グラフィクスとＣＡＤ 26－6
（1987. 5. 18）

道路網表示に適した曲線補間法に関する検討

安居院 猛　長尾 智晴　中嶋 正之　鈴木 謙二
東京工業大学・工学部・像情報工学研究施設　東芝株式会社

自動車のオートナビゲーションシステムの設計においては，特に道路情報の忠実なグラフィックス表示が重要なポイントとなっている．そこで本報告では，始めに，オートナビゲーションにおける道路網表示に適した曲線のデータ保存および表示方法について検討し，最も適切な表示方法として，バットランド曲線を紹介している．次に，バットランド曲線の性質について検討し，道路網表示への適合性について，５つの観点から検討を行っている．最後に，バットランド曲線，ラグランジェ補間及びスプライン関数の３つの補間方式を用いて，道路表示実験を行った結果について考察し，バットランド曲線が最も適切であることを示している．

Study on the line-interpolation algorithm for the description of road-network.

Takeshi AGUI　Tomoharu NAGAO　Masayuki NAKAJIMA　Kenji SUZUKI
(Imaging Science and Engineering Laboratory, Tokyo Institute of Technology.)　(Toshiba Corp.)

In this report, we describe the line-interpolation algorithm that is appropriate for the description of road-network. At first, studies on data-structure and description technique of the displaying the road information on the navigation system are discussed. Next, Butland interpolation algorithm and its several characters are introduced. We conclude this method is the most suitable one for road description. At last, we show experimental results that Butland algorithm is compared with Spline algorithm and Lagrange method by description of many road figures. In future, this study will become more important after we have been able to use autonavigation system.

１．はじめに

近年計算機および周辺グラフィクス装置の普及，低廉価に伴いコンピュータマッピングに関する研究が活発に行われるようになった[1),2)]．特に，ＩＮＳやＬＡＮなどの通信網の整備に伴い，よりニーズに適合した地図情報が紙よりもエレクトロマップにより伝えられる時代を迎えると予想される．

また，昭和６１年４月に１／２５００白地図データベースの技術基準が制定され[3)]，今後，益々，コンピュータマッピングの研究や実用化が促進されるものと考えられる．このコンピュータマッピング，特にエレクトロマップに対して，地図メーカは無論のこと，官公庁（市役所，警察，消防署），企業（セールス営業戦略図），宅配業者，住宅メーカ，など多くの様々な業種において積極的な有効利用が検討され，自動車メーカにおいても車載形自動航法システムを目指してエレクトロマップの積極的な利用が研究され始めている．

車載形自動航法システムは目的地を指示するだけで，安全かつ最短の径路をディスプレイ上に順次表示し，案内するものであり，衛星により現在位置が正確に把握できる状況になれば，実用化が可能なシステムである．

そこで本論文では，エレクトロマップシステムの設計の一環として,主として車載形自動航法システムの道路網表示法について検討した結果について報告する．

２．道路網の表示曲線について

まず始めに道路網表示に適した曲線のデータ保存および表示方法について検討する．

２．１　曲線データの保存方法

エレクトロマップの上には，道路網，等高線，境界線，等の膨大な曲線情報が含まれている．そこで，これらの曲線の形状を忠実に保存し，かつデータ量の削減を実現する曲線表示方法が検討されていた，最も簡単な方法は，フリーマンのチェーンコードを用いる方法であり，そのデータ量の削減を目的に，３方向チェーンコード[4)]，デルタ符号化法[5)]などが検討されている．

これらのチェーンコードは，曲線形状を忠実に表現することが可能であるが，チェーンコード列は任意倍数での拡大そして縮小の処理に適さないという欠点がある．特に拡大を施した場合，隣あう画素間が離れた場合その間を４連結または８連結で滑らかに補間する処理を必要とし，その曲線補間法が問題となる．

また，データ量は，例え，デルタ符号化法を用いてもフリーマンのチェーンコードに対して１／３の圧縮が実現するのにすぎないのでより高圧縮化を目指して，各種の曲線補間法が利用されている．

