

剰余パターンの模様デザインへの応用

坂元宗和, 高木幹雄

東京大学 生産技術研究所

機能エレクトロニクス研究センター

2変数関数の剰余類を選んで平面上にプロットすると、思いがけない複雑なパターンが現れる。そのいくつかの論理和をとり、画像处理的に加工してジャギネスを抑えると、白黒の模様ができる。4枚の白黒模様を重ね、色番号を定義するビット・プレーンと見て、各色番号に重複して色値を割当てれば、新しいモチーフが出現し、カラー模様ができる。

高品質の模様を作るには、適切な生成関数のパラメータ選択とデザイン加工が必要である。パラメータ選択が理論的な知識に基づくことは言うまでもないが、審美的判断を必要とする美術の応用の際は、応用分野における評価の基準を知らなければならない。

An Application of Residue Patterns to Graphic Design

Munekazu Sakamoto, Mikio Takagi

Center of Function-Oriented Electronics,

Institute of Industrial Science,

University of Tokyo

To plot a residue class of a bivariate function on a lattice makes a complex pattern. By logically ORing such patterns and postprocessing its result we can make black-and-white planar patterns. Color patterns are made from four b/w patterns, each of which defines a bit plane of color number. After assigning color values to the numbers a color pattern with unpredictable motifs emerges.

In order to obtain high quality patterns, adequate set of parameters and retouching are necessary. Everyone knows that the theory tells good parameter values, but researchers without enough artistic background are often prone to look over that the esthetic evaluation is crucial.

はじめに

芸術系と技術系の人など、異分野の人が対話をするときに直面する困難は言葉の意味の問題である。一つの意味しかないと思える単語にも分野が異なれば別の意味づけがなされているからである。しかも、そうした単語は、その分野特有の経験によって裏打ちされていることが多いので、理解されない場合があるだけでなく、誤解も生じやすい。

ここで、応用とは原理を役だつ技術の形にすることを指している。“役だつ”ということがキー・ポイントである。応用には目的があり、目的に合うことが、“役だつ”ことであり、目的に合わなければ、応用の失敗である。その程度の差まで考えれば、評価も可能になる。その際、同じ目的をもつ従来技術との比較が必要である。

本応用の場合、従来技術はデザイナーの手作業であり、その成果は模様作品である。この従来技術に対して利点がなければ、新しい技術とはいえない。模様デザインのように創造的能力が要請される芸術分野では、その創造的部分に貢献するものである必要がある。手作業を単にコンピュータ化しただけでは、創造性について貢献しないので応用ではなく、技術が予想する範囲内にあるから、適用にすぎない。

1. 模様をコンピュータでデザインする

模様デザインを適用のレベルで考えると、データ入力の問題である。ユーザはデザイナーであるから、なるべく自分の思ったような形を思ったような色で描きたいと感じている。入力インタフェースがデザイナーの感性から離れれば離れるほど、そのシステムは使いにくくなり、生産性が落ちるばかりでなく、作品の質も落ちてくるのである。適用の場合でも、かなり専門的な知識が要るのである。

これを応用のレベルで考えると、システム側にもデザイナー的能力がなければならない。模様をデザインすることは、新しい模様を作るということであり、それにはインスピレーションが必要である。コンピュータには創造的な仕事はできないと言われていたから、アイデアをどこから持ってくるかが問題である。

いわゆる人工知能は計算の代わりに推論をするもので、おなじく規則の演繹であって、何も創造してはいない。それに創造の力を与えるのはそのルール、知識の選び方による。エキスパート・システムは専門家の判断をシミュレートするものであるから、ここにデザイナーの判断を載せれば可能ということになるが、結論が数値や言葉でなく、形で表現されなければならない点に今のところ非常に困難があるというべきであろう。

コンピュータによる創作の例が何もないかというところではなく、作曲の例がある。初期のイリヤック組曲から始まって、現在は1/fゆらぎを利用するなど次第に高度になってきている。音楽の場合は和声や旋律についての古典的な知識体系があってとっかかりやすい上に、音についての数値を時間方向に1次元的に展開する構造になっているから、構造と単位と変異量がはっきりしている点が有利だったのである。

