論を展開している．

たとえば，(例文) “The sky is crying” というメタファを理解するには，“sky” と “crying” のみの語を考えるだけではできない．ほかの語，たとえば，“雲”，“雨”，“目”，“涙” などと “sky”，“crying” との関係が重要である☆．

Indurkhya は “sky” に関係している語の集まりをボキャブラリの集合として定義し，各ボキャブラリに関する文（“$\forall x.\exists y.(Raining(x)\supset Drops\text{-}from(y,x))$” など）の集合とあわせた組で領域（たとえば “WEATHER”）を表した．実際の「空」は “sky” に関する領域のモデルで表されている

☆ ここでいう関係には，(例文) の置かれている文脈も含んでいる．

とみなされる．メタファを含む文が与えられたとき，まずその文に現れる語によって二つの領域(たとえば“WEATHER”と“EMORTION”)を定める．

次にドメイン間にボキャブラリの投射を行うT-MAP を構成している．T-MAP はボキャブラリの集合間の部分関数 $\mathscr{F}$ によってベース領域“EMORTION”の“crying”に関係する文の集合をターゲット側に転写（投射）することにほかならない．

メタファの理解とは文中のベースのボキャブラリを $\mathscr{F}$ によってターゲットのボキャブラリで置き換えてターゲットのボキャブラリ上の文とすることである．Indurkhya の言うアナロジーは，文の集合 S を $\mathscr{F}$ で移したとき，$\mathscr{F}(S)$ がターゲットのドメインの構造的制約を表す文の集合から演繹できる特殊な場合のことである．

Indurkhya の理論でもう一つ重要な概念は augmentation である．T-MAP によるボキャブラリ間の対応は部分関数であるから，その定義域にないベースのボキャブラリと対応する新しいボキャブラリをターゲットのボキャブラリに加えて，ターゲットのドメインを拡張することができる．拡張されたドメインをもとのドメインの augmentation という．

メタファの理解の過程は，ドメインを拡張して augmentation を作り，もとのメタファが augmentation において解釈されたメタファへとその意味が動的に変化をしていく過程ととらえることができる．

5. 数理的アプローチと認知心理学的アプローチ間の比較

今まで述べたアナロジーの数理的アプローチと，認知心理学における形式的アプローチと呼ばれるものとの関係に少し触れよう．後者の典型は先に述べた Gentner[6] の構造写像理論である．この理論では，ソースとターゲットは形式的に表現されその間の対応を同型写像の形で表しているが，この点で構造によるアプローチの一種と呼べるであろう．しかし，両者には際だった違いも存在する．

構造写像理論では，対象の表現が一意に定まらないことがほとんど考慮にはいっていない．たとえば写される性質の基準としての systematicity principle は対象における高階の関係を重視したものである．しかし構造によるアプローチの立場では関係が高階かどうかは対象によって一意に決まるのではなく，その表現が作られた文脈などによるので，この原則をこのままの形では採用することができない．

また，認知心理学において形式的アプローチはしばしば実用論的アプローチと対比される．実用論的アプローチは形式的アプローチで扱っていない，状況や目標，文脈の制約の役割を強調する．数理的アプローチは広くアナロジーあるいはアナロジーによる推論をその対象にしており，実用論的アプローチにおける文脈の制約などの問題も扱えることを目標としている．

6. まとめ，そして今後の課題

数理的アプローチを対象，形式化の手法の違いから大きく二つのキャンプに分けて解説した．本稿は両者の差異の認識と対応関係について述べたおそらく最初のものと思われる．これらのキャンプにまたがるアプローチは今後追求されるべき興味深いものの一つであろう．

最後に，数理的アプローチが取り組むべき今後の課題として次の三つをあげよう．一つは，解の自動修正の問題である．ベースにおける解がターゲット領域でそのまま利用できるほど類似したベースが一般にあるとは限らない．たとえば，Mustang 車の年式が異なった例しかない場合などが考えられる．このような場合のベースの取り方，修正法の一般的かつ科学的な検討はまだなされていない．もう一つは知識表現の自動変換の問題である．ベースもターゲットもある表現がすでに与えられていて($\mathscr{A}$)，その間のアナロジーを考えるということに留まっていた．しかし対象が与えられてもその表現が一意に定まらない．また，表現が与えられても，構造間の写像，説明構造が一意に定まらない場合の検討もほとんど行われていない．このような多様性はアナロジーにとって本質的である．二つの対象の間にアナロジーをとるということは，対象からどの特徴を抽出し，抽出した特徴のどれとどれを対応させるかを決定することにほかならないからである．そして最後は計算量の問題である．計算量に関する考察は，

Gentnerの構造写像理論に関するもの[4]，先の原口らの枠組に対してなされたもの[5]を除けば現在ほとんどなされていない．この理由は類推そのものの枠組がまだ係争中の課題であることや，現在提案されている枠組のほとんどが明らかに否定的な結果しか導かないことがあげられようが，合理的な計算量をふまえて逆に類推の定義を考えることは重要ではないかと考える．これら三つの課題はいずれも決してやさしくない問題であるが，類推の数理的研究が実用的な段階に進むための一つの試金石になるであろう．

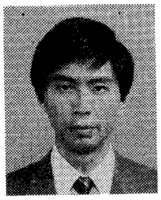
◇

途方もなく広大で混沌としてこの辺境地は良い目をした屈強の入植者の到来を待つかのようだ．己が潜在的可能性が引き出され一途方もなく肥沃で魅力的な地として発現するために．
（著者：最後に一ひどい“比喩”でたびたび悩ませましたことをお詫びいたします．）

