

# 敗者復活型分岐限定法による 首都圏電車網第k最低料金経路探索システム

加藤 誠巳 吉野 美喜男

上智大学 理工学部 電気・電子工学科

首都圏の電車網は近年極めて複雑化し、出発駅と目的駅の間に多数の経路が考えられるようになつた。更に運賃については、JRと他の私鉄・地下鉄との格差が広がり、利用者が距離的に短い経路を選択しても、その経路が必ずしも安い経路であるとは限らない状態になっている。このため短時間、低料金かつ少ない乗り換え回数で目的駅に行くことができる経路を探索することが望まれる。

本稿では、最適経路の一つとして考慮すべきである第k最低料金経路の探索手法と、これを実際に首都圏電車網に適用した結果について御報告する。既に御報告した手法では最低(k=1)料金経路のみの探索であったが、これを改良した“敗者復活型分岐限定法”と名付けた手法によって第k番目まで最低料金経路の探索を可能としている。

敗者復活型分岐限定法は、枝刈りを使用した分岐限定法の拡張であり、枝刈りの利点を生かしたまま第k番目までの最適解を探索する手法である。本手法は効率の良い枝刈り・枝止めにより枝が爆発的に増大することを回避できるので、料金経路探索だけでなく、他の第k番目までの最適解を求めるため応用用途にも適用可能であると考えられる。

The k-th Minimal Fare Route Search System for the Metropolitan Railway Networks  
through "The Revival-type Branch and Bound Method"

Masami KATO, Mikio YOSHINO  
Faculty of Science and Technology, Sophia University  
7-1, Kioi-cho, Chiyoda-ku, Tokyo, 102 Japan

Recently the railway networks around Tokyo area have become so complicated that a casual passenger cannot find the optimum route from his station of origin to that of destination. The authors have already proposed a system for finding the minimal fare route in such networks. That system, however, cannot give the second best one.

In this paper, a system for searching the k-th minimal fare route is proposed, which advantageously employs a method designated as "the revival-type branch and bound method". Several minimal fare routes are demonstrated as examples.

## 1. はじめに

首都圏の電車網は近年極めて複雑化し、出発駅と目的駅の間に多数の経路が考えられるようになった。更に運賃については、JRと他の私鉄・地下鉄との格差が広がり、利用者が距離的に短い経路を選択しても、その経路が必ずしも安い経路であるとは限らない状態になっている。また、JRでは特定区間、支線幹線方式等を採用し、各会社間で乗継ぎ割り引きが設けられ、割増し区間を持つ会社が存在する等のため、運賃計算も非常に複雑化している。このため短時間、低料金かつ少ない乗り換え回数で目的駅に行くことができる経路を探索することが望まれる。

本稿では、最適経路の一つとして考慮すべきである第k最低料金経路の探索手法と、これを実際に首都圏電車網に適用した結果について御報告する。既に御報告した手法<sup>(1)(2)</sup>では最低(k=1)料金経路のみの探索であったが、これを改良した“敗者復活型分岐限定法”と名付けた手法によって第k番目まで最低料金経路の探索を可能としている。

## 2. 敗者復活型分岐限定法

まず、本システムが第k最低料金経路の探索に用いている“敗者復活型分岐限定法”について説明する。従来は最低(k=1)料金経路のみの探索であったが、この手法により第k番目までの経路探索が可能となった。

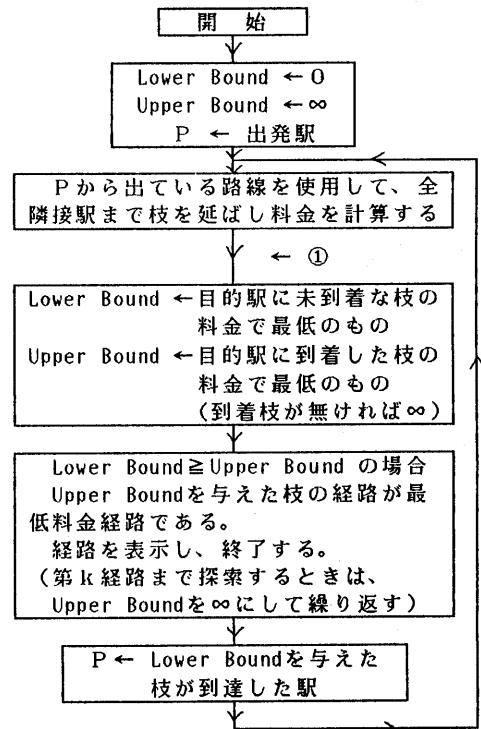
### 2.1. Best First Searchによる分岐限定法

敗者復活型分岐限定法はBest First Searchによる分岐限定法<sup>(1)(2)</sup>を改良・拡張した手法であると考えられる。

まず、Best First Searchによる分岐限定法について最低料金経路探索を例にして説明する。フロー・チャートは図-2.1のようになる。この図から分かるように、この手法はBest Firstにより次に延ばす枝Pを選択し、枝を延ばす毎にLower BoundとUpper Boundがそれぞれ増加、減少し、最低料金経路の存在するであろう範囲を狭めることにより最低料金経路を探索するものである。この手法により経路探索を実行すれば、必ず最低料金経路を探索することができる。もし、第二経路を求めなければ第一経路探索終了後にUpper Boundを無限大にして同じことを繰り返せば良い。