２．２　曲線補間法

エレクトロマップにおいては任意の倍率での拡大，縮小が容易に行えることが，不可欠の条件であり，かつそのデータ量は，極力，少なくすることが望まれる．これらの条件に合致したものとして，曲線の補間法が有効であると考えられる．

与えられた点列を滑らかに結ぶため，各種の曲線補間法が提案されている．代表的な方法として，各点列を通る制限を与えるスプライン関数[6)]，点列を必ずしも通過しなくとも良く，極めて滑らかな曲線が生成されるＢスプライン関数，その他，ベジエ曲線，ラグランジュ補間等がある．

これらの曲線補間法をその生成曲線の性質から考察した場合次の２種類に分類される．

（ｉ）　与えられた点列を，より美しく表現する．

（ii）与えられたデータの意味するところを推測して表現する．

（ｉ）は滑らかで美しい線画を望む場合であり，スプライン曲線は描かれた曲線の“歪エネルギー”が最小になるように描かれるため，このような場合に適していると考えられる．また同様にディジタルフォントの場合は，より美しい文字外郭形状を表現するため，より滑らかな表現が可能となるＢスプライン曲線が使用されている

一方(ii)は，実験により得られたデータをグラフとして表す場合などであり，それらのデータが一価関数や単調関数であることが予測される場合には，グラフもそのように描かれなければならない．図１にこれらの例を示す．

道路網の表示としては，（ii）の性質が不可欠であり，この性質を満足するものとして，バットランド曲線[8)]が考えられる．以下，バットランド曲線の性質および，これらの性質が特に道路網表示に適していることを具体的に示す．

３．バットランド曲線について

３．１　バットランド曲線

バットランド曲線について簡単に紹介する[8)]．バットランド曲線は，基本的には，スプライン曲線と

同じ媒介変数を用いた区分的多項式であるが，スプライン曲線とは違った，以下に示す性質を持っており，これらの性質が道路網表示に適している．

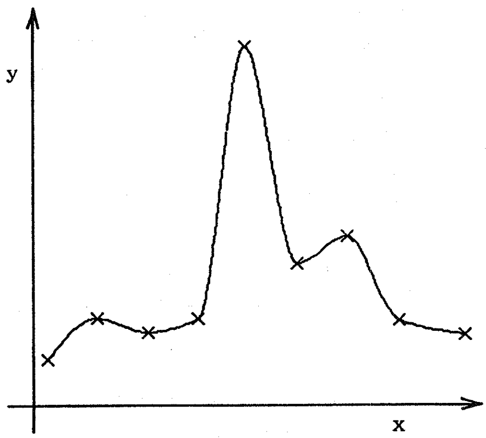
i)　一価のデータ(single-valued data)が与えられたならば,それらは一価関数として表現される．

ii)　単調なデータ(monotonic data)が与えられたならば，それらは単調関数として表現される．

iii)　Fortranによるプログラムが可能で，作業領域としての配列を使用しない．

このうちiii）の“Fortranによるプログラムが可能”という点は，再帰呼び出し(recursive call)などの特殊な手法を用いないという意味であり，多くの補間曲線は，このような性質を持っている．

（ａ）(i)の場合で絵画的な表現の例
（１８０点で近似）



ｘ：実験などにより得られたデータ

（ｂ）(ii)の場合でデータの意味するところを推測して曲線を引く例　（一価関数）

図１　曲線表示の例

３．２　バットランド曲線の生成

ｘ－ｙ平面上に与えられたＮ＋１個の点列データ P_j：（x_j，y_j）（$j=0, 1, \cdots, N$）を平面データと呼ぶ．平面データでは，１個のｘの値に対して複数個のｙが対応し，一価関数にならない場合がある．しかし多くの補間法では，補間に用いる関数は一価関数であることを前提としているため，必ずしも一価関数とならない平面データを各補間法で扱えるような形に変換しなければならない．このため平面データ（x_j，y_j）を,例えば次式のようなP_0からP_jまでの距離というパラメータを用いて２組の一価関数に分けて取り扱われる．

$$t_j = \sum_{i=1}^{j} \overline{P_{i-1}P_i}$$

$$= \sum_{i=1}^{j} \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2} \quad (1)$$

