

視覚モデルを用いたパルス密度変調画像復元の解析

川崎順治* 林 寛* 飯島泰蔵**

*金沢工業高等専門学校 **北陸先端科学技術大学院大学

*〒921 石川県金沢市久安2-270
電話 0762-48-1080

**〒923-12 石川県能美郡辰口町旭台15
電話 0761-51-1111

あらまし 例えば、白黒2値表示した画像にディザ法をかけると、私達は、擬似的に中間調が見えてより鮮明な画像として認識していることを経験する。これは、人間が細部に注目しない場合は対象全体を大まかにとらえて、より多値の鮮明な画像を認識できるということである。今まで、このような外界・網膜・脳を通じて階層的に行われる視覚神経の自然な情報処理の様相を、1次元視覚モデルによってとらえ理論的に明らかにし、実験的に確認した。

本稿は、1次元モデルを基に、新たに2次元視覚モデルを構築した。更に、2次元パルス密度変調に4分割法を提案したので報告する。

和文キーワード

視覚モデル, パルス密度変調, 漸近級数, 等価近似法, 擬似濃淡画像

A Restoration of Pulse Density Modulation Images by Visual Model

Junji Kawasaki* Hiroshi Hayashi* Taizo Iijima**

*Kanazawa Technical College
2-270 Hisayasu, Kanazawa, 921
Phone : 0762-48-1080

**Japan Advanced Institute of Science and Technology, Hokuriku
15 Asahidai, Tatsunokuchi, Ishikawa, 923-12
Phone : 0761-51-1111

Abstract By operating on a binary black and white image with an ordered dither method, it appears, to our visual senses, to become clearer because of a pseudo halftone. This is because when we don't notice of all the details of the images, instead we see from a more global standpoint. We investigated our one-dimensional visual information processing model. we presented a theory and experimented results for a layered model which extended external world, retina and brain.

This paper propose newly our two-dimensional visual information processing model based on one-dimensional model and propose the four divided method of two-dimensional pulse density modulation.

英文 key words Visual Model, Pulse Density Modulation, Asymptotic Series, Equivalent Approximate Method, Pseudo gray Image

1. はじめに

例えば、白黒2値表示した画像にディザ法をかけると私達は、擬似的に中間調が見えてより鮮明な画像として認識していることを経験する。これは、人間が細部に注目しない場合は対象全体を大まかにとらえて、より多値の鮮明な画像を、認識できるということである。今まで、このような外界・網膜・脳を通じて階層的に行なわれる視覚神経の自然な情報処理の様相を、一次元視覚モデルによってとらえ、理論的に明らかにし、実験的に確認した。⁽⁸⁾

本稿は、一次元視覚モデルを基に、新たに2次元視覚モデルを構築した。更に2次元パルス密度変調に4分割法を提案する。まずパルス密度変調されたデジタル画像を外界の入力画像とし、網膜のレベルで視点・視野を考慮しぼけを含んだ画像として扱い、脳のレベルで関数方程式の解として理論的に復元画像を導出した。この解がエルミートの多項式をもち、級数和の項数が漸近級数類似の特性をもつことが示されたので報告する。

2. 非負関数のパルス密度変調

$$f(r) = \begin{cases} f(r) > 0 & (a \leq r \leq b) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases} \quad (1)$$

とする。

パルス密度変調関数 $\hat{f}(r)$ を式(2)で定義する。

$$\hat{f}(r) = V \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \delta(r - P_{ij}) \quad (2)$$

ここで、Vは式(3)で示されるものとする。

$$V = \frac{1}{N_s} \int f(r) dr \quad (3)$$

P_{ij} : パルスの立つ位置

V: 正方形1個当たりの体積

N: 正方形の数

とする。

図1はパルスの配置例を表わしたものである。

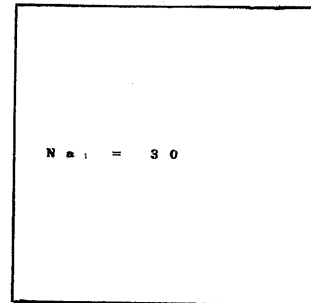
図(a)の Na_i は領域 a_i のパルス数を表わす。次に Na_i ($i=0\sim 3$)が1より大きいかどうかを判断し1より大きいならば図(b)のように画像を正方形に4等分する。

