カラー3次元物体の反射・透過モデルに関する基礎的検討

横井茂樹　伊藤秀幸　鶴岡信治　三宅康二
（三重大学　工学部）

1．まえがき

最近ラスター型CD装置の普及に伴い，物体の陰影画表示技術に対する要求が高まっている．物体を陰影画表示するためには，物体のモデリング，隠れ面消去，投影変換などに加えて，物体表面の陰影付与（シェーディング）技術が一つの重要な問題となる．

物体表面でのシェーディング技術の開発のためには，物体表面での光の反射・透過・屈折等をモデル化する必要があり，これらのモデル化に関しては従来いくつかの提案がある．

本研究では，既に提案されたモデルを基にして，以下の三つの項目について検討を加えた．

①．カラー物体のハイライト付与方式の検討
（Phongの拡散反射，鏡面反射（ハイライト）モデル[1]に基づく）

②．半透明物体の表示方式の検討
（Newellらの方法[2]とKayら[3]による透明感強調法に基づく）

③．金属材質感の表現方法の検討
（Blinnのモデル[4]を拡張したCookのモデル[5]に基づく）

本文では，これらのモデルから実際に三成分値（R，G，B）を計算する方式を導くとともに，良好な表示像を得るためのいくつかの修正モデルを提案する．

2．カラー物体のハイライト付与に関する検討

通常の不透明な物体の表面での光の反射は，拡散反射と鏡面反射に分けられる．このモデルとしてPhongは次式を提案した．

$$S(\lambda) = C(\lambda)\left[d+(1-d)\cos\theta\right] I(\lambda) + W(\theta)(\cos\alpha)^n I(\lambda) \qquad (1)$$

但し，

$S(\lambda)$：目に入る光のスペクトル（λ：波長）
θ：入射角度
d：背景（環境中の）光による拡散反射の係数
$W(\theta)$：鏡面反射光と入射光の比（入射角の一関数）
α：視線と反射光の間の角度
n：各材質に対する鏡面反射光をモデル化するべき乗係数
$I(\lambda)$：入射光のスペクトル
$C(\lambda)$：ある波長での物体の反射係数．

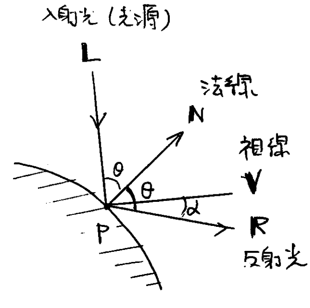


図1　物体表面での反射

上記モデルから三原色（R，G，B）の計算式を導く．
R－G－B表色系の等色関数を $\bar{r}(\lambda)$, $\bar{g}(\lambda)$, $\bar{b}(\lambda)$ とすると，三刺激値（R，G，B）は以下のように計算される．

$$R = \int \bar{r}(\lambda)\, S(\lambda)\, d\lambda$$
$$G = \int \bar{g}(\lambda)\, S(\lambda)\, d\lambda$$
$$B = \int \bar{b}(\lambda)\, S(\lambda)\, d\lambda$$

$S(\lambda)$（式(1)）を代入して，

$$R = [d+(1-d)\cos\theta] \int \bar{r}(\lambda)\, C(\lambda)\, I(\lambda)\, d\lambda + W(\theta)(\cos\alpha)^n \int \bar{r}(\lambda)\, I(\lambda)\, d\lambda$$

$$G = [d+(1-d)\cos\theta] \int \bar{g}(\lambda)\, C(\lambda)\, I(\lambda)\, d\lambda + W(\theta)(\cos\alpha)^n \int \bar{g}(\lambda)\, I(\lambda)\, d\lambda$$

$$B = [d+(1-d)\cos\theta] \int \bar{b}(\lambda)\, C(\lambda)\, I(\lambda)\, d\lambda + W(\theta)(\cos\alpha)^n \int \bar{b}(\lambda)\, I(\lambda)\, d\lambda$$