また以下の各補間法においてこれら２組を区別せずに用いるとき，次のように表される．

$$(t_j, v_j)$$
$$(j=0, 1, \cdots, N;\ v_j = x_j \ \text{or}\ y_j) \quad (2)$$

ところで，バットランド曲線は区分的多項式の１つであり，区分的多項式を用いる場合に問題となるのは，多項式の次数と節点における接続方法である．バットランド曲線では，スプライン曲線と同じように媒介変数を用いた３次式によりｘとｙを別個に計算する方法を用いている．各節点では１次導関数の連続性だけを考えているが，各節点における１次導関数の計算には，現在注目している節点とその両側の節点だけを用いている．また媒介変数としては単なるデータの番号が用いられているため，与えられたデータは（t_j，v_j）と書くかわりに（j，v_j）と書くことができる．

今，節点（j，v_j）における傾きをFv_jとすると，Fv_jは（j，v_j）における２つの３次関数の傾きであり，このFv_jを与える関数をＧとするとＧは次式のように表される．

$$Fv_j = G(dv_{j-1}, dv_j) \quad (3)$$

ただし，$$dv_j = \frac{v_{j+1} - v_j}{(j+1) - j} = v_{j+1} - v_j \quad (4)$$

したがって，以後この関数Ｇを種々の特性を持つように決定することがバットランド曲線生成の主目的となる．以下に関数Ｇの性質を示す[3]．

（１）$G(d_{j-1}v, dv_j)=G(dv_j, dv_{j-1})$　（５）

点列を結ぶ曲線は，最初から描くかまたは最後から描くかといった方向によらず，同じでなければならない．

（２）$G(dv_{j-1},\ dv_j)\in[dv_{j-1},\ dv_j]$　（６）

図２に示すように，関数Ｇの値はその前後の節点間の傾きの間になければならない．

（３）if(dv_{j-1} and dv_j have opposite sign)then

$$G(dv_{j-1},\ dv_j)=0 \qquad (7)$$

最終的に求まった曲線が一価のデータに対して一価関数となるためには，媒介変数により得られた各曲線は，図３(a)に示すように与えられたデータ内の極値以外では，極値を持たないようにしなければならない．

（４）if (dv_{j-1} and dv_j have same sign) then

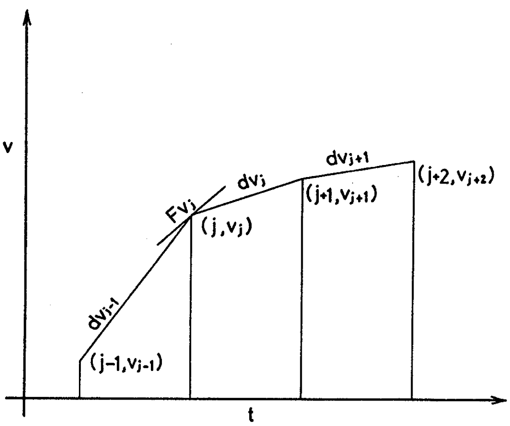
$$|G(dv_{j-1},dv_j)|\in[0,\ \min(3|dv_{j-1}|,3|dv_j|)] \qquad (8)$$

フリッシュ(Fritsch)とカールソン(Carlson)[9]によれば３次式の補間においてデータ内の単調性が保たれるためのFv_jとFv_{j+1}の存在範囲は，図４の斜線部分である．したがってＧの値を，図４の斜線部分内に点線で示した範囲に制限する．