美術はよく音楽と対比される芸術であるが、絵画や彫刻は自動制作にとっては極めて不利である。他に芸術的な分野では、わずかに某ロマンス・シリーズのシナリオが自動制作されているという。これは、1次元展開である点、数値ではないが、画像ほどデータとして複雑でない、言葉を処理する点に利点がある。もっとも、最終作品になるにはシナリオをもとにライターがストーリーを作るのであるが、プロットと読者の反応が知識化されており、読者の期待がパターン化されたものであ

るということが、技術的実現の理由となっている。

次に可能なのは模様のデザインあたりではないかと考えられる。模様は規則的であるから、半自動的制作が可能である。しかし、音楽ほどには理論が整備されてはおらず、使用者の反応と模様の関係も模様を数量的、言語的に記述するのが困難であるため、知識の蓄積も少ない。(ただし、モチーフについては意味が付与されている場合がある。) また2次元の問題になって、次元が増えるから、構造上もデータ量の面でも扱いにくい。

完全な自動化は難しいが、部分的な自動化でも色々と役に立つ妥協が可能である。制作のヒントとしてデザイン・ソース・ブックが使われるが、その役を果たすことが可能である。常によい模様ができなくても一部よい模様があればよいからである。また、デザイン助言システムが可能である。適当なルール、知識を加えれば、模様デザイン・システムのサブ・システムとして質の向上に役立つ。

その具体化は既存の技術で可能そうであるが、原理がなければ、何も生成しないのがコンピュータ・システムである。規則があるということがコンピュータ化の前提であるから、インスピレーションに代わる規則が必要だということである。否でも応でも、理論的なアプローチをしなければならない。

インスピレーションというのは、より即物的にはセレンディビティー(掘出し物感覚)である。模様におけるセレンディビティーは予想もできない美しさということである。その極めてプリミティブなものが万華鏡である。規則と不規則をうまく応用して小さなセレンディビティーが作り出される。これをコンピュータ科学的に、もう少し大規模にやればよいのである。

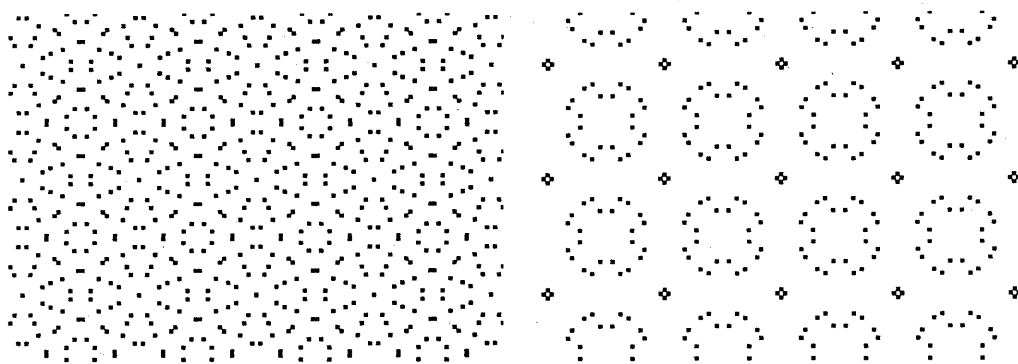
2. 剰余パターンを使った模様デザイン

2. 1 素材の準備

最近のCGにはフラクタルやらカオスやらが顔を見せているが、そういうワイルドな連中はアクも強いので、素材として剰余パターンを使う。これは、

$$F(x, y) \bmod m = r$$

の解をXY平面にプロットしたものである。原理としては極めて単純なものであるが、任意のF, r, mに対してどんな形になるかを予想するのは困難である。



図の左は $(x^2 + y^2) \bmod 29 = 0$, 同じく右は $=1$ である. 左の中央の点, $(0, 0)$ はわかる, 次に近い点 $(5, 2)$ も言われてみれば分かる. しかし, 全体は予想を越えたパターンである.

原理は明快であるから, 作図は単純で, $F(x, y)$, r , m に対して, 適当に x , y の順序を決めて F を計算し, その値を m で割った余りが r になったら, その位置を塗ればよいだけである. 誰でも, 方眼紙とマーカーと電卓があればできるものである. 人間が考えてやるような高度な仕事ではないから, パーソナル・コンピュータに作図させればちょうどよい.