それぞれの Na_i ($i=0\sim 3$)に、その正方形のパ

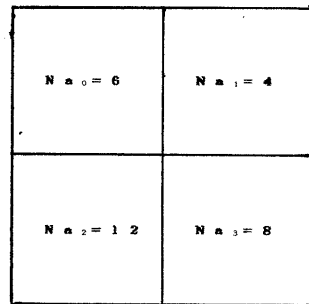
ルスを求める計算式は

$$Na_i = \frac{\text{領域 } a_i \text{ の体積}}{\text{全体積}} \cdot N_{pvr} \quad (i=1\sim 3) \quad (4)$$

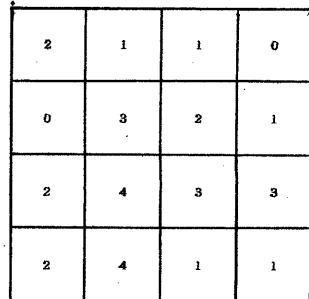
で与えられる。ここで N_{pvr} は全パルス数である。全ての計算が終了した後、再度 Na_i ($i=0\sim 3$)が1より大きいかどうか調べ、 Na_i ($i=0\sim 3$) ≤ 1 の領域はそこで計算をやめる。このような手順ですべての Na_i ($i=0\sim 3$)が1以下になるまで計算する。全ての Na_i ($i=0\sim 3$)が1以下になるとある閾値で2値化し Na_i ($i=0\sim 3$) = 1になった領域は正方形の中心にパルスを配置する。これによりパルス密度変調が完了する。以上の方法を4分割2次元パルス密度変調法と名づける。



(a)



(b)



(c)

1	0							
0	1		1		1			0
			1	1	1	1		
	0		1	0	0	0		1
0	0	1	1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1					
1	0	1	1		1			1

(d)

.
.
.
.
.
.
.
.

(e)

図1 パルスの配置例

図2, 3, 4は原画像にGirlの画像を用いたパルス密度変調画像である。図2はパルス数2000, 閾値0.4793で図3はパルス数5000, 閾値0.5013で、図4はパルス数8000、閾値0.4828でそれぞれパルス密度変調を行なった。この結果パルス数の多い方が精度良く変調されることが明らかになった。

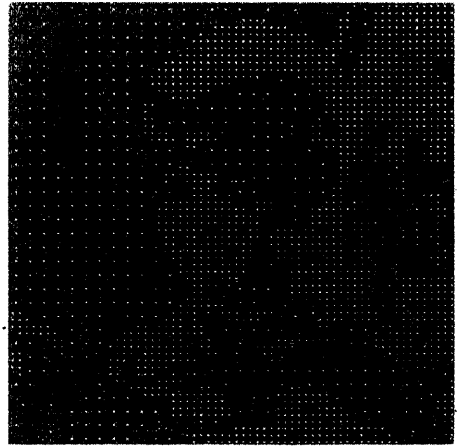


図2 パルス密度変調画像 (パルス数=2000)



図3 パルス密度変調画像 (パルス数=5000)

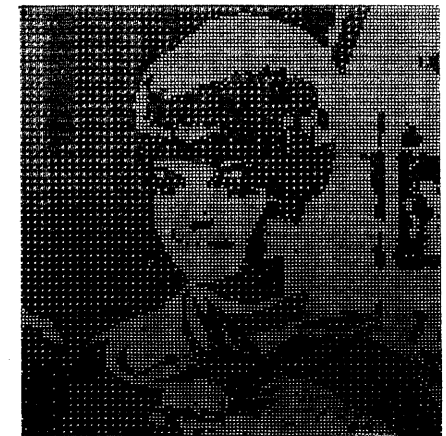


図4 パルス密度変調画像 (パルス数=8000)