以上の条件のうち，（２）〜（４）を図示すると図５の斜線部分になる．この範囲に含まれ，かつ条件（１）を満足する関数として，次の調和平均が利用される．

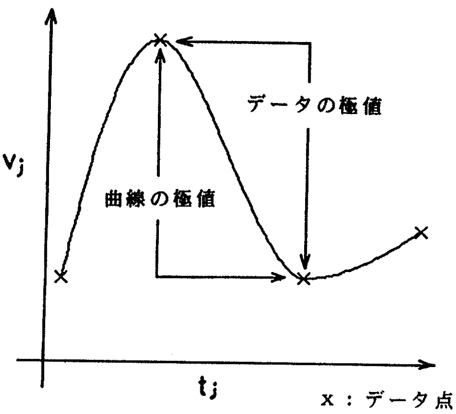
$$\left.\begin{array}{l} \text{if } (dv_{j-1}\cdot dv_j > 0) \text{ then} \\ \quad G = \dfrac{2dv_{j-1}\cdot dv_j}{dv_{j-1} + dv_j} \\ \text{if } (dv_{j-1}\cdot dv_j < 0) \text{ then} \\ \quad G = 0 \end{array}\right\} \qquad (9)$$

この調和平均が，Ｇに対するすべての条件を満たすことは明らかである．

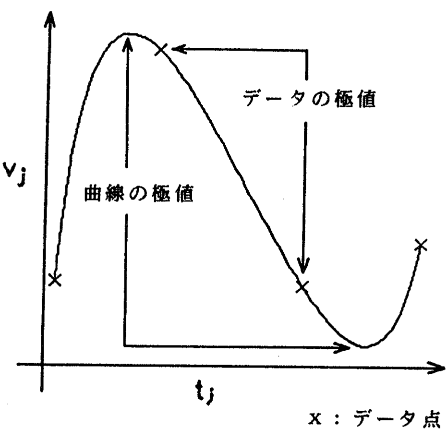


$Fv_j=G(dv_{j-1},dv_j)$

図２　関数Ｇの値の範囲



（ａ）データの極値と曲線の極値が一致している例



（ｂ）データの極値と曲線の極値が一致しない例

図３　データの極値と補間曲線

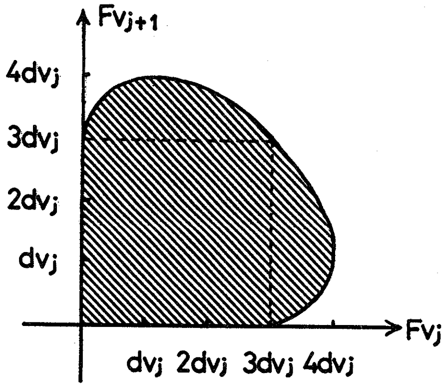


図４　単調性の保たれる範囲[8]

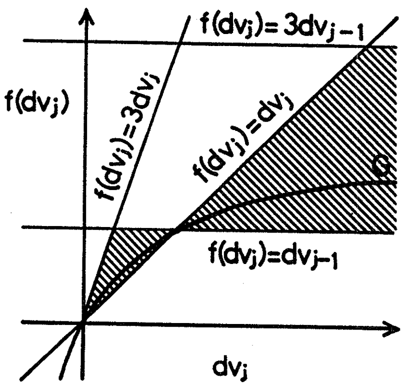


図５　関数Ｇの存在範囲（斜線部分）と関数Ｇの選択[8]

４．道路網表示への適合性への検討

４．１道路網表示への有効性

以上のアルゴリズムにより得られるバットランドの性質をまとめると以下のようになる

(i) データの極値と曲線の極値が一致する
(ii) 座標値のどちらかが変化しない区間では直線になる．
(iii) 同一座標を続けると，鋭い角ができる．
(iv) 曲線の形は拡大・縮小に関係なく一定である．
(v) 曲線の形は座標の回転により影響を受ける．

これらの性質が道路網を表示する際に有効であると考えられる理由について述べる．

(i)のデータの極値と曲線の極値が一致する点は，道路網表示において特に重要であるエレクトロマップにおいて道路網をディジタイザを用いて人手により入力する場合においても，または自動入力する際も，極値，または急激に曲線変化するピーク点は，必ず，入力される．そのため道路網の忠実な再現には，図３(a)のように再生されることが望ましく，図３(b)のように再生された場合，オートナビゲーション上の道路径路と現在走行点が大幅なずれを生じる可能性がある．