ただ, このままでは, m が大きいとき, プロットされる点が少なくなってしまうから, こうして作った“元素”剰余パターンの論理和 (つまり, 透明フィルムに描いて重ねたもの) を取る. これでは黒さが調節でき, 形も様々に複雑のものになる.

剰余パターンは関数の値の剰余類を図に表現したものにすぎないから, 単純な決定論的システムである. ところが, そのパターンを知るには $F(x, y) \equiv r \pmod{m}$ を解かなくてはならない. 解き方はあるが, 全部調べるのと大して変わらないような方法である. つまり, 解があれば確定はするが, どんな形になるかは出たとこ勝負になる. これを類推困難性という. この性質が創造性の発現に寄与している. この性質がない場合は, 既視感が付き纏い, 面白みに欠ける.

2.2 高品質化のテクニック

元素剰余パターンの重ね合せにより, 複雑なパターンができ, 新しい模様が作り出せそうなことは明らかになったが, そこから美しい模様までの距離は大きい. これを近づける作業が必要である. 開発的課題であるが, なかなか馬鹿にはできない. 研究レベルに持ち返って考え直すべき問題が出てきたりするからである.

方眼紙上にプロットするということは, そのグラフ要素が小正方形であるということである. これは斜めの並びがあまり奇麗ではない. 画像処理の技法を使って, 修正を試みよう. 一般にスムージングと呼ばれる操作であるが, これには相補的なシャープニングという操作がある. つまり, 見かけを良くするには結果を評価する基準を知っている必要がある. ここでは, データが内成されているわけであるから, 忠実性などを顧慮する必要がなく, 単に結果が美的であればよい.

そこで, 平滑化輪郭を工夫した. 輪郭としたのは, 連結していない部分を捨て去る方法を持たせるためである. 元素剰余パターンが連結しているということは, 希な状況であるから, その論理和を作ったところで, 全点が連結するわけではない. どうしても散在点が残る. 高品質化のためには, このよごれを取除きたい. しかし, これは原理に根ざす性質であるから, 対症療法で逃げる必要である. 一旦輪郭を作り, 選択的に塗り潰せば, 小さい連結部分であるほど選択される確率が下がるので, 散在点が抑制されるというわけである. 存在する小穴は平滑化の過程で失われる.

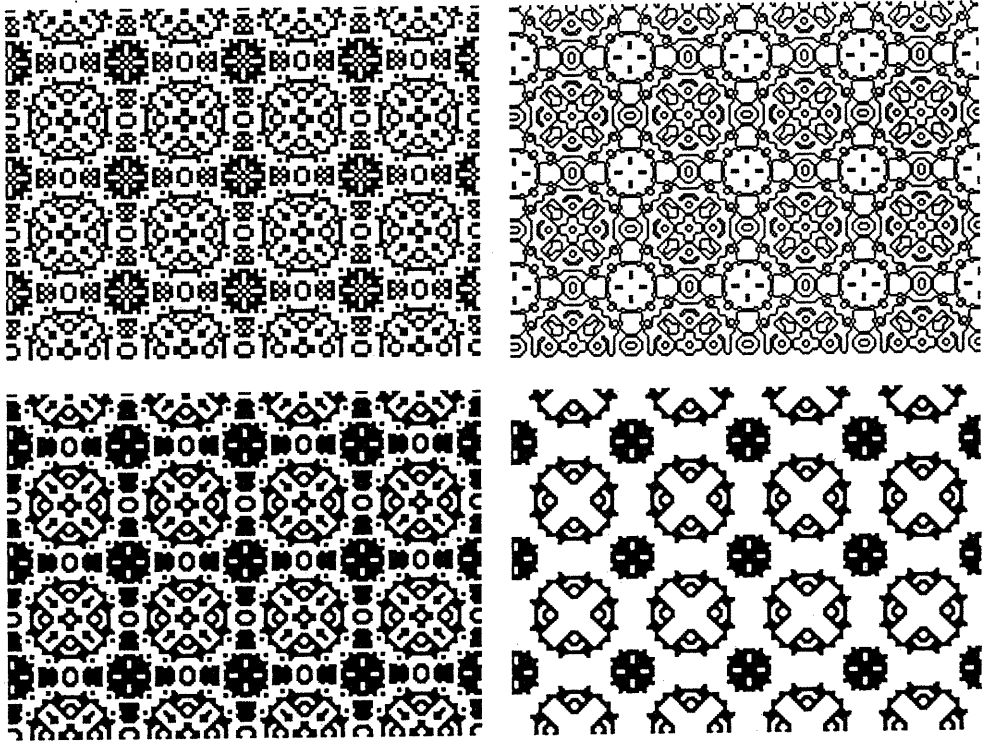
イメージを (x, y) だけ移動したものを $T(x, y)$ とすれば, 平滑化輪郭は $[T(-1, 0) \text{ OR } T(0, 0) \text{ OR } T(1, 0)] \text{ XOR } [T(0, -1) \text{ OR } T(0, 0) \text{ OR } T(0, 1)]$ である. ただし, これは正格子用.

