

区間型ボリュームにおける位相的あいまいさの緩和

竹島 由里子 藤代 一成[†] 山下 優子[†]

お茶の水女子大学大学院人間文化研究科

[†] お茶の水女子大学理学部情報科学科

〒112 東京都文京区大塚 2-1-1

{takesima, fuji}@is.ocha.ac.jp

我々は先に、フィールド値がある有限閉区間に属するような三次元サブボリュームをソリッドデータとして幾何学的に表現する「区間型ボリューム」を提案した。区間型ボリュームは、等値面化アルゴリズムとして知られる Marching Cube (MC) 法を拡張することによって抽出されるため、MC 法がもつ等値面パッチ構成に関する位相的なあいまいさを継承してしまっている。対象ボリュームデータの解析において、抽出されたソリッドの連続性や、穴、くぼみなどの位相的な特徴の違いは、誤った解析結果を導き出す危険性を有している。そこで本論文では、あいまいさが生じるボクセル間のフィールド勾配情報を用いて、MC 法による等値面パッチ構成の問題点を緩和する Van Gelder らの Gradient Consistency Heuristics を拡張して、区間型ボリュームがもつ位相的なあいまいさを可能な限り除去する方法を提案する。解析的な三変数関数や標準的なボリュームデータを用いて、位相的正しさの程度や抽出時間に関して、本法とその他のあいまいさを緩和する補助アルゴリズムとの比較を行う。

Alleviating Topological Ambiguities in Interval Volume Extraction

Yuriko Takeshima Issei Fujishiro[†] Yuko Yamashita[†]

Doctoral Research Course in Human Culture

[†] Department of Information Sciences

Ochanomizu University

2-1-1 Otsuka, Bunkyo-Ku, Tokyo 112, Japan

{takesima, fuji}@is.ocha.ac.jp

Topological consistency is crucial for geometrical features to be extracted from a given volume dataset, since incorrect topology of the features might lead to a misunderstanding of the target dataset. This paper extends four known auxiliary algorithms for alleviating topological ambiguities of isosurfaces extracted by the Marching Cubes algorithm, so as to construct *interval volume*, which has been proposed by the authors as a generalized geometrical model for representing a 3D subvolume with field values belonging to a closed interval, in a topologically consistent manner. A simple analytic volumetric function and a standard volume dataset are used to analyze the topological consistency *v.s.* temporal complexity tradeoffs among the present auxiliary algorithms.

1 はじめに

多変量の三次元分布データであるボリュームデータの複雑な内部構造や動的振舞いを可視化する技術であるボリュームビジュアライゼーション (Volume visualization) の高速化及び高度化に関するさまざまな研究・開発が、現在もお活発に展開されている^{1)~3)}。その中で、我々が94年に提案した、新しいボリューム幾何モデルである区間型ボリューム (Interval volume)^{4)~7)} は、フィールド値がある有限閉区間に属するような三次元サブボリュームをソリッドとして表現したものであり、代表的な可視化プリミティブの一つである、特定のフィールド値をもつボリュームの位置をパッチで連結する等値面 (Isosurface) の一般化と位置付けることができる。また、区間型ボリュームは、その内部領域のフィールド値を引き継いだ幾何的構造として抽出・表示されるため、transfer function を用いて半透明・疑似カラー表示を行うことにより、可視化した画像から、より精密な情報を得ることが可能となる。つまり、幾何学的な中間データを作成せずにボリューム全体を半透明な画像として表示するダイレクトボリュームレンダリング (Direct volume rendering) アプローチに近い直観的可視化が可能であると同時に、同アプローチほどの計算量を必要としないという利点を兼ね備えている。さらに我々は、階層的ボリューム索引構造として知られる Branch-on-Need Octree⁸⁾ を用いて、関心の少ない領域への無駄な操作を避けることによって、より高速な区間型ボリューム抽出および計測を実現し、区間型ボリュームを用いた効果的なボリュームデータの表示や解析のための環境を構築してきた^{7),9),10)}。ボリューム全体ではなく、ある一定区間の興味あるフィールド値をもつ三次元サブボリュームだけに着目して、効率的に対象ボリュームを可視化する考え方は、この区間型ボリューム以外にも、Guo の区間集合 (Interval Set)¹¹⁾、Crawfis のスプラッティングを用いたデータスペーススライシング¹²⁾ 等、最近の研究例にも多く採用されており、リアルタイムボリュームビジュアライゼーションへ向けての一つの潮流を形成し始めていると考えられる。