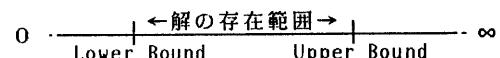
しかし、首都圏の電車網のように非常に複雑なネットワークであると枝が爆発的に増加し、計算機で経路探索をするとメモリが不足するか、実用的時間内に探索できないことは明かである。そこで図-2.1の①の位置で不要な枝を刈る作業を行い、枝の爆発的な増加を食い止めなくてはならない。だが、この様にすると、もはや第二経路以上は正確に求めることができない。なぜ

なら、第二経路が刈られてしまい第三経路が残っていると、第三経路が第二経路として発見されてしまうからである。



【図-2.1】

Best First Searchによる分岐限定法を用いた最低料金経路探索のフロー・チャート



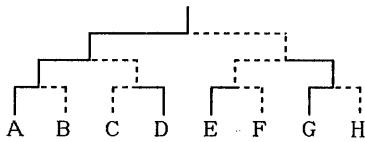
【図-2.2】

解の存在範囲と上限・下限

### 2.2. 敗者復活型分岐限定法

この様に枝刈りはその性質により第一最適解の探索の際には非常に有効である一方、第二最適解以上の正確な探索を不可能してしまう。この枝刈りの利点のみを残し、第k番目までの最適解探索を可能にしたのが“敗者復活型分岐限定法”である。まず、枝刈りの意味を考えてみると枝iが枝jにより刈られるのは、枝iが枝jよりも明らかに悪い場合であり、刈った枝と刈られた枝の間に枝同士の“優劣”が成立していることになる。この関係はそのまま枝i、枝jが先頭である途中解の間の“優劣”的関係と見なすことができる。（解または途中解は、

複数本の枝の一次元的な並びにより示される。  
例：解 $x=\{枝_i, 枝_j, \dots, 枝_m, 枝_n\}$  多数の枝又は多数の途中解の間の関係は図-2.3に示すような形にモデル化できる。（A～Hが途中解に当たる。）これはスポーツの試合などでもよくあるトーナメントであると見なすことができる。しかし、トーナメントの良くない点は第二位が第一位に決勝で敗れた者になることであり、実力は第一位に準決勝で敗れた者の方が決勝で敗れた者より優れているかもしれない。この不正確な点をなくすには、第一位に敗れたもの同士で第二位決定のためのトーナメントを行えば良い。つまり図-2.3の場合は、第二位は第一位であるAに敗れたB、D、Gによりトーナメントで決めればよい。



【図-2.3】  
トーナメント図

そこで、この“厳密なトーナメントの原理”を枝刈りをする Best First Searchによる分岐限定法に持ち込めば第  $k$  番目までの最適解探索が可能となる。つまり、Best First Search による分岐限定法で第一最適解を求める際に枝  $i$  が枝  $j$  に刈られたことを記憶しておき、第一最適解を構成する枝により刈られた枝を元に戻して、同様に第二最適解を探索すれば間違いなく第二最適解を探索することができる。

ところで、第  $k$  番目までの最適解探索では、不要な枝が大きく分けて二種類生じる。つまり、

X：全く不要な枝、即ち  
解として不適当な枝

Y：現在の探索( $k$  番目)に不要な枝、即ち  
第( $k+1$ )最適解となる可能性がある枝

の二種類である。そこで、今までの“枝刈り”を新たに“枝刈り”と“枝止め”の二種類に分けて、次のように定義する。

**枝刈り**：上の X に当たる枝に対して使用される。「枝  $i$  を刈る」と言った場合、枝  $i$  は永久に捨て去らることを示す。

**枝止め**：上の Y に当たる枝に対して使用される。「枝  $j$  を止める」と言った場合、枝  $j$  は現在（第  $k$ ）の探索においてはこれ以上延びない。しかし、第  $n$  最適解( $n>k$ )の探索時には延びる可能性がある。

更に、次の用語を定義する。

- 活性枝**：更に延ばされる可能性のある枝
- 死枝**：枝刈りにより刈られた枝、即ち活性枝になることはない枝
- 不活性枝**：枝止めにより止められた枝、即ち活性枝になる可能性がある枝
- 可止枝**：他の枝を止められる活性枝
- 不可止枝**：他の枝を止められない活性枝
- 復活**：不活性枝を他の枝を止められること

これにより、敗者復活型分岐限定法は次のようにその手順を示すことができる。ここで、次の最適解（第( $k+1$ )）の探索に必要な枝とは、第  $k$  最適解を構成する各枝（枝 $1,1$ ～枝 $1,n_1$ ）が止めた枝と、枝 $1,1$ ～枝 $1,n_1$ が刈った枝が先頭である途中解を構成する枝（枝 $2,1$ ～枝 $2,n_2$ ）が止めた枝と、枝 $2,1$ ～枝 $2,n_2$ が刈った枝が先頭である途中解を構成する枝（枝 $3,1$ ～枝 $3,n_3$ ）が止めた枝と、……である。図-2.4を例にすると、次の探索に必要な枝は、枝 A、D、I、P の 4 本である。（枝 N は必要ない。）