こうして, いわゆるジャギネスが目ざわりだった剰余パターンは, 滑らかな形態を獲得し, デザイナの描く線の美しさに一歩近づいた. 方法としては簡単なものであるが, 形態の精美さの点でグンと良くなったばかりでなく, 視覚的な単位が格子点からモチーフに移る重要な効果を上げている.

剰余パターンに平滑化輪郭処理をし, 選択的塗り潰しをした塗り潰し部分が白黒模様である. 輪郭も当然白黒であるから, これも模様である. これらを論理合成 (いわゆる, 論理和, 論理積, 排他

的論理和など)したものも白黒模様である。

カラー模様は、白黒模様を原色版と見て、これを3枚重ねれば、色は付く。しかし、これが美しい模様や配色である保証はどこにもない。美しい模様となる各原色版の成分模様がどんな形になるかを知っても大した意味がないから、美しい、あるいは、それなりの白黒模様から美しいカラー模様を作る方法を考えた方が生産的である。パーソナル・コンピュータは色番号に色価を与えるルック・アップ・テーブル(LUT)方式であるから、これに適合した技術にする方が、完成度が高まる。4枚の白黒模様で、4ビット分あるから、各点が16色で指定できる。各色に適当に色価を割当てれば、カラー模様になるわけである。



図の上左は前節と同じ関数の剰余パターンをいくつか重ねたもの。上右はその平滑化輪郭。下左は全部の塗り潰しで、上下対比すれば、効果が分かる。下右は=1の部分塗り潰し。

3. デザインの方法

上に述べたのは、あくまでも原理である。ルールを知っているからといって囲碁に勝てないのと同じで、実践的知識がないとよい模様はデザインできない。目標は半自動化であるが、現在は研究途上であるから、十分自動的にできるわけではない。剰余についての知識と、当然のことながら、美術的センスが必要である。

剰余パターンの形態の性質は、初等整数論的性質に依存している。形の詳細については何も言うことができないが、対称性とか周期性については詳しく分析することが可能である。その結果を利

用して、原始関数 $F(x, y)$ ，法 m ，剰余 r を決めればよい。

研究の結果、大まかなガイドラインと言えることは、

- 1) $F(x, y)$ としては規約な多項式、
- 2) m としては素数、または、少ない種類の素因数の積、
- 3) r としては、 m と互いに素、

の場合、そうでないときよりも美しい模様になるということである。ただ、カラー模様の場合のビット・プレーンとなる白黒模様は一つくらいは詰まらない模様でも構わない。相互干渉して形が変わるからである。

実際の制作の場合、まず剰余パターンを生成する原始関数と法を決める。この組合せによってタイル（最小繰返し単位）の形と対称性が決まる。必要とする対称性によって選べる原始関数が制限される。また、要求する対称性のために法の因数分解の形に制限があり、おおむね約数の多い法は粗悪なパターンになるので避けなければならない。

原始関数の与える剰余パターンの傾向は異なっている。各タイルで優美なパターンを与えるものは、たとえば、

正方形タイル : $i^2 + j^2$ ， m は素数がよい。

ダイヤモンド・タイル : $i^2 + j^2$ ， m は $2 \times$ 素数がよい。

六角形タイル : $i^2 + j^2$ ， m は素数がよい。原始関数は上と同じであるが、等方な関数だから、三角格子の上に作れば、六軸対称の六角形タイルになる。