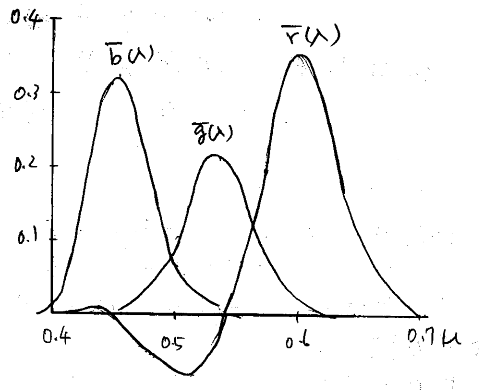


図2　R-G-B 表色系の等色関数

これより，

$$\mathbf{C} = (R, G, B) = [d+(1-d)\cos\theta]\, \mathbf{C}_0 + W(\theta)(\cos\alpha)^n\, \mathbf{C}_s \qquad (2)$$

但し，$\mathbf{C}_s = (R_s, G_s, B_s)$ ：光源の色　$R_s = \int \bar{r}(\lambda)\, I(\lambda)\, d\lambda$，$G_s, B_s$ も同様

$\mathbf{C}_0 = (R_0, G_0, B_0)$ ：物体を上の光源で照らした色 ： $R_0 = \int \bar{r}(\lambda)\, C(\lambda)\, I(\lambda)\, d\lambda$　G_0, B_0 も同様

Phongのモデルから上式が導かれるが，通常光源は白色光源と仮定するので，$\mathbf{C}_s$ は白色となり，$\mathbf{C}_0$ は物体の反射係数 $C(\lambda)$ によって定められる物体の固有な色を表わす．上式によれば，物体表面の色は主として第一項（拡散反射光）によって定められ，ハイライトの部分は第二項が加わるため，これに白色を混ぜ合わせた色になる．ここで，実際にGD画面上で物体を表示するときGDで表示可能な(R，G，B)成分値は限られている．単純に上式を用いるとハイライトの中心でGDで表示可能な色（3成分値）を越えた値になる可能性がある．また，$\mathbf{C}_0$ が異なると，ハイライトの中心でも色が異なってくる．ハイライト像を顕著にするためには，常にハイライトの中心で白色（最高輝度の色）にするのが望ましいと考えられるので，本文では次の式を提案する．

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_1 + w(\cos\alpha)^n (\mathbf{C}_{max} - \mathbf{C}_1), \quad \mathbf{C}_1 = [d+(1-d)\cos\theta]\, \mathbf{C}_0 \qquad (3)$$

但し，$\mathbf{C}_{max} = (R_{max}, G_{max}, B_{max})$ （$R_{max} = G_{max} = B_{max} = M$）はGDの最高輝度の色

なお，ここで，(2)式中の係数 $W(\theta)$ は θ の関数となっているが，θ に依存しないとしてもそれほど大きな影響を与えないと考えられることから，$W(\theta) = w$（一定）とした．（但し，$0 \leq w \leq 1$）

式(3)において，$w=1$ の場合は

ハイライトの中心（$\cos\alpha = 1$ となる）： $\mathbf{C} = \mathbf{C}_{max}$
（最高輝度の色：白色）

ハイライトからはずれた部分（$\cos\alpha = 0$）： $\mathbf{C} = [d+(1-d)\cos\theta]\, \mathbf{C}_0$
（拡散反射光）

結局，拡散反射により定められる物体の色の中に，白色のハイライトがつくことになる．なお，w はハイライトの輝度，n はハイライトの大きさを表わすパラ

メータとなる．

具体的にGD上に表示する場合は，Cを正規化したものを求める必要がある
全体をM（$=R_{max}=G_{max}=B_{max}$）で割って，次式を得る．

$$\bar{C} = \bar{C}_1 + w(\cos\alpha)^n(\mathbf{1} - \bar{C}_1), \quad \bar{C}_1 = [d+(1-d)\cos\theta]\,\bar{C}_0 \qquad (4)$$