#### 敗者復活型分岐限定法の手順

##### 《第一最適解探索時》

枝  $i$  を止める時には枝  $i$  が枝  $j$  により止められたことを憶えておく。

枝  $n$  を刈る時には、枝  $n$  が枝  $m$  により刈られたことを憶えておく。

↓

##### 《第一最適解発見》

第一最適解を表示する。

第一最適解を構成する各枝を不可止枝にする。

次の最適解の探索に必要な枝のみ復活する。

↓

##### 《第二最適解探索時》

枝  $i$  を止める時には枝  $i$  が枝  $j$  により止められたことを憶えておく。

枝  $n$  を刈る時には、枝  $n$  が枝  $m$  により刈られたことを憶えておく。

↓

##### 《第二最適解発見》

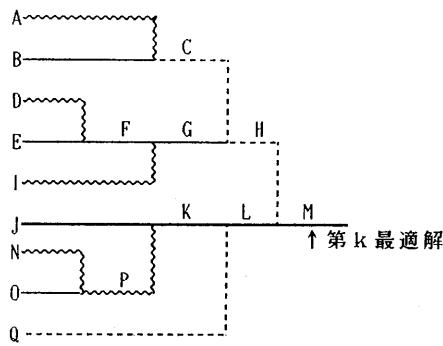
第二最適解を表示する。

第二最適解を構成する各枝を不可止枝にする。

次の最適解の探索に必要な枝のみ復活する。

↓

... ...