また(ii)の直線も同時に表示できる点は道路表示において重要である．これは多くの道路は，エレクトロマップ上の同時に表示可能な狭い範囲においては，直線となっている領域が多く，直線道路を忠実に再生できる能力を有することが望まれる．

また(iii)の鋭い角の表現は，直角や鋭角に曲がる道路が多く，この性質を持つことが望まれる．

(iv)の性質は，大まかな行き先方向を確認したり，細かな道順を知りたいなど各種の要求があるため，拡大と縮小により，再生道路形状が変化しないことが望まれる．

(v)の性質は欠点のように考えられるが道路地図の表示によっては，一般にディスプレイ上の地図においては，上下左右がそれぞれ北南，西東に固定されており，任意の角度の座標回転を行わなければならない作業は少ない．もしオートナビゲーションにおいて進行方向を上方向に固定した場合座標回転が必要とも考えられるが，この場合は，地図は固定し，ディスプレイのウインド処理で容易に解決されるので大きな問題点とはならないと考えられる．

次章において，他の補間法と比較して，バットランド曲線の道路網の適合性について具体的に検討する．

4．2　各補間法との比較

オートナビゲーション用の道路網表示という見地から，他の補間法との比較を行う．図６に比較のため同じ節点を対象として，直線補間・ラグランジュ補間・スプライン補間の３種類の方法で補間した結果およびバットランド曲線による補間の例を示す．

直線補間によって得られた図形は，節点の結びつきを把握するためには便利であり表示のために要する計算時間も短いが，道路の形状を表現するには視覚的に不十分である．

ラグランジュ補間は単一の多項式を用いるため，６点くらいまでの補間では滑らかな曲線が得られるが，データ数がこれより多くなると高次項の影響を受けて，図７のようにループができてしまうことがあり[10]，データ点でのふくらみも大きい．

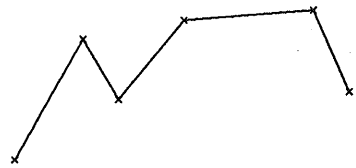
スプライン補間によって描かれた曲線は，美しく滑らかで視覚的にはよい結果が得られるが，オートナビゲーション用道路表示という立場から見て，次のような問題点がある．

1．スプライン曲線は歪エネルギーを最小にするように描かれるため，データ点間でのふくらみが大きい．
2．計算のために作業領域としての配列を大きくとらなければならない．
3．描かれた曲線を部分的にトレースできない．

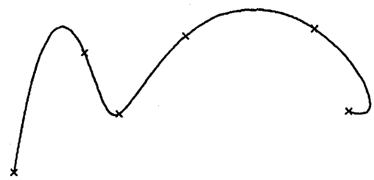
データ点間のふくらみが大きいということは，言い換えれば得られた図形が滑らかで美しいということである．しかし，２本の道路が部分的に平行に走っている場合，スプライン曲線による表示では図８(a)に示すように道路どうしが重なってしまうことがある．これをさけるためには，同図(b)に示すように道路の平行部分に節点を追加しなければならず，余分なデータを必要とする．

また計算のために作業領域用の大きな配列が必要であるため，車載型の装置を考えた場合，余計にメモリーを必要とすることを意味しスペース及びコストの面で好ましくない．

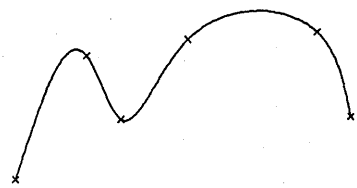
オートナビゲーションシステムを実用化する場合，まず最初にユーザが望むことは，不案内な土地において目的地までの道順を指示してくれることである．しかし，あるアルゴリズムによって得られたデータ列を地図上に表示する場合，既に描かれている地図にそって径路を表示するため，一度描いた曲線を部分的にトレースできなければならない．上記の３番目の問題点はこのことを考慮したものである．