但し，$\bar{C}_0 = (\bar{R}_0, \bar{G}_0, \bar{B}_0)$ $(0 \le \bar{R}_0, \bar{G}_0, \bar{B}_0 \le 1)$ は物体固有の色

$\mathbf{1} = (1, 1, 1)$ は白色

$\bar{C} = (\bar{R}, \bar{G}, \bar{B})$ は表面の色で，$0 \le \bar{R}, \bar{G}, \bar{B} \le 1$ として求められるので，実際に表示可能な色が各成分Nレベルを有する装置では，これにNをかけてやればよい．

式(4)に基づいて球を表示し，パラメータw, nを変化させて影響を調べた(図5,6)
なお，dは背景光による拡散反射を表現するものとして導入されたが，式(4)でわかるように，物体表面の傾きを，光源方向に依存せず，物体に一様に色を与える効果をもつ．本研究ではすべて $d=0.5$ として表示したが，$d=0 \sim 0.2$ 程度の方が表面の濃淡の変化が強調されてよいかもしれない．
nの値は10〜20ぐらいが適当と思われる．

3. 半透明物体の表示法に関する検討

半透明な物体を表示する簡単な方法として，Newellら[2]の提案がある
これは次の式による．物体上の1点を見たときの色
$C = (R, G, B)$は，

$$C = (1-t)\,C_B + t\,C_t \qquad (5)$$

但し，C_tは半透明物体表面の色，C_Bは半透明物体の後方にある物体表面の色である．また，tは半透明物体の透明度を表わす（$t=1$：不透明，$t=0$透明）．

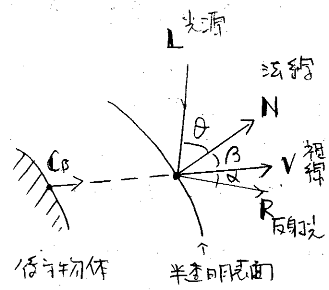


図3. 半透明物体の表示

上式は，半透明物体の透明度を表面の方向によらず一様にしているが，実際の半透明物体に近い感じにするには，視線方向を向く面を透明度を上げ，視線に対して，面の方向が垂直に近くなるほど不透明にすると良いと考えられ，これに対して，Kayら[3]は，次のような方法で，パラメータtの値を変化させて透明度を強調する方法を提案している

$$t = t_R(1-\cos\beta)^{t_p} \qquad (6)$$

但し，t_R ：透明度 $(0 < t_R < 1)$
β ：視線と法線の間の角度
t_p ：強調の度合を示すパラメータ $(0 < t_p)$
（t_pが大きくなると，ほとんどの部分が透明になる）

ここで，2.で導いた表面の色の計算式を利用する（式(3)）

$$C = (1-t)\,C_B + t\,[d+(1-d)\cos\theta]\,C_0 + t\,w(\cos\alpha)^n(C_{max} - C_0)$$

上の式は，第一項が透過光，第二項が拡散反射光，第三項が鏡面反射光を表わす。上式を直接利用すると，第三項のハイライト（鏡面反射光）が t をかけた分輝度がおさえられる．とくに，パラメータ t を式(6)を用いて強調効果をもたせると，これがほとんど0に等しくなる．これを防ぐために，2.で述べた方法と同様にして，ハイライトの中心が白色（最高輝度の色）にする

すなわち，

$$C = C_1 + w(\cos\alpha)^n (C_{max} - C_1),\quad C_1 = (1-t)C_B + t[d+(1-d)\cos\theta]C_0 \tag{7}$$

上式を正規化する（全体をMで割る）

$$\bar{C} = \bar{C}_1 + w(\cos\alpha)^n(\mathbf{1}-\bar{C}_1),\quad \bar{C}_1=(1-t)\bar{C}_B + t[d+(1-d)\cos\theta]\bar{C}_0 \tag{8}$$