- : 第 k 最適解, {…JKLM…}
- ~~~ : 不活性枝
- : 死枝
- : 第 k 最適解となり得る可能性のあった枝
- A~Q : 枝の名前

【図-2.4】

#### 復活すべき枝

各枝は左から右に延びてきたとする。  
交わった所で枝止め、枝刈りが生じたとする。

### 3. 第 K 最低料金経路探索システム

本節では、敗者復活型分岐限定法を首都圏電車網に適用することにより実現した首都圏電車網第 K 最低料金経路探索システムについて述べる。

#### 3.1. 対象とした首都圏電車網

本システムは図-3.1に示すように木更津、成田、土浦、小山、熊谷、奥多摩、大月、御殿場、小田原で囲まれる範囲の全ての私鉄・地下鉄を含む首都圏の電車網を対象としている。



【図-3.1】

対象とした首都圏電車網

この対象とする電車網に含まれる会社（私鉄・地下鉄）、それらの路線、及び駅の総数は、  
 総会社数：18会社  
 総路線数：85路線  
 総駅数：1067駅

であり、この電車網を表現するためのネットワークは、二駅間の各路線を、一路線当たり二本の有向リンクで表しており、徒歩移動も考慮しているので、

総ノード数：1067個  
 総有向リンク数：約2600本

のネットワークとなる。有向リンクは駅間の営業キロを100メートル単位で表している。但し、徒歩リンクについては徒歩時間を1分単位で表している。

#### 3.2. 考慮した運賃計算

本システムは現在行われている運賃計算規則を全て取り入れている。それらを以下に示す。

##### A. 運賃計算経路

ある会社線内で乗車駅と降車駅の間に複数の経路が存在する場合、運賃計算は実際の乗車経路ではなく最短経路によって計算するのが一般的で、首都圏の各鉄道会社もこの方法で運賃を計算することになっている。但し、乗車区間に割増し区間がある場合等は、乗車経路によって計算用の経路が異なる。

##### B. JR線の運賃計算

JRの運賃計算は非常に複雑になっている。ここでは近郊区間内を考えるので運賃計算経路は最短経路である。

次のa)~d)の乗車形式の場合は、各々異なる運賃対距離の表をひくことになっている。

- a) 山手線内のみを乗車した場合
- b) E電区間のみを乗車した場合
- c) 幹線のみを乗車した場合
- d) 地方交通線のみを乗車した場合

また、幹線と地方交通線をあわせて乗車した場合は次のように計算する。

- e1) 営業キロの合計が10キロまでの場合

両者の営業キロの和から地方交通線の運賃対距離表により求める

- e2) 営業キロの合計が10キロを越える場合

幹線の営業キロと地方交通線の換算キロの和（運賃計算キロ）から幹線の運賃対距離表により求める

更に、下のように定められている区間がある。

- f) 特定区間

営業キロ等とは関係なく発着駅により特別に定められた運賃となる

##### C. 割増し区間

次ページに示したように、割り増し区間を設けている会社が多数ある。割り増し額の計算法は様々である。

- a) 小田急電鉄 多摩線
- b) 京王帝都 相模原線の一部
- c) 京成電鉄 京成成田～成田空港 間
- d) 京浜急行 三崎口～京浜久里浜以遠 間
- e) 相模鉄道 いずみの線
- f) 西武鉄道 西武有楽町線
- g) 東京急行 新玉川線

#### D. 乗継ぎ割り引き

二つの会社線を乗り継ぐ利用者のために、この二社間で乗継ぎ割り引きが設けられている区間がある。また、特殊な乗継ぎ割り引きとしては、次のE.で挙げるものがある。

#### E. 営団～都営間の乗継ぎ割り引き

営団～都営間の乗継ぎ運賃の計算は他の場合と異なり、営団線と都営線の運賃を加算して最も低額となる経路の額から40円を差し引くことにより計算される。このため、運賃計算に用いる経路の会社間の乗換駅と乗車経路のそれは、異なることがある。（各々の会社線内の運賃は最短経路で計算される）

#### F. 北千住～綾瀬について

北千住～綾瀬間はJRと営団の路線が平行して走っているので、以下のように二社間で取り決めが成されている。但し、一度ある駅で降車した場合は適用されない。

##### a) 北千住～綾瀬間の運賃

営団またはJRの安い方の運賃とする。

##### b) 綾瀬または北千住で乗り継いだ場合

北千住で乗り継いだものとして運賃の計算を行う。

#### G. 前後通算

前後通算とは、JRと営団の路線をJR線→営団線→JR線の順に乗車したとき、前後で使用したJR線の乗車距離を合計し、あたかもJR線を続けて乗車したように運賃を計算する方法である。前後通算は、JRと営団の間で定められた条件を満たす場合に限り適用される。

#### 3.3. 枝に持たせたデータ

この節では、枝の保存形式について述べる。

#### A. 活性枝に持たせたデータ

前節に示した運賃計算を実現するために、各活性枝には次に示す17個のデータを持たせてある。更に、枝止めのために各活性枝は、他の枝を止てよい枝であるか示す（可止枝か不可枝か示す）データも持っている。