ところで区間型ボリュームは、等値面生成アルゴリズムとして最も良く知られているマーチングキューブ (Marching Cubes : MC) 法¹³⁾ を拡張することによって抽出されることから、MC 法がもつ等値面パッチの構成に関するあいまいさを継承してしまっている。先行研究^{4)~7),9),10)} では Asymptotic Decider (AD)¹⁴⁾ 補助アルゴリズムを用いることでそのあいまいさを解決しようとしていたが、AD 補助アルゴリズムではキューブのあいまいな面 (3節参照) の情報しか用いておらず、正しいパッチの選択には限界が認められた。間違った位相の選択は、誤った解析結果を導き出してしまうため、より正しい位相の確保は効果的な対象ボリュームの解析を進める上できわめて重要である。

そこで本論文では、あいまいさが生じるキューブ以外のフィールド値も利用して求めた勾配情報を用いることで、より正しい位相の等値面を選択する Van Gelder らの Gradient Consistency Heuristics (GCH)¹⁵⁾ を拡張し、より正しい位相をもつ区間型ボリュームの抽出法を提案する。

本論文は以下のように構成されている。次節で区間型ボリュームの定義及び抽出方法について説明した後、3節で、GCH 法の他に、Wyvill らの Facial Average (FA)¹⁶⁾ 法、Nielsen らの AD 法などの MC 法のあいまいさを緩和する補助アルゴリズムを紹介する。4節で、既知の関数からなるボリュームデータを用いて、どの程度正しい位相を選択できるのかを検証した後、より現実的なプロテインボリュームデータを用いて、位相的正しさの程度や抽出時間に関して、本法とその他の補助アルゴリズムとの比較を行う。最後に5節で、まとめと今後の課題について述べ、本論文を閉じる。

2 区間型ボリューム

区間型ボリュームは、フィールド区間の指定の仕方によって、ボリューム全体や等値面、誤差を許容した等値面などを表現することが可能であるため、等値面の一般形を与えている。本節では、その区間型ボリュームを定義し、その抽出方法の概略を述べる。詳しくは、文献4)~7)を参照されたい。

2.1 区間型ボリュームの定義

ボリューム $V = (S, f)$ が与えられたと仮定する。ここで、 S は三次元ユークリッド空間内の矩形領域、 f は有限閉区間 $[f_{min}, f_{max}] (C R) \rightarrow S$ を写像するフィールド関数である。このとき区間型ボリューム $IV(\alpha, \beta) (\in V)$ は、次式で表される：

$$IV(\alpha, \beta) = \{(p, f(p)) | p \in S, \alpha \leq f(p) \leq \beta\}.$$

ただし、 $f_{min} \leq \alpha \leq \beta \leq f_{max}$.

ボリューム V は常に解析的であるとは限らないので、 V に対し各座標軸方向に等間隔な格子を割り当て、その格子点だけがフィールド値をもつような離散ボリューム V_D を考える。ここでは、この格子点をボクセル、各座標軸で隣接する 8 つのボクセルからなる立方体領域をキューブと呼ぶことにする。離散ボリュームにおいては、格子点のフィールド値から trilinear 補間を用いて、格子点以外の点のフィールド値を求める方法が広く普及しているので、ここでも採用する。なお、以下では、議論を簡単にするために、対象とするボクセルデータセットを、各ボクセルが単一のスカラーフィールドをもつ正六面体格子構造に限定する。

本論文では、与えられた離散ボリューム V_D から抽出される区間型離散ボリューム IV_D について考える。 IV_D は V_D のフィールド値を内部にもつ多角形パッチの集合で表された多面体ソリッドとして抽出される。

2.2 区間型ボリュームの抽出

実際に離散ボリュームデータ V_D から区間型ボリューム $IV_D(\alpha, \beta)$ を抽出するために、拡張された MC 法を用いる^{4)~7)}。具体的には、ソリッドの集合演算を活用する方式によって、テーブル参照をベースとして、区間型ボリュームを効率的に抽出することができる：

$$IV_D(\alpha, \beta) = \bigcup_{i=1}^N (C_{low}^i(\alpha) \cap C_{high}^i(\beta)). \quad (1)$$

ここで、 N はキューブの総数、 $C_{low}^i(\alpha)$ 、 $C_{high}^i(\beta)$ はそれぞれキューブ i のフィールド値が $[\alpha, f_{max}]$ 、