但し，$\mathbf{1}=(1,1,1)$，$\bar{C}_B$ は後方の物体の色（正規化），$\bar{C}_0=(\bar{R}_0,\bar{G}_0,\bar{B}_0)$ は，半透明物体の色（$0 \le \bar{R}_0,\bar{G}_0,\bar{B}_0 \le 1$），$w$ はハイライトの輝度（$0 \le w \le 1$，普通は1）

なお，$\bar{C}_B$ は 2.で述べた方法（式(2)）で半透明物体の後方の物体の色を求めればよい。

本方法により球およびその合成図を求めたのが図7～9である．
なお，透明度強調のパラメータは $t_k = 0.5\sim0.9$，$t_p = 1$ 前後（$0<t_p<2$）が良好な表示を得た

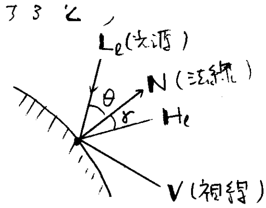
3. 金属材質感の表示

金属表面での光の反射モデルには，Blinnのモデルが提案されているが，これをさらに厳密化・一般化したものとしてCookらのモデルがある．以下にそのモデルを示す．反射光（目に入る光）のスペクトルを $S(\lambda)$ とすると，

$$S(\lambda) = I_a(\lambda) R_a(\lambda) + \sum_{l=1}^{k} I_l(\lambda) R_s(\lambda) \tag{9}$$

但し，$I_a(\lambda)$：背景光のスペクトル
$R_a(\lambda)$：背景光に対する反射係数
$I_l(\lambda)$：l 番目の光源のスペクトル
$R_s(\lambda)$：物体（金属）の鏡面反射係数

$$R_s(\lambda) = \frac{F(\lambda,\theta)}{\pi} \cdot \frac{D(\alpha)\cdot G_l}{(N\cdot V)} \tag{10}$$



$H_l = \frac{L_l + V}{\| L_l + V \|}$ ：（L_l と V の2等分方向）

図4 金属表面での反射

式(10)は，表面が微少面の集合からできているというモデルに基づいて，考案されたものであり，各々の項についての説明は文献(4)より付録に示しておく．

Cookらのモデルはより一般的な材質を扱うため拡散反射の項も含めて考えられているが，ここでは金属材質のみに限定するため，鏡面反射の項のみを考慮した．（金属表面では拡散反射はおこらない）

以下で，式(9)から三原色（R，G，B）を計算する式を導出するが，計算を簡単化するために，いくつかの仮定をおく．

① $I_a(\lambda) = d\, I_w(\lambda)$ （$d \ll 1$），（$I_w(\lambda)$ は白色光源）
② $I_l(\lambda) = a_l I_w(\lambda)$ （a_l は，主光源のとき1，副光源では1以下）
③ $F(\lambda,\theta) = F(\lambda,0) = R(\lambda)$ （$R(\lambda)$ は表面に垂直に光が入射したときの反射スペクトル）
④ $R_a(\lambda) = R(\lambda)$

2．で導いたと同様にして，三成分値が求まる．

$$\mathbf{C}=(R,G,B) = d\mathbf{C}_0 + \sum_{\ell=1}^{k} a_\ell \frac{D(\alpha_\ell)\,G_\ell}{\pi(\mathbf{N}\cdot\mathbf{V})}\mathbf{C}_0 \qquad (11)$$

これを正規化して（全体を $\frac{M}{\pi}$（$M=R_{max}=G_{max}=B_{max}$）で割って），

$$\overline{\mathbf{C}}=(\overline{R},\overline{G},\overline{B}) = \left\{d+\sum_{\ell=1}^{k} a_\ell \frac{D(\alpha_\ell)\cdot G_\ell}{(\mathbf{N}\cdot\mathbf{V})}\right\}\overline{\mathbf{C}}_0 \qquad (12)$$