##### 《活性枝に持たせたデータ》

1. 現在の駅番号
2. 前の駅番号
3. 徒歩時間の累積
4. 現在の路線番号
5. 現在の会社番号
6. 前の会社番号

7. 現在の駅までの料金
8. 前の会社線までの料金
9. 現在の会社線内での料金
10. コストを含めた7
11. コストを含めた8
12. 枝の属性（国鉄の運賃計算用）
13. 現在の会社線に乗り換えた駅
14. 前の会社線に乗り換えた駅
15. 現在の会社線内での距離
16. 前の会社線内での距離
17. 現在の会社線内での割増し区間の距離

#### B. 不活性枝の保存

枝止めにより止められた枝は全て保存し、更にその枝を止めた枝も憶えておく必要がある。しかし、不活性な枝の数は非常に多い（本システムでは総枝数の約2/3である。）ので、そのまま保存しておくと枝止めの意味が半減してしまう。そこで、不活性枝は以下に示した形式で保存している。この様に保存することにより不活性枝の保存に必要なデータは活性枝のそれに対しても、約3/（17+1）で済む。但し、復活する時に枝をその枝が“延びていた方向”に再度延ばす必要がある。

##### 《不活性枝の保存形式》

1. 枝の親に当たる枝番号
2. 枝が延びていた方向
3. 枝を止めた枝番号

#### 3.4. 枝刈り、枝止めの条件

本節では、枝刈り・枝止めの条件として本システムが使用している条件とその意味について述べる。

#### A. 枝刈りの条件

同一会社線内では任意の駅間の料金は原則として最短経路で計算される。このため、最短経路以外の経路は不要になるので刈っている。しかし、割増し区間や乗継ぎ割り引き等があると最短の経路が最低料金であるとは限らないのでこのことも考慮して、他の枝に対して次の条件(1)～(4)が成立する枝を刈っている。

##### 《枝刈りの条件》

- (1) 現在の駅に到着した会社線が同じ
- (2) 現在の会社線に乗り換えた駅が同じ
- (3) 現在の会社線内での料金が高いか同じ
- (4) 現在の会社線内の距離が長い（又は、現在の会社線内の距離が同じで、現在の会社線に乗り換えるまでの経路が全く同じである）

また、本システム内の枝刈りのチェックは下に示す二つの時点で行っている。

#### 1. 枝を延ばした時

ある駅に新たに到着した枝が既に到着している枝に対して枝刈りの条件を満たす時、新たに到着した枝を刈る。

## 2. 枝を延ばす時

延ばそうとする枝がこの枝より後から現在の駅に着いた枝に対して枝刈りの条件を満たす時、延ばそうとする枝を刈る。

## B. 枝止めの条件

効率の良い枝止めの条件として参考文献(1), (2)で説明されている条件[1], [3], [5]に条件[2], [4]を加えて、以下に示す条件[1]～[5]が、他の枝に対して成立する枝を止めている。枝止めは、ある駅に新たに到着した枝が既に到着している枝に対して枝止めの条件を満たす時に行われ、新たに到着した枝が止められる。

条件[4]の必要な理由は前の枝刈りの条件の場合と同じである。つまり、割増し等のために同一会社内で短距離・高運賃の経路と長距離・低運賃の二経路が生じる可能性があるためである。また、条件[2]が必要な理由は、第k最低料金経路を探索中に第k最低料金経路となるであろう経路が、第1～(k-1)最低料金経路の一部から“派生”した経路により止められてしまう可能性があるためである。

### 《枝止めの条件》

- [1]現在の駅に到着した会社線が同じである
- [2]同じ方向から現在の駅に到着した  
(一つ前の駅が同じである)
- [3]現在の会社線に乗り換える迄の料金が高いか同じ
- [4]現在の会社線内での料金が高いか同じ
- [5]現在の会社線内での距離が長いか同じ

### 3.5. 例による手法の説明

敗者復活型分岐限定法による第k最低料金経路探索のフロー・チャートは、図-3.2のようになる。

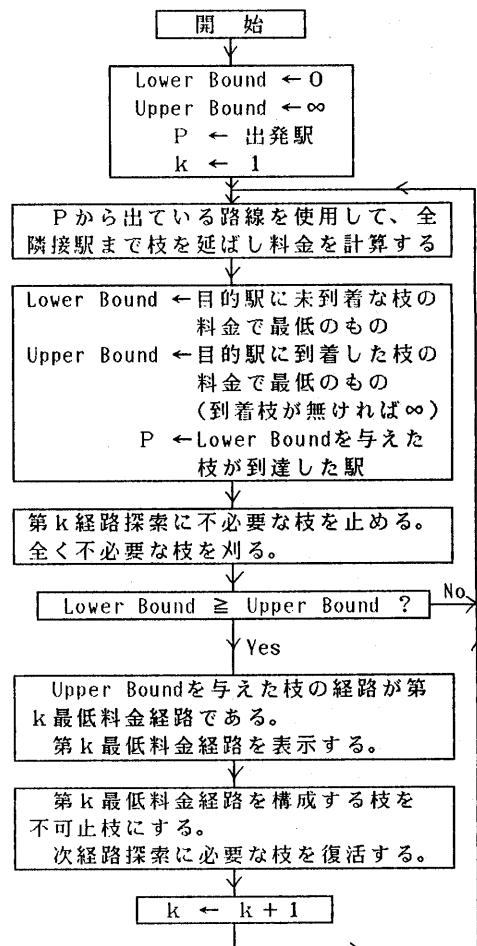
次に、この手法を具体的な例を挙げて説明する。図-3.3のモデル電車網を例にする。ここで、各会社の運賃体系を表-3.1に示すように定める。

駅②から駅⑪に至る第k最低料金経路を探査する場合を考える。まず、駅②より出ている各会社線を用いて、次の乗り換え可能な駅①及び駅③まで行ったとして、その料金を計算する。

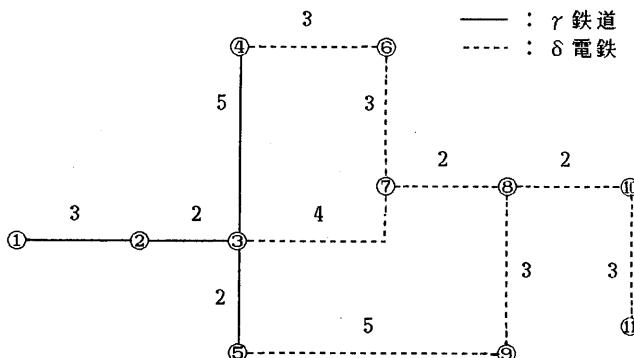
(料金経路の探索に於て、乗り換えられない駅は無いのと同じであるから、枝を延ばすときには常に次の乗り換え可能な駅まで枝を延ばすようにしている。) 二つの枝②-①(枝1)、②-③(枝2)は同じ累積料金であるが、無作為に②-③(枝2)を選び、更に駅④、⑤、⑦まで延ばす。(図-3.4の探索木を参照) ここで、②-①は駅②よりγ鉄道の路線で駅①まで行く経路を表し、同様に②-③…⑦は、駅②よりδ電鉄の路線で駅③へ行き、更に駅③よりδ電鉄の路線で駅⑦まで行く経路を表している。次にBest First Searchを行うので累積料金が最低である②-①(枝1)を延ばそうとするが行き