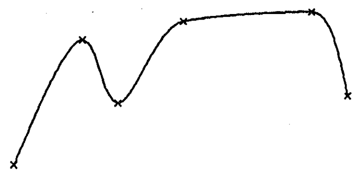
（ａ）直線補間



（ｂ）ラグランジュ補間



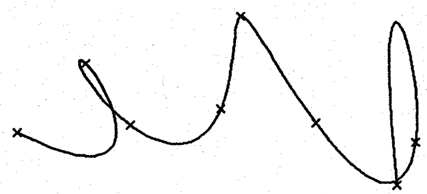
（ｃ）スプライン補間



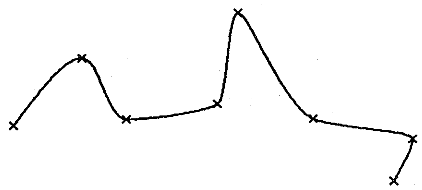
（ｄ）バットランド曲線による補間

ｘ：平面データ

図６　各補間法の比較



（ａ）望ましくない例
（ラグランジュ曲線）



（ｂ）望ましい例
（バットランド曲線）

ｘ：平面データ

図７　ラグランジュ補間の望ましくない例

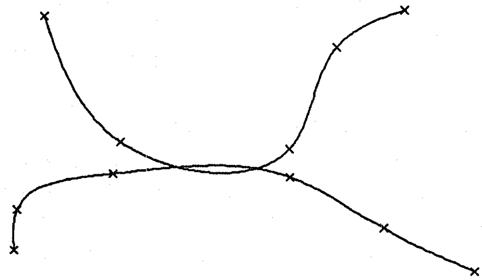
ここでスプライン曲線では部分的なトレースが不可能であることを示す．スプライン曲線は，式(10)を解いて各節点における２次微係数を求めることにより得られる．

$$\mu_j M_{j-1} + 2M_j + \lambda_j M_{j+1} = d_j \tag{10}$$

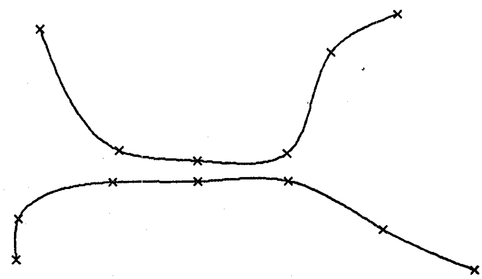
ただし，d_jは次式のように与えられるものとする．

$$d_j = 6\frac{[(V_{j+1}-V_j)/h_{j+1}] - [(V_j-V_{j-1})/h_j]}{h_j + h_{j+1}} \tag{11}$$

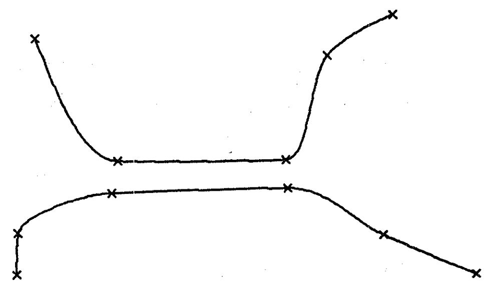
実際には２次微係数のかわりに１次微係数を用いることが多いが，どちらの場合でも，各M_jは式（１０）に基づいてM_{j-1}とM_{j+1}との関係から求めることになる．したがって最初Ｎ＋１個のデータから計算された値と，そのうちの連続するＮ’個（Ｎ’＜Ｎ＋１）から計算された値では，同じ節点における値でもわずかな差が生じ，図９に示すように部分的に完全なトレースはできない．逆に，部分的に完全なトレースを行うためには，全データに基づいて各M_jを全て