次に剰余を指定する。ただし、直線解になる場合があって、効果がまるで異なるので、それに対する配慮が必要である。ランダム剰余値を使ってもよい。この場合、OR合成条件にするが、指定する剰余の数は m に対して大体 $1/4 \sim 1/2$ ほどがよい。こうして剰余パターンを生成する。

さらに平滑化輪郭と、部分塗潰しを作る。もちろん、全部を塗り潰してもかまわない。白黒模様はこれだけでできる。結果がよくない場合は、必要なだけ、手順を遡ってそこからやり直す。

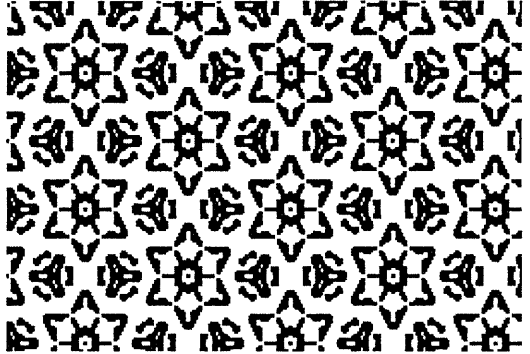
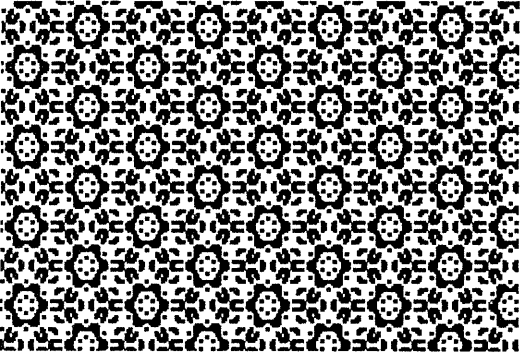
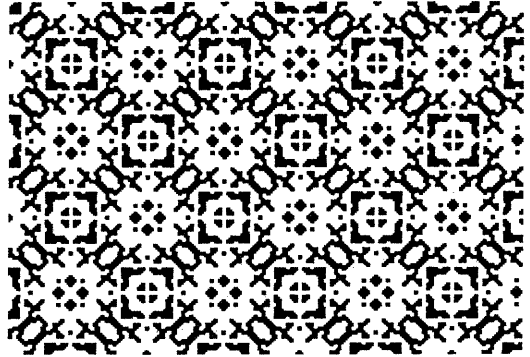
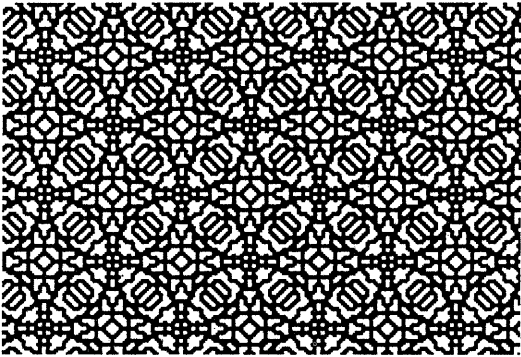
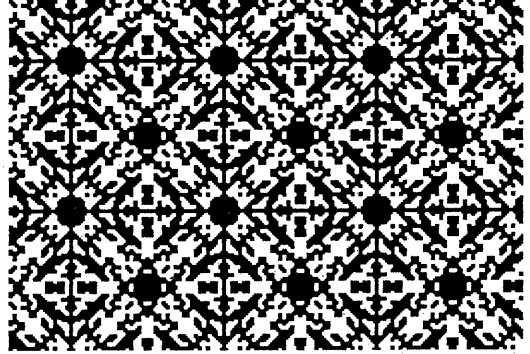
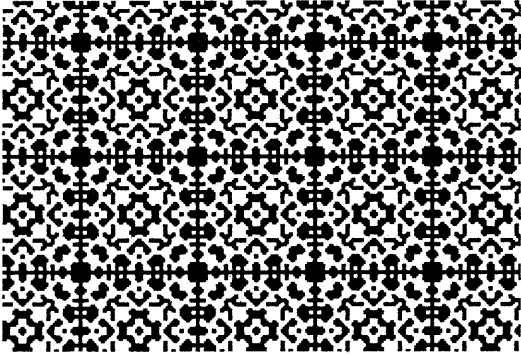
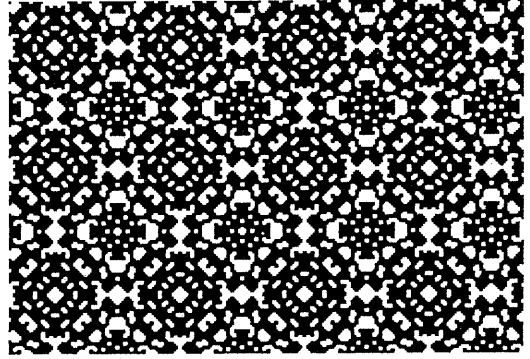
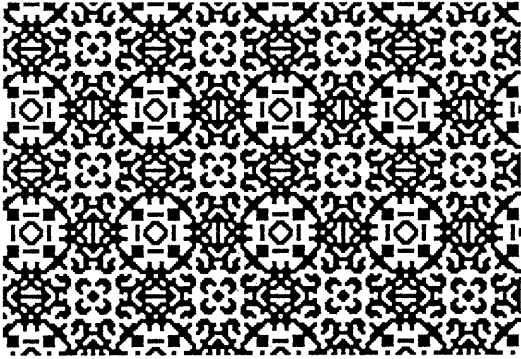
カラーの模様は白黒模様4枚から作る。平滑化輪郭、部分塗潰し、または両者のOR合成を組合せるが、合成した4パターン間で、色分布が適切になるようにする。また、細線分布が適切になるようにする必要がある。多めに作って出来のよいものを使えばよい。