止まりなので結果的に延びない。同様に、②-③-⑤、②-③-④、②-③…⑦の順に延ばす。更に同様に、②-③-⑤…⑨、②-③…⑦…⑥、②-③…⑦…⑧、②-③-④…⑥の順に延ばす。ここで残っている経路は下の5経路である。

経路A<sub>0</sub> : ②-③-④…⑥…⑦  
先端枝:14、料金合計:¥280  
経路B<sub>0</sub> : ②-③-⑤…⑨…⑧  
先端枝:10、料金合計:¥260  
経路C<sub>0</sub> : ②-③…⑦…⑥…④  
先端枝:11、料金合計:¥260  
経路D<sub>0</sub> : ②-③…⑦…⑧…⑨  
先端枝:12、料金合計:¥260  
経路E<sub>0</sub> : ②-③…⑦…⑧…⑩  
先端枝:13、料金合計:¥260



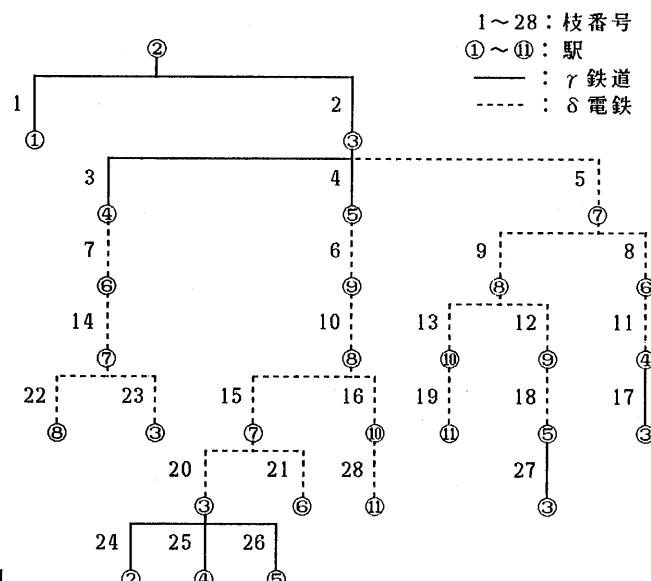
【図-3.2】  
敗者復活型分岐限定法による  
第k最低料金経路探索のフロー・チャート



【図-3.3】  
モデル電車網

【表-3.1】  
各社の運賃体系

γ 鉄道	δ 電鉄		
距離 (km迄)	運賃 (円)	距離 (km迄)	運賃 (円)
4	100	4	120
6	120	7	140
8	140	10	160
10	160	15	190
--	---	20	220



【図-3.4】  
例の場合の探索木図

累積料金が最低の経路が複数あるが、無作為に経路  $B_0$ 、 $C_0$ 、 $D_0$  をこの順に延ばし、それぞれ経路  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $C_1$ 、 $D_1$  を得る。

- 経路  $B_1$  : ② - ③ - ⑤ ... ⑨ ... ⑧ ... ⑦  
先端枝: 15、料金合計: ¥260
- 経路  $B_2$  : ② - ③ - ⑤ ... ⑨ ... ⑧ ... ⑩  
先端枝: 16、料金合計: ¥260
- 経路  $C_1$  : ② - ③ ... ⑦ ... ⑥ ... ④ - ③  
先端枝: 17、料金合計: ¥380
- 経路  $D_1$  : ② - ③ ... ⑦ ... ⑧ ... ⑨ ... ⑤  
先端枝: 18、料金合計: ¥290

このとき、経路  $B_2$  (先端は枝 16) は駅 ⑩において経路  $E_0$  を構成する枝の一つである枝 13 により止められる。次に経路  $E_0$  を延ばし経路  $E_1$

(先端は枝 19) を得るが、 $E_1$  は駅 ⑪に到着し、Upper Bound が 290 円となる。

- 経路  $E_1$  : ② - ③ ... ⑦ ... ⑧ ... ⑩ ... ⑪  
先端枝: 19、料金合計: ¥290

そして、経路  $B_1$  を延ばすことにより経路  $B_3$ 、 $B_4$  を、経路  $A_0$  を延ばして経路  $A_1$ 、 $A_2$  を新たに得る。しかし枝 21 (経路  $B_4$ ) は枝 8 により、枝 22 (経路  $A_1$ ) は枝 9 により それぞれ不活性化される。

- 経路  $B_3$  : ② - ③ - ⑤ ... ⑨ ... ⑧ ... ⑦ ... ③  
先端枝: 20、料金合計: ¥290
- 経路  $B_4$  : ② - ③ - ⑤ ... ⑨ ... ⑧ ... ⑦ ... ⑥  
先端枝: 21、料金合計: ¥290

経路 A<sub>1</sub> : ② - ③ - ④ ... ⑥ ... ⑦ ... ⑧  
先端枝: 22、料金合計: ¥300

経路 A<sub>2</sub> : ② - ③ - ④ ... ⑥ ... ⑦ ... ⑨  
先端枝: 23、料金合計: ¥300

さて、状況を整理してみると下のようになる。

活性な経路 : A<sub>2</sub>(¥300)、B<sub>3</sub>(¥290)、  
C<sub>1</sub>(¥380)、D<sub>1</sub>(¥290)

不活性な経路 : A<sub>1</sub>(枝 9 により不活性化)、  
B<sub>2</sub>(枝 13 により不活性化)、  
B<sub>4</sub>(枝 8 により不活性化)

到着経路 : E<sub>1</sub>(¥290)

これで、最低料金経路 E<sub>1</sub> が求められたことになる。しかし、本システムでは同じ料金である最低料金経路が複数あるときを考慮し、全ての活性な経路の料金が、目的駅に到着した経路の中で最低である料金を越えるまで上述の探索を繰り返す。この例の場合は、更に経路 B<sub>3</sub>、D<sub>1</sub> を延ばす。これにより下の4つの経路が生じる。(枝 25 (経路 B<sub>6</sub>) は距離が枝 3 より短いので止められない、同様に枝 26 (経路 B<sub>7</sub>) も距離が短いので枝 4 により不活性化されない。)