$[f_{min}, \beta]$ に含まれる領域とする。

式 (1) の $C_{low}^i(\alpha)$ 、 $C_{high}^i(\beta)$ を表す多面体ブロックは、MC 法のパッチパターンに、どちらの領域を選択するかの向きを与えた、多面体ブロックのパターンルックアップテーブルを参照することにより求められる。以後、前者を α キューブ、後者を β キューブと呼ぶことにする。また、各キューブ内におけるフィールド値の trilinear 性から、隣接するキューブの共有面における区間型ボリュームブロックの多角形パッチが一致するため、 α キューブ、 β キューブブロックの共通領域 (区間型ボリュームブロック) を求める際には、 IV_D を閉じるための S の外向き境界以外の共有面の多角形パッチは省略可能となる。

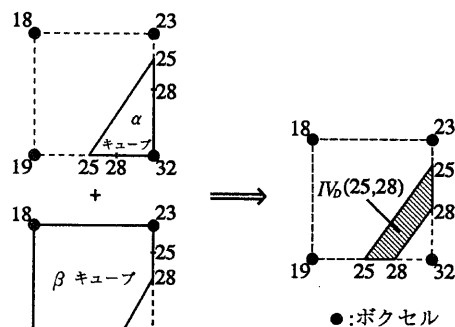


図 1: 区間型ボリュームの抽出例 (二次元)

図 1 に、二次元における区間型ボリューム抽出の例を示す¹⁰⁾。なお、今後二次元においても三次元用語を断りなく用いることにする。図中の頂点ボクセルに与えられた数字は対応するフィールド値を表している。図のようなキューブから $IV_D(25, 28)$ を求めることを考える。キューブ内ではフィールド値の trilinear 性が仮定されていることから、フィールド値 25 の等値面は同図左上のように現れ、実線で囲まれた領域が α キューブとなる。同様に β キューブを求めると、左下のようなになる。右の斜線部がこれらの共通領域となり、 $IV_D(25, 28)$ に相当する。

3 等値面のあいまいさを解消する補助アルゴリズム

MC 法は、多角形パッチの構成に対してあいまいさをもつことが報告されている^{14)~16)}。 閾値よりも大きいフィールド値をもつボクセルを正のボクセル、閾値よりも小さいフィールド値をもつボクセルを負のボクセルと呼ぶことにすると、あいまいさはいずれも、あるキューブにおいて図 2 のような正のボクセルの組と負のボクセルの組がそれぞれ対角線上にある面を 1 つ以上含み、パッチの構成を一意に決めることができないケースで生じていることが知られている。このような面を「あいまいな面 (Ambiguous face)」と呼ぶことにする。 あいまいな面における多角形パッチのエッジは、図 2 の (a) ~ (c) の 3 通りが考えられる。(a) のように、負のボクセルの組を分割する等値面が存在しない場合、(a) は負のボクセルの組で連結されている (connected) と呼ぶ¹⁵⁾。

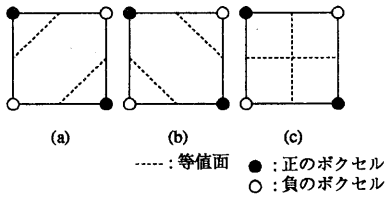


図 2: あいまいな面における等値面パッチパターン

フィールド関数が既知ならば、あいまいさが生じるキューブ内でスーパーサンプリングすることによって、あいまいさを取り除くことが可能なケースも存在するが、一般的にはボリュームデータのフィールド関数は未知であるため、正確なサンプリングは不可能である。そこで、あいまいなケースの位相を決定するための補助アルゴリズムがこれまでも各種開発されてきている。

前節でも述べたように、区間型ボリュームは、MC 法のパッチパターンに向きを与えた多面体ブロックパッチの集合演算によって抽出される。このことから、MC 法のあいまいさを解消する補助アルゴリズムは、区間型ボリュームにも拡張可能であると考えられる。