但し，$\overline{\mathbf{C}}_0=(\overline{R}_0,\overline{G}_0,\overline{B}_0)$ は金属物体の色（$0\le \overline{R}_0,\overline{G}_0,\overline{B}_0\le 1$），$d$ は背景光の強度（$d<<1$）であり，

$$D(\alpha_\ell)=\sum_{j=1}^{2} w_j\, \delta(m_j,\alpha_\ell),\quad \delta(m,\alpha)=\frac{1}{m^2\cos^4\alpha}\, e^{-\left\{\frac{\tan^2\alpha}{m^2}\right\}} \qquad (13)$$

ここで，$\overline{R}$，$\overline{G}$，$\overline{B}$ の輝度をできるだけ高くするためには，主光源によってできる鏡面反射の中心で，ほぼ $\overline{\mathbf{C}}_0$ に等しくなることが望ましい．

鏡面反射の中心では，$\alpha_\ell=0$ となり，$G_\ell/(\mathbf{N}\cdot\mathbf{V})\fallingdotseq 1$ と考えられ，

$$d+D(0)\fallingdotseq 1 ,$$

を満たせばよい．すなわち

$$\frac{w_1^2}{m_1^2}+\frac{w_2^2}{m_2^2}\fallingdotseq(1-d) \qquad (14)$$

を満足するように（w_1，m_1，w_2，m_2）の組を定める．式(14)を満たすパラメータの組は多くの組合せがあるが，本文では表示結果を見て実験的に定めた．

ここで，これまでは光源の位置が無限遠にあるとして議論をすすめてきたが，光源が物体に近づくと，鏡面反射が中心からずれるに伴い減衰が大きくなることが明らかであるから，この効果を $D(\alpha_\ell)$ 項に含ませて考え，主光源と副光源で D のパラメータ $\{w_1, m_1, w_2, m_2\}$ を変えてもよい．

以上では，金属材質感の表示を，Cookらのモデルに基づいて導いたが，これをもう少し簡単な方法で行うことを検討する．

式(11)において，光源ベクトルと視線ベクトルの方向がそれほど大きく離れていないとき（これらの間の角度が90°以内程度），G_ℓ，$(\mathbf{N}\cdot\mathbf{V})$ の項をそれほど大きな効果をもたない（ほぼ1に等しい）と考えられるので，$D(\alpha)$ の項を，2章で示したPhongの方法と同様にして，余弦関数のべき乗で表わすことを試みた．すなわち，

$$\overline{\mathbf{C}}=\left\{d+\sum_{\ell=1}^{k} a_\ell(\mathbf{N}\cdot\mathbf{H}_\ell)^{n_\ell}\right\}\overline{\mathbf{C}}_0 \qquad \left(\mathbf{H}_\ell=\frac{\mathbf{V}+\mathbf{L}_\ell}{\|\mathbf{V}+\mathbf{L}_\ell\|}\right) \qquad (15)$$

但し，主光源では $a_\ell=1$，副光源では $a_\ell<1$，n_ℓ は主光源と副光源で変えてない．

上式を用いて，パラメータ a_ℓ，n_ℓ を調整することにより，式(11)のモデルによる表示結果に近づけることを試みた（d は同じとした）．表示結果は図12に示すが，この方法でもほぼ類似した表示像が得られたが，表面の輝きの印象は若干異なっており，図11の方が輝きがあるように感じられる．この差についての検討は今後行う予定であるが，とくに厳密な要求がなければ式(15)を用いても満足な結果が得られると考えられる．

なお，余弦関数の角度のとり方として，2章のPhongのモデルと全く同じように，反射光 $\mathbf{R}$ と視線 $\mathbf{V}$ の間の角度を用いる方法も考えられる．

すなわち，以下の式を用いる方法である．

$$\bar{C} = \{ d + \sum_{\ell=1}^{k} a_\ell (R_\ell \cdot V)^{n_\ell} \} \bar{C}_0 \qquad \left(\frac{R_\ell + L_\ell}{\| R_\ell + L_\ell \|} = N \right) \qquad (16)$$