経路 B<sub>5</sub> : ② - ③ - ⑤ ... ⑨ ... ⑧ ... ⑦ ... ③ - ②  
先端枝: 24、料金合計: ¥390

経路 B<sub>6</sub> : ② - ③ - ⑤ ... ⑨ ... ⑧ ... ⑦ ... ③ - ④  
先端枝: 25、料金合計: ¥410

経路 B<sub>7</sub> : ② - ③ - ⑤ ... ⑨ ... ⑧ ... ⑦ ... ③ - ⑤  
先端枝: 26、料金合計: ¥390

経路 D<sub>2</sub> : ② - ③ ... ⑦ ... ⑧ ... ⑨ ... ⑤ ... ③  
先端枝: 27、料金合計: ¥390

活性な経路 : A<sub>2</sub>(¥300)、B<sub>5</sub>(¥390)、  
B<sub>6</sub>(¥410)、B<sub>7</sub>(¥390)、  
C<sub>1</sub>(¥380)、D<sub>2</sub>(¥390)

不活性な経路 : A<sub>1</sub>(枝 9 により不活性化)、  
B<sub>2</sub>(枝 13 により不活性化)、  
B<sub>4</sub>(枝 8 により不活性化)

到着経路 : E<sub>1</sub>(¥290)

これで、Lower Bound は 300 円となるので、E<sub>1</sub> が第一最低料金経路となる。次に第二最低料金経路の探索になるが、探索を開始する前に E<sub>1</sub> を構成する枝である枝 2、5、9、13、19 が次の探索で枝を止めないように不可止枝とし、更にこれらの枝が不活性とした枝を復活する。この例の場合は枝 16 (経路 B<sub>2</sub>)、枝 22 (経路 A<sub>1</sub>) が復活される。現状は次のようになる。

活性な経路 : A<sub>2</sub>(¥300)、B<sub>5</sub>(¥390)、  
B<sub>6</sub>(¥410)、B<sub>7</sub>(¥390)、  
C<sub>1</sub>(¥380)、D<sub>2</sub>(¥390)、  
A<sub>1</sub>(¥300)、B<sub>2</sub>(¥260)

不活性な経路 : B<sub>4</sub>(枝 8 により不活性化)

Upper Bound を無限大とし、第一経路探索と同じ手順で探索を進める。まず、B<sub>2</sub>を延ばす。B<sub>2</sub>から生じた B<sub>8</sub> : ② - ③ - ⑤ ... ⑨ ... ⑧ ... ⑩ ... ⑪ (290 円、先端枝: 28) が到着し、Upper Bound が 290 円 (Lower Bound は 300 円) となるので B<sub>8</sub> が第二最低料金経路となる。

同様に、第三最低料金経路の探索に入る前に B<sub>8</sub> を構成する枝を不可止枝とし、更にこれらの枝により止められた枝を復活 (枝 21 (経路 B<sub>4</sub>) が復活される。) し、全く同じ方法で次経路を探索すれば第三最低料金経路も発見できる。

### 3.6. 第 k 最低料金経路探索における注意点

本節では第 k 最低料金経路探索において、特に注意すべき点とその対応法について述べる。

#### A. 到着枝のあつかい

最低 (k=1) 料金経路だけを探索するときは目的駅に到着した枝を更に延ばす必要はない。しかし、第 k 番目までの経路の探索では、次経路探索のためには同一会社線内での最短距離経路が運賃計算に使用されるため、目的駅に到着した枝も現在の会社線内だけは先に延ばす必要がある。

#### B. 閉ループのあつかい

閉ループのある経路は乗車経路としては適切でないので、不要な経路である。しかし、閉ループになった経路が不活性化した経路は適切な経路であるかもしれない。この理由により、本システムでは閉ループのある経路も他の経路と同様に延ばし、第 k 最低料金経路の候補になった時点で閉ループのある経路であるかチェックし、閉ループのある経路の場合は表示せず (第 k 最低料金経路にしない) にこの経路が不活性化した経路のみ復活する様にしている。閉ループ経路は探索中にいたる所で生じる可能性があるが、その大部分は枝刈り・枝止めにより死枝又は不活性枝になるので、枝は爆発的に増えない。

#### 3.7. 特別モード

本システムは、降車する必要のない駅で降車することにより運賃の合計が安くなる場合を考慮し、途中降車して切符を買い直すことを許容するモードを設けている。このモードを特別モードと呼ぶ。

特別モードは、次の二点が通常のモードと異なっている。

1. 枝を乗り換え可能駅・不可能駅に関係なく一駅ずつ延ばす。
2. 各枝から、到着した駅で降車する枝とそのまま延びる枝の二種類の枝を生成する。