3. 単位パルス関数の一般表現

ぼけを含む一般化画像が視覚パターンの基礎方程式を満足することは既に知られている。ぼけのパラメータ $\tau = \sigma^2 / 2$ において

$$W(r, \tau) = \frac{1}{4\pi\tau} e^{-\frac{r^2}{4\tau}} \quad (5)$$

の関数を定義すれば、この関数は

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial \tau}\right)W(r, \tau) = 0 \quad (6)$$

の2次元視覚パターンの基礎方程式を満足する解であり

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(r, \tau) dr = 1, W(r, \tau) > 0 \quad (7)$$

の条件を満たしている。特に $\tau \rightarrow 0$ の極限では

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} W(r, \tau) = \delta(r) \quad (8)$$

である。故に $W(r, \tau)$ は単位パルス波形 $\delta(r)$ を τ だけぼかした関数であり、 $W(r, \tau)$ を一般化された単位パルスと呼ぶことにする。

次に、 $W(r, \tau)$ の逐次導関数は

$$\begin{aligned} W^{(m+n)}(r, \tau) &\equiv \frac{\partial^{m+n}}{\partial x^m \partial y^n} W(r, \tau) \\ &= (-1)^{(m+n)} \frac{1}{\sigma^{m+n}} W(r, \tau) H_m\left(\frac{x}{\sigma}\right) H_n\left(\frac{y}{\sigma}\right) \\ &\quad (m=1, 2, \dots) \quad (n=1, 2, \dots) \quad (9) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $H_m(x/\sigma)$ は m 次のエルミート多項式であり、 $H_n(y/\sigma)$ は n 次のエルミートの多項式である。

なお、エルミート多項式の系 $\{H_m(\frac{x}{\sigma})\}$ 、 $\{H_n(\frac{y}{\sigma})\}$ の間には

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} W(r, \tau) H_m\left(\frac{x}{\sigma}\right) H_n\left(\frac{y}{\sigma}\right) \\ \cdot H_{m'}\left(\frac{x}{\sigma}\right) H_{n'}\left(\frac{y}{\sigma}\right) dr \\ = m! n! \delta_{mm'} \delta_{nn'} \\ (m=1, 2, \dots) \quad (n=1, 2, \dots) \quad (10) \end{aligned}$$

の直交条件が成り立つことが、知られている。

ここで、 $\delta_{mm'}$ 、 $\delta_{nn'}$ はクロネッカーの記号で、

$$\begin{aligned} \delta_{mm'} = \delta_{nn'} = 1 \quad (m=m', n=n') \text{で} \\ \delta_{mm'} = \delta_{nn'} = 0 \quad (m \neq m', n \neq n') \text{である。} \end{aligned}$$

4. ぼけた関数からの原関数の推定

一般に2次元視覚パターンの基礎方程式は、

$$(\nabla^2 - \frac{\partial}{\partial \tau}) f(r, \tau) = 0 \quad (11)$$

で、無限遠方で有界であるような一般解は一意的に求まって、

$$\begin{aligned} f(r, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} W(r-r', \tau-\tau') \\ \cdot f(r', \tau') dr' \\ (\tau > \tau') \quad (12) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $r=r_0$ 、 $\tau=\tau_0$ とおけば、

$$\begin{aligned} f(r_0, \tau_0) = \int_{-\infty}^{\infty} W(r_0-r, \tau_0-\tau) \\ \cdot f(r, \tau) dr \\ (\tau_0 > \tau) \quad (13) \end{aligned}$$

となる。

$f(r_0, \tau_0)$ は $f(r, \tau)$ の画像に対し視点が r_0 、視野が $\tau_0 - \tau$ の抑制をかけた平均になると評価される。これは、客観的に与えられる図形 $f(r, \tau)$ に対して、別に認識主体が主観的に選ぶ視点、視野が定められることによって、情報抽出の姿勢が確立すると解釈される。

文献(4)によれば、視点を a_0 、視野を $\tau_0 - \tau$ に定めたときの $f(r_0, \tau_0)$ の展開形式は、

$$\begin{aligned} f(r, \tau) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{m! n!} \right) A_{mn} \\ \cdot P_m(x-a_0, \sqrt{(\sigma_0^2 - \sigma^2)}) \\ \cdot P_n(y-b_0, \sqrt{(\sigma_0^2 - \sigma^2)}) \quad (14) \end{aligned}$$