この方法でも，表示を試みたが，パラメータ a_ℓ，n_ℓを変化させても，表面の鏡面反射の広がりが制限され，良い表示像が得られなかった．これは，簡単な計算の結果，L_ℓ，N，V が同一平面上にあるとき，$\cos\gamma = (N \cdot H_\ell)$，$\cos\alpha = (R_\ell \cdot V)$とすると，$\gamma = \frac{1}{2}\alpha$の関係があることが知られ（同一平面上にないときも，βとγの差は縮まるが，$\gamma \doteq \frac{1}{2}\alpha$に近い関係をもつ），この結果，鏡面反射の中心点からずれたとき，輝度の下がり方が早くなることが導かれ，理論的にも裏づけられる．したがって，式(16)を用いるのは適当ではなく，式(15)の方が良いと考えられる．

5. むすび

本研究では，カラー物体のハイライト付与，半透明物体の表示方式，金属材質感の表現方法について検討した．これらに関しては基本的モデルが提案されていたが，実際に表示する場合は3成分値（R，G，B）が必要となるため，これらの成分をモデルから導出した．また，導出結果に対して，表示装置の限られた能力を生かすために，いくつかの修正を提案した．また，それらの結果に基づいて，実際に球の表示を行い，最適と思われるパラメータを主観的に求めた．導出結果は，各々の場合とも比較的簡単な計算で陰影値（R，G，B）が求まるため実用上，有意義であろう．今後の問題としては，より広い材質の表示方式の検討，物体形状を変えたとき（例えば，多面体，円柱，一般化円筒）の本文の結果の有効性の検討などがある．また，透明物体を本格的に表示するためには屈折効果が必要となると考えられるが，この効果を比較的簡単な計算で求める方法なども必要になるであろう．

参考文献

(1) Phong, B.T. : " Illumination for computer generated images", CACM, 18, 6 pp. 311－317 (1975)

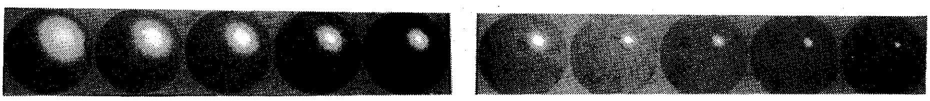
(2) Newell, M.E. , Newell, R.G. , Sancha, T.L. : " A new approach to the shaded picture problem ", Proc. ACM 1973, Nat. Conf. (1973)

(3) Kay, D.S. and Greenberg, D. : " Transparency for computer synthesized images", Proc. SIGGRAPH 1979, pp. 158－164 (1979)

(4) Blinn, J.F. : " Models of light reflection for computer synthesized pictures", Proc. SIGGRAPH 1977, pp. 192－198 (1977)

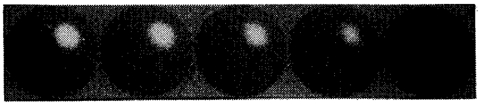
(5) Cook, R.L. , Torrance, K.E. : " A reflectance model for computer graphics", Proc. SIGGRAPH 1981, pp. 307－316 (1981)

(6) 色彩科学ハンドブック，日本色彩学会編，東京大学出版会 (1980)



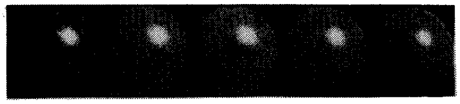
n = 2　4　6　8　10　20　40　60　80　100

図5. ハイライト広がりパラメータ n (式(4))の影響

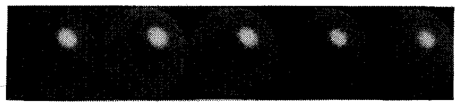


w = 1　0.8　0.6　0.4　0.0

図6 ハイライト強度パラメータ w (式(4)) の影響



t_k = 0.2　0.4　0.6　0.8　1.0



t_k = 0.2　0.4　0.6　0.8　1.0

図7 透明度パラメータ t_k の影響 (式(8))
(上段 $t_p = 0$　下段 $t_p = 0.5$ のとき)

t_p = 0.0　0.5　1.0　1.5　2.0

図8 透明度パラメータ t_p の影響 (式(8))
($t_k = 0.8$ のとき)