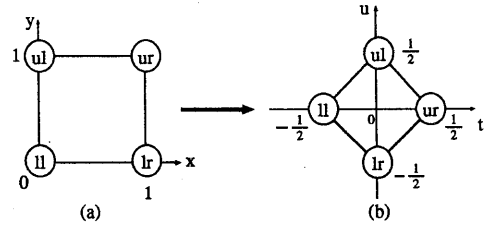


図 3: GCH のための tu 座標系への変換

そこで本節では、MC 法のあいまいさを解消する補助アルゴリズムを 3 つ紹介する。1 つめは位相の決定を簡単な計算によって行っている Wyvill らの Facial Average (FA)¹⁶⁾ アルゴリズム、2 つめは我々の先行研究で用いてきた Nielson らの Asymptotic Decider (AD)¹⁴⁾ アルゴリズム、最後に前二者に比べてより正しい位相を選択すると考えられる Van Gelder らの Gradient Consistency Heuristics (GCH)¹⁵⁾ である。以下、あいまいな面において図 3 (a) のように、各ボクセルにラベルをつけ、ボクセル (i, j) ($i = u, l, j = l, r$) におけるフィールド値を f_{ij} と呼ぶことにする。

3.1 Facial Average

FA 法では、あいまいな面における 4 つのボクセルのフィールドの平均値 f_c と閾値 α の大小関係から、正と負のいずれのボクセルの組を連結するかを決定する。

$$f_c = \frac{1}{4}(f_{ul} + f_{lr} + f_{ll} + f_{ur}). \quad (2)$$

すなわち、 $f_c > \alpha$ ならば正のボクセルを、 $f_c \leq \alpha$ ならば負のボクセルを連結する。この方法では、あいまいさが生じる面の 4 つの頂点ボクセルにおけるフィールド値だけを用いて等値面の位相を決定しており、隣接キューブにおける等値面の連続性は保証される。

3.2 Asymptotic Decider

キューブ内でフィールド値の trilinear 性を仮定すると、各面におけるフィールド関数は、その面におけるボクセルのフィールド値に依存する bilinear 関数となる。そこで AD 法では、bilinear 関

数のコンタが双曲線になることから、双曲線の鞍点 (x_s, y_s) のフィールド値 $B(x_s, y_s)$ が閾値 α よりも大きければ正のボクセルを、小さければ負のボクセルを連結する。

$$B(x_s, y_s) = \frac{f_{ul}f_{ur} - f_{lr}f_{ul}}{f_{ll} + f_{ur} - f_{lr} - f_{ul}}. \quad (3)$$

3.3 Gradient Consistency Heuristics

GCH は、隣接するボクセルのフィールド値の中心差分によって求めた、あいまいな面を含む平面上の勾配要素を用いることから、あいまいな面をもつキューブだけでなく、隣接キューブのフィールド値の情報も用いて、等値面の位相を決定しているといえる。また、あいまいな面でのフィールド関数を二変数の二次関数としてモデル化し、各ボクセルにおけるフィールド値や、勾配情報から係数を決定している。ここでは、 x, y 座標に限定して議論する。

説明を簡単にするために、あいまいな面の座標を図 3 (b) に示したような (t, u) 座標系に変換すると、二変数の二次関数は一般に次のように表現できる：

$$Q(t, u) = c + b_1t + b_2u + a_{11}t^2 + 2a_{12}tu + a_{22}u^2. \quad (4)$$

ここで、あいまいな面の 4 つのボクセルにおけるフィールド値と 8 つの勾配成分からすべての係数を決定することはできないため、 $Q(-1/2, 0) = f_{ll}$, $Q(0, -1/2) = f_{lr}$ などの条件や、各ボクセル (t, u) における二乗誤差の和が最小となるように式 (4) の係数を決定する。

3.3.1 Center-Pointing Gradient 法

あいまいな面の中心におけるフィールド値である $Q(0, 0)$ は、次式 (5) から、明らかに FC 法の式 (2) の補正項を与えている。ここで、 $\nabla f_{t,ij}$ は、ボクセル (i, j) における勾配の t 成分である。

$$Q(0, 0) = \frac{1}{4}(f_{ll} + f_{lr} + f_{rl} + f_{ur}) + \frac{1}{16}(\nabla f_{t,ll} + \nabla f_{t,lr} - \nabla f_{t,ul} - \nabla f_{t,ur}). \quad (5)$$

そして、 $Q(0, 0) > \alpha$ ならば正のフィールド値をもつボクセルの組を連結し、 $Q(0, 0) \leq \alpha$ ならば負のフィールド値をもつボクセルの組を連結する。

3.3.2 Quadratic Fit 法

閾値を 0 と仮定する。 $Q(t, u) = 0$ によって定義された曲線が凸状の円錐曲線 (Conic sections)¹ ならば、面の中心は、円錐曲線で結ばれたボクセルの対角上の組と同じ符号でなければならない。しかし、より一般的な双曲線のケースでは、面の中心の符号が連結された対角線上のボクセルの符号と反対である場合も存在する。そこで、鞍点 (t_s, u_s) は常に双曲線の葉の間に位置するため、鞍点におけるフィールド値の符号によって連結するボクセルの組を決定する。