2次元の形式で表わされることになる。ここで、

$$P_m(x, \sigma) = \sigma^m H_m\left(\frac{x}{\sigma}\right) \quad (15)$$

$$P_n(y, \sigma) = \sigma^n H_n\left(\frac{y}{\sigma}\right) \quad (16)$$

の関係にある。式(14)に式(15)、(16)を代入すれば

$$\begin{aligned} f(r, \tau) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{m! n!} \right) \\ \cdot A_{mn} \sqrt{(\sigma_0^2 - \sigma^2)}^m H_m\left(\frac{x-a_0}{\sqrt{(\sigma_0^2 - \sigma^2)}}\right) \\ \cdot \sqrt{(\sigma_0^2 - \sigma^2)}^n H_n\left(\frac{y-b_0}{\sqrt{(\sigma_0^2 - \sigma^2)}}\right) \quad (17) \end{aligned}$$

となるが、式(10)と同様の

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(r_0-r, \tau_0-\tau) H_m\left(\frac{x-a_0}{\sqrt{(\sigma_0^2 - \sigma^2)}}\right) \\ \cdot H_n\left(\frac{y-b_0}{\sqrt{(\sigma_0^2 - \sigma^2)}}\right) \cdot H_{m'}\left(\frac{x-a_0}{\sqrt{(\sigma_0^2 - \sigma^2)}}\right) \\ \cdot H_{n'}\left(\frac{y-b_0}{\sqrt{(\sigma_0^2 - \sigma^2)}}\right) dr = m! n! \delta_{mm'} \delta_{nn'} \quad (18) \end{aligned}$$

の直交関係が得られるから式(17)の展開係数 A_{mn} は

$$A_{mn} = \frac{1}{\sqrt{\sigma_0^2 - \sigma^2}^{m+n}} \int_{s_0} W(r_0 - r, \tau_0 - \tau) \cdot f(r, \tau) H_m\left(\frac{x - a_0}{\sqrt{\sigma_0^2 - \sigma^2}}\right) H_n\left(\frac{y - b_0}{\sqrt{\sigma_0^2 - \sigma^2}}\right) dr$$

($m=0, 1, 2, \dots$) ($n=0, 1, 2, \dots$) (19)

から計算されることになる。特に、 $\tau \rightarrow 0$ の極限での画像を

$$f(r) = \lim_{\tau \rightarrow 0} f(r, \tau) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{m! n!}\right) A_{mn} P_m(x - a_0, \sigma_0) \cdot P_n(y - b_0, \sigma_0) \quad (20)$$

とおけば、式(19)は

$$A_{mn} = \frac{1}{\sigma_0^{m+n}} \int_{s_0} W(r_0 - r, \tau_0) f(r) \cdot H_m\left(\frac{x - a_0}{\sigma_0}\right) H_n\left(\frac{y - b_0}{\sigma_0}\right) dr$$

($m=0, 1, 2, \dots$) ($n=0, 1, 2, \dots$) (21)

となる。式(14)、式(21)によって与えられる解 $f(r, \tau)$ は、視点 r_0 と視野 $\tau_0 - \tau$ に着目して式(13)を解いた結果にほかならない。

ここで、式(14)の画像の表示形式の意味を考えてみる。係数 A_{mn} の計算式(21)は、対象とする画像 $f(r)$ に対して $W(r_0 - r, \tau_0)$ の重み関数が掛けられている。よって係数 A_m の値を決めている要因は、視点 r_0 と視野 τ_0 で定まる領域内の画像の形状であり、それから離れたところの画像の形状には関係がない、ということになる。更に式(19)からわかるように、対象とする画像にぼけを加えていくと視点 r_0 は変わらないが、視野は $\tau_0 - \tau$ となり τ の増加と共に視野の範囲が狭くなっていく。