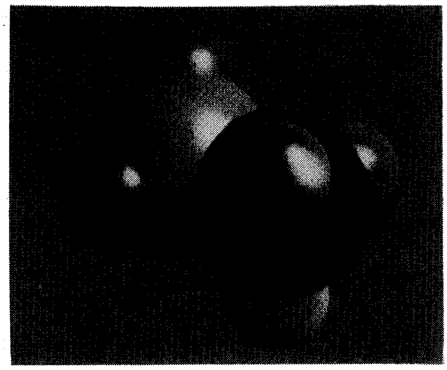


図9 不透明球と半透明球の合成図
(ハイライトパラメータ　$w = 1, n = 10$)
(透明度パラメータ　$t_k = 0.8, t_p = 1.0$)

表示例はすべて グラフィカM3055
(512×320 ドット 各ドット
RGB各5ビット) による.

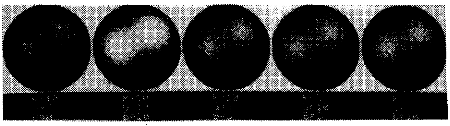


図10 金属表面材質感の表示 (1)

(式(12)による 光源は右上と左横方向
ともに主光源 $a_\ell = 1$　$w_1 = 0.013$ $m_1 = 0.2$, $w_2 = 0.1$ $m_2 = 0.4$)

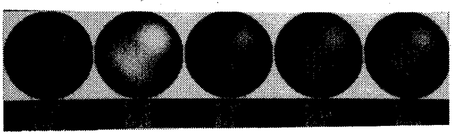


図11 金属表面材質感の表示 (2)

式(12)による. 光源は右上(主光源)(図10と同じパラメータ)
と左横及び下方向(副光源 $a_\ell = 0.7$, $w_1 = 0.01$ $m_1 = 0.4$, $w_2 = 0$)

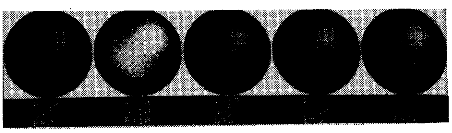


図12 金属表面材質感の表示 (3)

式(15)による. 光源は右上(主光源,
$a_\ell = 1, n_\ell = 13$) と副光源 (左横と下) ($a_\ell = 0.4, n_\ell = 8$)

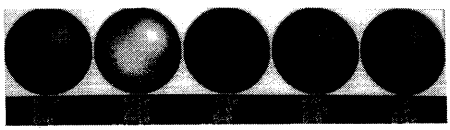


図13 金属表面材質感の表示 (4)

式(16)による　光源は主光源 (右上),
$((a_\ell = 0.2, n_\ell = 20) + (a_\ell = 0.8, n_\ell = 3))$ と副光源
(左横と下) ($a_\ell = 0.4, n_\ell = 2$)

付録　金属表面での反射係数の各項の意味（文献(4)より）

① $D(\alpha)$

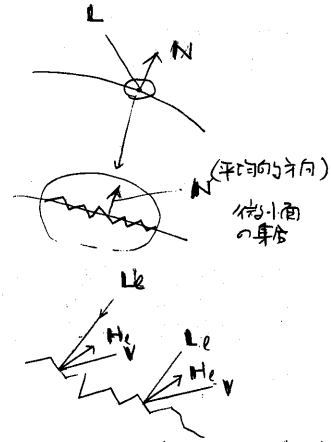
表面の小部分が微少面の集合からなっているとする。各微小面全体の平均的方向は，表面の法線ベクトル**N**の方向を向いているとする。微少面のうち，**N**とある角度αだけ傾いた方向をもつ微少面は，αが大きくなるにしたがって減少する。これがある関数$D(\alpha)$にしたがうとする。