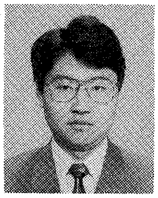
参 考 文 献

1) 有馬 淳：類推要素間の関連性に関する論理的分析，情報処理学会論文誌，Vol. 33, No. 7 (1992).
2) Arima, J.: Logical Structure of Analogy (Preliminary Report), in *Proceedings of Int. Conf. on Fifth Generation Computer Systems* (*FGCS '92*), ed. ICOT, pp. 505-513 (1992).
3) Davies, T. and Russell, S. J.: A Logical Approach to Reasoning by Analogy, in *IJCAI-87*, pp. 264-270 (1987).
4) Falkenhainer, B., Forbus, K. D. and Gentner, D.: The Structure-Mapping Engine: Algorithm and Examples, *Artificial Intelligence 41*, pp. 1-63 (1989).
5) Furuya, S. and Miyano, S.: Analogy is NP-Hard, in *Proceedings of the 2'nd workshop on Algorithmic Learning Theory* (*ALT '91*), pp. 207-212 (1991).
6) Gentner, D.: Structure-Mapping: Theoretical Framework for Analogy, *Cognitive Science*, Vol. 7, No. 22, pp. 155-170 (1983).
7) Greiner, R.: Learning by Understanding Analogy, *Artificial Intelligence 35*, pp. 81-125 (1988).
8) Gick, M. L. and Holyoak, K. J.: Analogical Problem Solving, *Cognitive Psychology 12*, pp. 306-355 (1980).
9) 原口 誠，有川節夫：類推の定式化とその実現，人工知能学会誌，Vol. 1, No. 1, pp. 132-139 (1986).
10) Hogan, J. P.: 未来の二つの顔，山高 昭訳，創元推理文庫 663，東京創元社 (1983).
11) Indurkhya, B.: Constrained Semantic Transference: A Formal Theory of Metaphors, *Synthese*, *68*, pp. 515-551 (1986).
12) Indurkya, B.: Approximate Semantic Transference: A Computational Theory of Metaphors and Analogies, *Cognitive Science*, *11*, pp. 445-480 (1987).
13) Indurkya, B.: On the Role of Interpretive Analogy in Learning, in *Proceedings of the 1'st int. workshop on Algorithmic Learning Theory* (*ALT '90*), pp. 174-189 (1990).
14) Iwayama, N., Satoh, K. and Arima, J.: A Formalization of Generalization-Based Analogy in General Logic Programs, in *Proceedings of the 10th European Conference on Artificial Intelligence* (*ECAI '92*), pp. 129-133 (1992).
15) Kedar-Cabelli, S.: Purpose-Directed Analogy, in *the 7th Annual Conference of the Cognitive Science Society*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 150-159 (1985).
16) Melis, C. and Melis, E.: Some Considerations about Formalization of Analogical Reasoning, *All '86* (Jantlce, K. P. (Ed.) *Lecture Notes in Computer Science 265*), pp. 125-134 (1986).
17) Orihara, R.: Analogical Reasoning as a Form of Hypothetical Reasoning and Justification-Based Knowledge Acquisition (Preliminary Report), in *Proceedings of the 2'nd workshop on Algorithmic Learning Theory* (*ALT '91*), pp. 243-254 (1991).
18) Pötschke, D.: Analogical Reasoning Using Gragh Transformations, *All '86* (Jantlce, K. P. (Ed.) *Lecture Notes in Computer Science 265*), pp. 135-144 (1986).
19) Takahara, Y. and Takahashi, S.: General Framework of Structural Similarity between System Models, *Int. J. Systems Science*, *22*(*1*), pp. 17-32 (1991).
20) Winston, P. H.: Learning Principles from Precedents and Exercises, *Artificial Intelligence 19*, No. 3 (1982).

（平成5年1月11日受付）

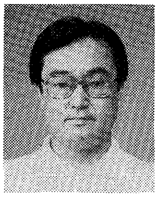


有馬 淳（正会員）
1984年京都大学工学部情報工学科卒業．86年同大学大学院修士課程修了．同年(株)富士通入社．同年(財)新世代コンピュータ技術開発機構へ出向．92年10月より(株)富士通研究所（国際研），人工知能全般に興味をもつが，現在は類推，帰納，説明などの論理的測面の研究に従事．91年人工知能学会全国大会優秀論文賞，92年同学会研究奨励賞受賞．人工知能学会，ソフトウェア科学会各会員．



高橋 真吾

1984 年東京工業大学工学部卒業. 1989 年同大学院総合理工学研究科博士課程修了. 理学博士. 現在, 東京工業大学大学院システム科学専攻助手. 複雑系の数理的定式化に興味をもつ. 現在は特に, モデル間の類似性, モデリング理論, 自律分散システム, 自己言及システムなどの研究に従事. 計測自動制御学会, 経営情報学会, 日本オペレーションズリサーチ学会など各会員.



原口 誠 (正会員)

1976 年九州大学理学部数学科卒業. 1978 年同大学院修士課程修了. 1978 年鹿児島大学理学部数学科助手. 1981 年九州大学理学部基礎情報学研究施設助手. 1984 年理学博士 (九州大学). 1987 年東京工業大学大学院総合理工学研究科助教授. 現在に至る. 論理, 人工知能の基礎, 法的推論機構の研究に従事する. 人工知能学会, ソフトウエア科学会各会員.