特に、 $\tau \rightarrow \tau_0$ の極限では

$$\lim_{\tau \rightarrow \tau_0} (\sigma_0^2 - \sigma^2)^{m+n} H_m\left(\frac{x - a_0}{\sqrt{\sigma_0^2 - \sigma^2}}\right) H_n\left(\frac{y - b_0}{\sqrt{\sigma_0^2 - \sigma^2}}\right) = (r - r_0)^{m+n} \quad (22)$$

であるから、式(17)は

$$f(r, \tau_0) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{m! n!} A_{mn} (r - r_0)^{m+n}$$

となる。この形式はテイラー展開級数であるから A_{mn} は

$$A_{mn} = \lim_{r \rightarrow r_0} \frac{d^{m+n}}{dr^{m+n}} f(r, \tau_0) \quad (m=0, 1, 2, \dots) \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (23)$$

の関係にあたる。

さて、式(14)から $f(r, \tau)$ は無有限項の級数からなっているが実用上は、有限項で打ち切ったものを用いざるを得ない。そこで、

$$f_{MN}(r, \tau) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \frac{1}{m! n!} A_{mn} \cdot P_m(x - a_0, \sqrt{\sigma_0^2 - \sigma^2}) P_n(y - b_0, \sqrt{\sigma_0^2 - \sigma^2}) \quad (24)$$

を $f(r, \tau)$ の近似関数として定義する。特に、 $\tau = 0$ の極限での画像を

$$f_{MN}(r) = \lim_{\tau \rightarrow 0} f_{MN}(r, \tau) \quad (25)$$

とおけば、式(15)、式(16)より

$$f_{MN}(r) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \left(\frac{1}{m! n!}\right) A_{mn} P_m(x - a_0, \sigma_0) \cdot P_n(y - b_0, \sigma_0) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \left(\frac{1}{m! n!}\right) \tilde{A}_{mn} H_m\left(\frac{x - a_0}{\sigma_0}\right) \cdot H_n\left(\frac{y - b_0}{\sigma_0}\right) \quad (26)$$

が求まる。ここで、 \tilde{A}_{mn} は

$$\tilde{A}_{mn} = \sigma_0^{m+n} A_{mn} \quad (27)$$

である。なお、 M, N は十分小さな $\varepsilon > 0$ に対して

$$\int_{s_0} W(r_0 - r, \tau_0) |f(r) - f_{MN}(r)|^2 dr < \varepsilon \quad (28)$$

を満足するように定めるものとする。 M, N を十分大きくとれば

$$f(r) = \lim_{MN \rightarrow \infty} f_{MN}(r) \quad (29)$$

となる。

5. パルス密度変調関数からの復元

式(2)で与えられる $\hat{f}(r)$ を τ だけばかした関数 $\hat{f}(r, \tau)$ は,

$$\hat{f}(r, \tau) = V \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W(r - P_{ij}, \tau - \tau') \quad (30)$$

$(\tau > \tau')$

となる。ここで、 $r = r_0$, $\tau = \tau_0$ とおけば

$$\hat{f}(r_0, \tau_0) = V \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W(r_0 - P_{ij}, \tau_0 - \tau) \quad (31)$$

$(\tau_0 > \tau)$

となる。式(2)を式(21)に代入して、式(14)の対応関係で復元関数 $\hat{f}(r, \tau)$ を推定すると、

$$\hat{f}(r, \tau) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{m! n!} \right) B_{mn} \cdot P_m(x - a_0, \sqrt{\sigma_0^2 - \sigma^2}) P_n(y - b_0, \sqrt{\sigma_0^2 - \sigma^2}) \quad (32)$$

の形式における。または、式(33)の

$$\hat{f}(r, \tau) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{m! n!} \right) B_{mn} \cdot \sqrt{\sigma_0 - \sigma}^{m+n} H_m \left(\frac{x - a_0}{\sqrt{\sigma_0^2 - \sigma^2}} \right) H_n \left(\frac{y - b_0}{\sqrt{\sigma_0^2 - \sigma^2}} \right) \quad (33)$$

が求まり、ここで、

$$B_{mn} = \frac{1}{\sigma_0^{m+n}} V \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W(r_0 - P_{ij}, \tau_0) \cdot H_m \left(\frac{P_i - a_0}{\sigma_0} \right) H_n \left(\frac{P_j - b_0}{\sigma_0} \right) \quad (34)$$