#### 4. 探索例

本システムで、第  $k$  最低料金経路探索をした例を以下に示す。この例では駅名の異なる2駅を徒歩で移動することはしない（徒歩時間 = 0分）ものとしている。計算機としては16ビットのパーソナル・コンピュータ（PC-9801VM2, メモリ 640kB）を使用した。例3は、特別モードでの探索例であり、使用できる会社線をJR線のみに限定して探索したものである。計算所要時間は数秒～数十秒であり十分実用的であると考えられる。

例1：池袋→拝島

第1経路：池袋～[西武池袋線]～所沢～[西武新宿線]～東村山～[西武国分寺線]～小川～[西武拝島線]～拝島  
運賃合計：330円（総枝数：約2700本、不活性経路数：約1500、CPU-TIME：約12秒）

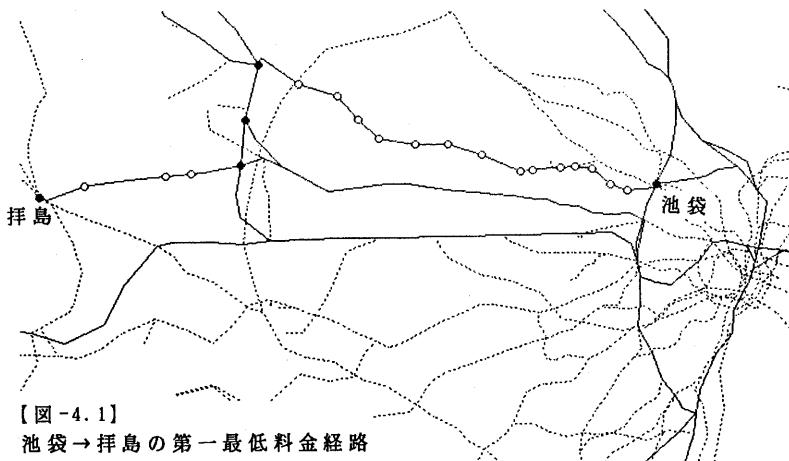
第2経路：池袋～[山手線]～高田馬場～[西武新宿線]～小平～[西武拝島線]～拝島  
運賃合計：390円（総枝数：約3500本、不活性経路数：約2000、CPU-TIME：約4秒）

第3経路：池袋～[有楽町線]～飯田橋～[東西線]～高田馬場～[西武新宿線]～小平～[西武拝島線]～拝島  
運賃合計：410円（総枝数：約3700本、不活性経路数：約2100、CPU-TIME：約1秒）

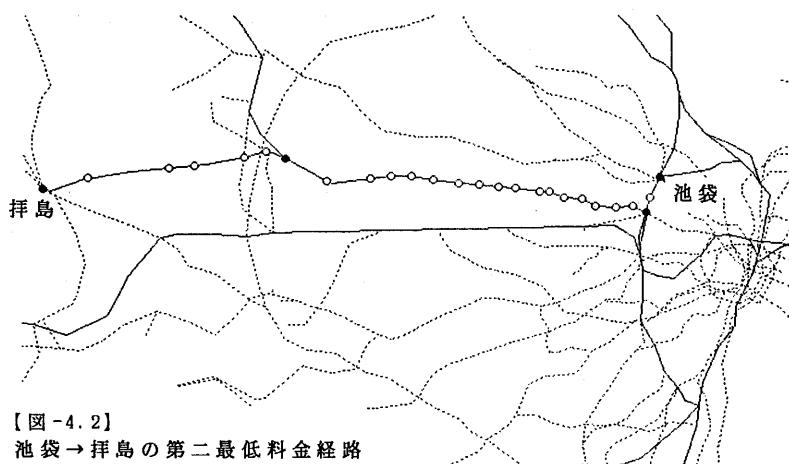
第4経路：池袋～[西武池袋線]～所沢～[西武新宿線]～東村山～[西武国分寺線]～国分寺～[中央線]～立川～[青梅線]～拝島  
運賃合計：470円（総枝数：約4400本、不活性経路数：約2500、CPU-TIME：約4秒）  
... ... ... ... ...

第16経路：池袋～[山手線]～新宿～[中央線]～立川～[青梅線]～拝島

運賃合計：590円（総枝数：約6000本、不活性経路数：約3500）



【図-4.1】  
池袋→拝島の第一最低料金経路



【図-4.2】  
池袋→拝島の第二最低料金経路

### 例 2： 萩窓→千葉

第1経路：萩窓～[常磐線]～西船橋～[総武線]～千葉

運賃合計：540円（総枝数：約5000本、不活性経路数：約2800、CPU-TIME：約24秒）

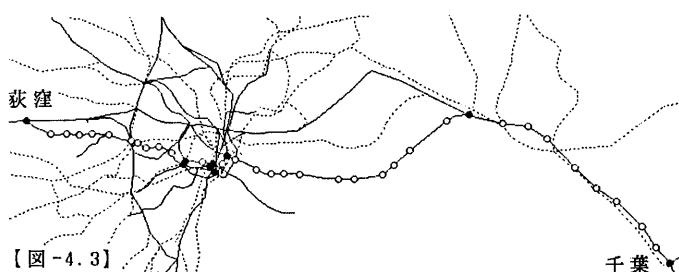
第2経路：萩窓～[中央線]～中野～[常磐東西線]～西船橋～[総武線]～千葉

運賃合計：620円（総枝数：約5600本、不活性経路数：約3300、CPU-TIME：約3秒）

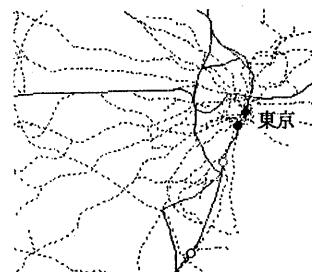
運賃は、前後通算を適用したものである。

第3経路：萩窓～[中央線]～四谷～[常磐線]～西船橋～[総武線]～千葉

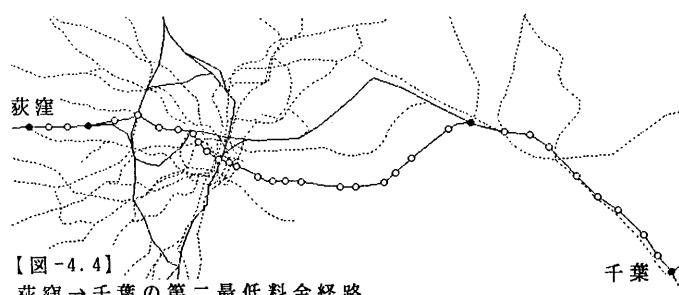
運賃合計：690円（総枝数：約6000本、不活性経路数：約3500、CPU-TIME：約2秒）



【図-4.3】  
萩窓→千葉の第一最低料金経路



【図-4.5】  
久里浜→東京の第一最低料金経路  
(特別モードでJRのみ使用可能)



【図-4.4】  
萩窓→千葉の第二最低料金経路

### 例 3： 久里浜→東京（特別モードでJR線のみ使用）

第1経路：久里浜～[横須賀線]～戸塚～[東海道本線]～新橋〔降車〕～[東海道本線]～東京

運賃合計：970円（総枝数：約5000本、不活性経路数：約2600、CPU-TIME：約28秒）

第2経路：久里浜～[横須賀線]～鎌倉〔降車〕～[横須賀線]～戸塚～[東海道本線]～横浜〔降車〕

～[東海道本線]～川崎～[京浜東北線]～蒲田〔降車〕～[京浜東北線]～品川～[東海道本線]～東京

運賃合計：990円（総枝数：約6000本、不活性経路数：約3200、CPU-TIME：約8秒）

この例を途中降車なし（切符の買い直しなし）で探索すると、最低料金経路の料金は次のようになる。  
JRのみ使用した場合：1150円

全会社使用可能な場合：960円（歩きを許容すると630円）

## 5. むすび

首都圏電車網第k最低料金経路探索システムについて述べ、その探索手法である“敗者復活型分岐限定法”について説明した。本手法は効率の良い枝止めを行うことにより枝が爆発的に増大することを回避できるので、料金経路探索だけでなく、他の第k番目までの最適解を求めたい応用用途にも適用可能であると考える。

最後に、運賃計算規則に関する資料の収集・提供に御協力いただいた運輸省運輸政策局ならびに帝都高速度交通営団の関係各位に感謝の意を表する。

## 参考文献

(1)加藤、倉部：“分岐限定法を用いた都市電車網における最低料金経路探索”，  
情報処理学会第26回全国大会,GM-8(昭和58).

(2)加藤、倉部：“東京近郊電車網における最低料金経路探索システム”，  
日本シミュレーション学会,第3回シミュレーション・テクノロジー・コンファレンス,5C-1(昭和58).