（ａ）平行な道路が重なってしまう例
（スプライン曲線）



（ｂ）節点の追加
（スプライン曲線）



（ｃ）望ましい例
（バットランド曲線）

ｘ：平面データ

図８　スプライン曲線により
２本の道路が重なってしまう例

計算し直すか，節点ごとにあらかじめ係数を記憶しておかなければならない．しかし，どちらの方法も計算時間やデータ量の点から，車載型のシステムでは好ましくない．

これに対してバットランド曲線では，データ間におけるふくらみもあまり大きくなくまた計算のための作業領域も必要ないので，スプライン曲線よりも車載型自動航法システムに向いていると考えられる．しかもバットランド曲線は各計算過程では隣接する3点のデータだけを用いているため，部分的にトレースする場合その前後1点づつを加えるだけで曲線を決定でき，完全にトレースすることが可能であり，オートナビゲーション用道路網表示には最適であると考えられる．

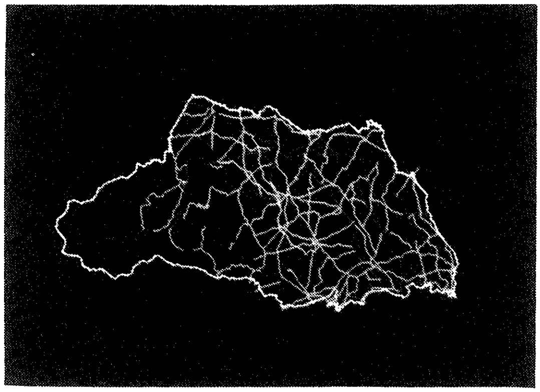
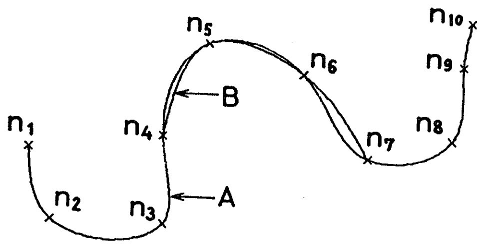


図１０　埼玉県内の道路網の
ディスプレイ表示の例



A:節点n_1n_{10}から求めたスプライン曲線

B:節点n_4n_7から求めたスプライン曲線

図9　スプライン曲線で
部分的なトレースができない例

5．おわりに

本報告では，数多く提案されている曲線補間法の中でオートナビゲーション用道路網の表示としては，バットランド曲線が優れている点について考察したものである．ここではラグランジュ補間，スプライン関数とバットランド曲線を用いた各種の道路データ表示実験を行い，これらの表示方法の道路表示への適正の検討を行った．現在日本の各県に対する道路網データベースの指導を行っている．図１０は，埼玉県に対する道路網をバットランド曲線を用いて忠実に再生した例である．

今後，さらに，各種の地図要素データに適合した補間曲線の生成の検討を行う予定である．

《文献》

1)例えばAUTOCARTO JAPAN論文集,第1回(1985年)第2回(1986年)

2)PIXEL '87 3月, pp.58-99 (1987)

3)1/2500白地図データベース技術基準：建設省発行(1986年4月)

4)T. Agui, M. Nakajima & Y. Arai: A description method of digital contour line using three directional differences, Trans. IECE Japan, vol.E-63, No.6, pp.439-440 (1980)

5)中嶋, 安居院：ディジタル輪郭線のデルタ符号化について, 信学論, vol.64-D, No.2, pp.109-115 (1981)

6)市田, 吉本：スプライン関数とその応用, 教育出版(1979)

7)相沢, 山崎：基本ストロークの組合せによる文字パターンの生成, 信学全大, 1554 (1986)

8)J. Butland: "A Method of Interpolating Reasonable-Shaped Curves Through any Data", computer graphics 80 pp.409-422,(1980)

9)Fritsch, F.N. & Carlson, R.E.: "Monotone piecewise cubic interpolation", SIAM Journal on Numerical Analysis, Vol.17, No.2, April 1980

10)Forrest, A.R.: "Mathematical Principles for Curve and Surface Representation", in Curved Surfaces in Engineering, I.J. Brown (ed.), IPC Science and Technology Press Ltd., England, (1972)