$(m=0, 1, 2, \dots) (n=0, 1, 2, \dots)$

となる。特に、 $\tau \rightarrow 0$ の極限での画像を

$$\hat{f}(r) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \hat{f}(r, \tau) \quad (35)$$

とおけば、式(31), (32)は

$$\hat{f}(r) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{m! n!} \right) B_{mn} P_m(x - a_0, \sigma_0) \cdot P_n(y - b_0, \sigma_0)$$

$$= \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \left(\frac{1}{m! n!} \right) B_{mn} \sigma_0^{m+n} H_m \left(\frac{x - a_0}{\sigma_0} \right) \cdot H_n \left(\frac{y - b_0}{\sigma_0} \right)$$

$$= \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \left(\frac{1}{m! n!} \right) \tilde{B}_{mn} H_m \left(\frac{x - a_0}{\sigma_0} \right) H_n \left(\frac{y - b_0}{\sigma_0} \right) \quad (36)$$

となる。ここで、 \tilde{B}_{mn} は

$$\tilde{B}_{mn} = \sigma_0^{m+n} B_{mn} \quad (37)$$

である。

さて、 $f(r)$ を式(26), (28)を満足するM, Nで級数を打ち切ると

$$\hat{f}_{MN}(r, \tau) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \left(\frac{1}{m! n!} \right) \tilde{B}_{mn} \cdot H_m \left(\frac{x - a_0}{\sigma_0} \right) H_n \left(\frac{y - b_0}{\sigma_0} \right) \quad (38)$$

となる。

ここで、

$$\tilde{\Delta}_{mn} \equiv \tilde{A}_{mn} - \tilde{B}_{mn} \quad (39)$$

とおくと

$$\int_{s_{\infty}} W(r_0 - r, \tau_0) |f_{MN}(r) - \hat{f}_{MN}(r)|^2 dr = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \left(\frac{1}{m! n!} \right) \tilde{\Delta}_{mn}^2 \equiv \varepsilon_0^2 \quad (40)$$

となる。 ε_0 に対して

$$\begin{aligned} & \sqrt{\int_{s_{\infty}} W(r_0 - r, \tau_0) |f(r) - \hat{f}_{MN}(r)|^2 dr} \\ & \leq \sqrt{\int_{s_{\infty}} W(r_0 - r, \tau_0) |f(r) - f_{MN}(r)|^2 dr} \\ & + \sqrt{\int_{s_{\infty}} W(r_0 - r, \tau_0) |f_{MN}(r) - \hat{f}_{MN}(r)|^2 dr} \\ & < \varepsilon + \varepsilon_0 \quad (41) \end{aligned}$$

の三角不等式の関係が成り立つことになる。よって、

ε_0 が十分に小さければ、 $\hat{f}_{MN}(r)$ は $f(r)$ の良い

近似を与える関数となることがわかる。

さて、M, Nを十分大きくとれば

$$\hat{f}(r) = \lim_{MN \rightarrow \infty} \hat{f}_{MN}(r) \quad (42)$$

となることは明らかであるが、復元問題は $\hat{f}(r)$ を求めることが重要ではなく、 $f(r)$ に近い関数を求めることが重要な目的である。ここで、

$$(f, \hat{f}_{MN}) = \int_{-\infty}^{\infty} w(r_0 - r, \tau_0) f(r) \hat{f}_{MN}(r) dr \quad (43)$$

の内積を定義し、かつ

$$\|f\| = \sqrt{(f, f)} \quad (44)$$

のノルムを定義する。そこで、式(41)より $\hat{f}_{MN}(x)$ が $f(x)$ の良い近似を与える関数であるので、誤差を2乗ノルムで計算し

$$\begin{aligned} e_{MN}^2 &\equiv \text{Min}_{MN} e_{MN}^2 \\ &= \text{Min}_{MN} \|f(r) - \hat{f}_{MN}(r)\|^2 \\ &= \text{Min}_{MN} \int_{-\infty}^{\infty} W(r_0 - r, \tau_0) \\ &\quad \cdot \{f(r) - \hat{f}_{MN}(r)\}^2 dr \end{aligned} \quad (45)$$