入射光線**L**に対して，視線方向**V**へ反射する光は，**L**と**V**の2等分ベクトル $\mathbf{H} = \frac{1}{2}(\mathbf{L}+\mathbf{V})$ の方向をもつ微少面のみにより反射する。したがって反射光の総量（強度）は，$\alpha = (\mathbf{N}\cdot\mathbf{H})$ に対し，関数$D(\alpha)$にしたがう。

関数$D(\alpha)$の形として，Blinnはガウシアンモデル $D(\alpha) = c\,e^{-(\alpha/m)^2}$ を用いているが，本文ではCookの文献に従って，Beckmann関数

$$D'(m,\alpha) = \frac{1}{m^2\cos^4\alpha}\, e^{\left\{-\frac{\tan^2\alpha}{m^2}\right\}} \qquad (17)$$

の重みづき和 $D(\alpha) = \sum_{j=1}^{2} w_j D'(m_j,\alpha)$ を用いた。



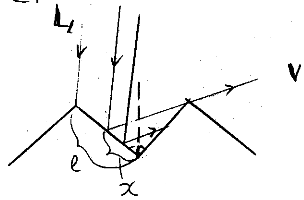
Hが向を向いた微少面のみが視線方向へ反射

図5. D項の説明図

② G_ℓ項

ある微少面に対し，隣接する微少面によって反射光の一部がさえぎられる効果をモデル化。（微少面に対し，法線ベクトル**N**に関し，対称な方向の微少面が隣接するというモデルによって導いている。）この効果は$\mathbf{L}_\ell$と**V**が逆の関係になったときも生じる。次式が導かれている。

$$G_\ell = \min\left\{1,\ \frac{2(\mathbf{N}\cdot\mathbf{H}_\ell)(\mathbf{N}\cdot\mathbf{V})}{(\mathbf{V}\cdot\mathbf{H}_\ell)},\ \frac{2(\mathbf{N}\cdot\mathbf{H}_\ell)(\mathbf{N}\cdot\mathbf{L}_\ell)}{(\mathbf{V}\cdot\mathbf{H}_\ell)}\right\},\quad \mathbf{H}_\ell = \frac{\mathbf{V}+\mathbf{L}_\ell}{\|\mathbf{V}+\mathbf{L}_\ell\|} \qquad (18)$$



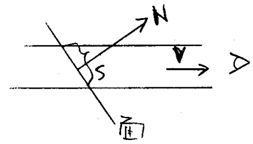
xの部分に当った入射光は隣接微小面にさえぎられて視点まで到達しない

$\frac{\ell - x}{\ell}$だけ減少する。

図6　G項の説明図

③ $(\mathbf{N}\cdot\mathbf{V})$項

視線に対して，面が傾くほど同一視角に対して，見える微少面の数が増加する。これは$(\mathbf{N}\cdot\mathbf{V})$に反比例する。



面が傾くほどSが大きくなる

図7　(V・N)項の説明図

④ $F(\lambda,\theta)$項

滑らかな表面での入射光と反射光の比（波長λと入射角θの関数となる）を表わす。これはよく知られているようにフネルの法則に従う。

$$F = \frac{1}{2}\frac{(g-c)^2}{(g+c)^2}\left\{1 + \frac{(c(g+c)-1)^2}{(c(g-c)+1)^2}\right\} \qquad (19)$$

$c = \cos\theta$ （θ：入射角），$g^2 = n^2 + c^2 - 1$，n：屈折率

これは，$\theta = 0$のときの反射係数 $R(\lambda) = F(\lambda,0)$ より，$n = (1+\sqrt{R(\lambda)})/(1-\sqrt{R(\lambda)})$ を式(19)に代入して求められるが，計算が面倒なので，本研究では，$F(\lambda,\theta) = F(\lambda,0)$ と仮定した。（θが90°に近くなるまでは近似的に成立つとされている[5]）