たとえば、正方格子の模様の場合には、それぞれ違う剰余項の組合せで発生させた3種の塗潰しパターンとこれらの輪郭のXOR合成でよい。ただし、このときは15色になる。

これに色割当をする。各色番号ごとのパターンに美的なパターンが多ければ、できあがりやすい可能性が高い。配色プログラムは少し考えてみたが、とても人間が指定するのに及ばない。

4. 試作と評価

このようにして模様を試作した。現在のところ構造上の制約によって自由な形態はできないが、美的なレベルには達していると思う。標準的なデザイン・ソース・ブック所載の作品と比較してみたい。



本物の素晴らしさ／まとめにかえて

模様というものは古くから工芸品の装飾に使われてきた。染織，レースをはじめとして，金属工芸，建築装飾など，傑作を飾るのは非常に美しい模様である。これは古今東西を問わず，金に糸目を付けず洗練された趣味を求める注文主がいたことと，それを実現する高度な技術をもった工匠がいたからである。

筆者らの仕事は既存技術の参考水準を上回ることを示してCGの可能性を広げることであるが，CG界全体としてはこのような最高水準に挑戦する必要がある。それには優れたデザイナーと，創造性に対する優れた理念にもとづき，周到に設計されたデザイン・システムが必要である。これは両分野の協力なくしては実現しえない。

将来的な課題になるが，工学側のものとして

1. より複雑な形態を生成しうる関数の発見
2. 塗り潰しの理論的解析

グラフィック・デザイン側のものとして，

3. 適切な配色の理論
4. 機能をぎりぎりまで使った完成度の高い作品の制作

がある。

本方法は，想像的機能をもつものとして類推困難性を意識的に使ったところに面白みがある。それゆえ，独特で，品質低下のない応用であり，コンピュータ・グラフィックスにふさわしい方法である。理論的な側面については多くを述べることができなかったが，色々興味深い点があり，応用を離れて考察することも可能である。

参考文献

Clifford A. Pickover: Computers, Pattern, Chaos, and Beauty/

Graphics from an Unseen World; St. Martin's Press (1990)

Munekazu Sakamoto, Mikio Takagi: Residue Patterns and Their

Application to Graphic Design; Forma, 6 (1991)

Dann E. Passoja, Akhlesh Lakhtakia: Carpets and Rugs: An Exercise

in Numbers; LEONARDO, 25, 1 (1992)

坂元宗和：2変数剰余関数が生成するパターンの性質とそのコンピュータ・グラフィックスへの応

用；科学研究費補助金研究成果報告書（1992）