を実現する項数 $M \equiv M_0, N \equiv N_0$ を求めて

$$f(r) \cong \hat{f}_{\text{MONO}}(r) \quad (46)$$

となる復元関数 $\hat{f}_{\text{MONO}}(r)$ を定めることが重要である。更に、 $\hat{f}_{MN}(r)$ の $f(r)$ に対する近似度 η^2 が

$$\eta^2 = \frac{\|f(r) - \hat{f}_{MN}(r)\|^2}{\|f(r)\|^2} \quad (47)$$

によって表わされることになる。

6. 方形画像の原関数によるモデルの評価

6.1 近似度の計算式の展開

式(47)の近似度を計算するために、式(45)の誤差の計算式が

$$\begin{aligned} e_{MN}^2 &= \|f(r) - \hat{f}_{MN}(r)\|^2 \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{m!n!} \right) \bar{A}_{mn}^2 - 2 \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \left(\frac{1}{m!n!} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\cdot \bar{A}_{mn} \bar{B}_{mn} + \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \left(\frac{1}{m!n!} \right) \bar{B}_{mn}^2 \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{m!n!} \right) \bar{A}_{mn}^2 - \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \left(\frac{1}{m!n!} \right) \\ &\quad \cdot \bar{A}_{mn}^2 + \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \left(\frac{1}{m!n!} \right) \Delta_{mn}^2 \\ &= \sum_{m=M+1}^{\infty} \sum_{n=N+1}^{\infty} \left(\frac{1}{m!n!} \right) \bar{A}_{mn}^2 \\ &\quad + \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \left(\frac{1}{m!n!} \right) \Delta_{mn}^2 \end{aligned} \quad (48)$$

の関係として求まる。

提案した視覚モデルにおいて、任意の原関数について一般的な議論をすることは容易ではない。そこで、まず典型例として2次元モデルの方形画像について検討し、基本的な特性を求めることが適切である。

さて、図5に示すように2次元モデルとして

$$f(r) = \begin{cases} 1 & (0 \leq r \leq 1) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases} \quad (49)$$

の方形画像を原関数として、 $f(r)$ をI, J個のパルスで表わすものとする。式(48)で誤差を計算するために \bar{A}_{mn} を式(49)の $f(r)$ で求める。

$$\begin{aligned} \bar{A}_{mn} &= \int_0^1 \int_0^1 W(r_0 - r, \tau_0) H_m \left(\frac{x - a_0}{\sigma_0} \right) \\ &\quad H_n \left(\frac{y - b_0}{\sigma_0} \right) dx dy \\ &= \tau_0 W(0, \tau_0) H_{m-1}(0) H_{n-1}(0) \\ &\quad - \tau_0 W(1, \tau_0) H_{m-1} \left(\frac{1}{\sigma_0} \right) H_{n-1} \left(\frac{1}{\sigma_0} \right) \end{aligned} \quad (50)$$

の関係となる。但し、 $a_0=0, b_0=0$ の場合である。以上の関係により、式(47)より近似度 η^2 を求める。図5に方形画像のパルス密度変調の原理図を示す。

6.2 漸近級数特性

方形画像の原関数と近似項数M, Nで打ち切った関数との e^2 を求めると誤差が最小となる点が求まり、最良近似項数 M_0, N_0 存在することが確認された。今、 $M=N$ とし、視野を0.1とし、パルス数を10, 20, 30, 40とし横軸、縦軸をM, Nとした漸近級数特性を図6に示す。

7. むすび

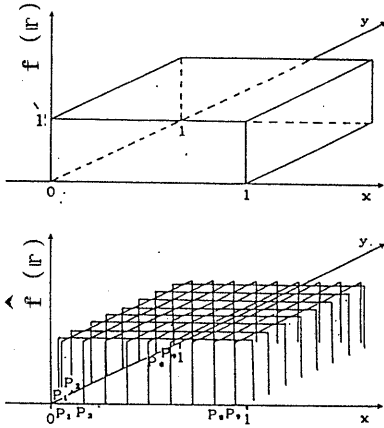


図5 方形画像のパルス密度変調の原理図

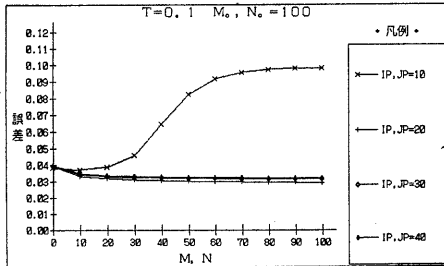


図6 漸近級数特性

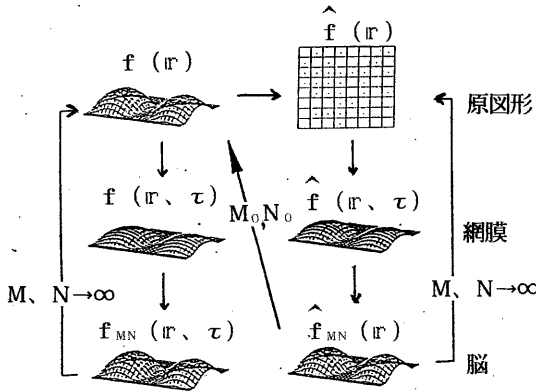


図7 二次元視覚モデルの概略図

図7に二次元視覚モデルの概略図を示す。

本稿は視覚系によるパルス密度変調された濃淡画像の二次元復元解析法を提案し、典型例とし原画像が方形画像の場合で検討した。近似項数 M, N と近似法 η^2 の関係が漸近級数類似の関係になっており、予想通り復元できる最適近似項数 M_0, N_0 が存在していることが実証された。

今後の課題としては、モデルの有効性を更に高めるために、復元画像の導出とパルス数が変化する場合、パルス密度変調だけでなく振幅変調ディザ法などの各変調方式、原画像が方形画像以外の場合等に関して検討する予定である。

尚、復元画像については、当日、発表する予定です。

謝辞 本研究を進める上で、日ごろ熱心に御検討頂く金沢工大・林彬教授ならびに東工大・小川英光教授、佐藤誠助教授、金沢高専・門脇信夫教授および、実験に御協力頂いた金沢高専5年・板垣孝氏・北村嘉彦氏に深謝致します。

文 献

- (1) 川崎順治, 林彬, 羽場保弘: "組織的ディザ法による画像の4値表示について", TV学会1980全大, 16-15.
- (2) 佐藤幸雄, 唐沢正道, 加藤頼一: "ディザ法による濃淡画像の画質の一評価法", 昭56信学総全大, 1038.
- (3) 飯島泰蔵: "パターン認識", コロナ社(昭48)
- (4) 飯島泰蔵: "視覚パターンを主観的に表現する数学形式", 信学論(D), J-70-D, 8, pp, 1564-1569 (昭62-08).
- (5) 川崎順治, 秦俊博, 中川吉人, 飯島泰蔵: "視覚モデルによるパルス密度変調画像の復元-矩形・正弦入力1次元モデルの解析-", 信学技報, PRU90-76 (1990-10).
- (6) 川崎順治, 秦俊博, 福田一郎, 飯島泰蔵: "視覚モデルによるパルス密度変調画像の復元-矩形・正弦・三角画像入力-", 信学技報, PRU92-49 (1992-11)
- (7) 川崎順治, 川上奈弓, 林彬, 飯島泰蔵: "視覚モデルによるパルス密度変調画像の復元-矩形値近似法による正弦・三角画像-", 信学技報, PRU93-34 (1993-07)
- (8) 川崎順治, 飯島泰蔵: "視覚モデルによるパルス密度変調画像の復元-視点・視野を考慮した一次元モデルの解析法-", 信学論, D-II, J-70-D-II, NO.4, pp.774-780 (1994-04)
- (9) 川崎順治, 林寛, 飯島泰蔵: "視覚モデルによるパルス密度変調画像の復元-等価近似法の視野を広げた場合-", 平6信学秋大, D-279