フィールド関数が双曲線の場合であっても、鞍点を計算しなくて済むことがある。例えば $Q(0, 0)$ が $Q(-1/2, 0)$, $Q(1/2, 0)$ と同じ符号であり、 $Q(t, 0)$ が区間 $(-1/2, 1/2)$ で根をもたなければ、 t 軸上に等値面は存在しないので、ボクセル ll, ur を連結すればよい。 $Q(t, 0)$ がこの区間で根をもつならば、鞍点を考慮に入れなければならない。同様に、 $Q(0, 0)$ が $Q(0, -1/2)$, $Q(0, 1/2)$ と同じ符号ならば、 $Q(0, u)$ が根をもつかどうかを調べればよい。

式 (4) において、 $\mathbf{b}^T = (b_1, b_2)$, 2×2 対称行列 $\mathbf{A} = (a_{ij})$ を用いれば、それぞれの区間で根をもつケースは、 \mathbf{A} が正則のときであり、次式が成り立つ：

$$Q(t_s, u_s) = Q(0, 0) - \frac{1}{4}\mathbf{b}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}. \quad (6)$$

式 (5), (6) から FA 法に対する center-pointing (CP) 法と同様に、quadratic fit (QF) 法は CP 法に対して補正項が与えられるとみなすことができる。

QF 法では、 $Q(t_s, u_s)$ の符号により連結するボクセルの組を決定する。しかし、この値が 0 の場合、円錐曲線は直線の組や、退化した双曲線となり、どの組を連結するのか決定することができない。これはまれなケースであるが、ノイズのあるデータから計算された $Q(t_s, u_s)$ のどんな小さな値も、位相の決定において誤りを導き出すことを意味している。

¹楕円, 放物線, 平行線の組など。

4 実行結果とその評価

区間型ボリュームがもつ位相的あいまいさを緩和するために、前節で述べた MC 法のあいまいさを緩和するための補助アルゴリズムを拡張して、区間型ボリューム抽出に用いる多面体ブロックパターンを生成する。

GCH 法の二種は、FA 法や AD 法に比べて、より正しい位相を選択することができると考えられるが、あいまいさを解消するための計算が複雑になっている。換言すれば、位相の正しさとあいまいさを解消するための計算量の間にはトレードオフの関係があるといえる。本節では、区間型ボリュームにおいて、各補助アルゴリズムがどの程度正しい位相を選択することができるのかを検証し、併せて各補助アルゴリズムによる抽出時間の比較を行う。

前節で述べた等値面のあいまいさを解消する補助アルゴリズムを拡張し、AVS¹⁷⁾ Ver.5 上の区間型ボリューム抽出用自作モジュール^{5)~7),10)}を改良した。なお、使用したハードウェアは SGI 社製の Onyx システム (CPU : R4400 × 2, Clock : 100 MHz, RAM : 128 Mbytes, 2-way interleaved) である。

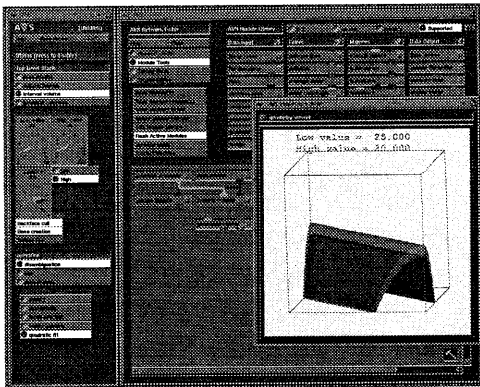


図 4: 区間型ボリューム抽出モジュールの操作画面

図 4 の左側のコントロールパネルには、区間型ボリューム抽出に必要なパラメータを決定するためのスイッチ類が用意されている。区間型ボリュームの抽出の際に用いる補助アルゴリズムは、本論文で紹

介した 4 つと、常に負のボクセルの組を決定する方法が実装されており、ボタンによって選択可能となっている。

4.1 各補助アルゴリズムによるあいまいさの緩和

式 (8) で与えられる $4 \times 4 \times 4$ のボリュームデータを用いて、各補助アルゴリズムが、どの程度正しい位相を選択することができるかを検証した。ここでは、比較のために、あいまいな面がなくなるまでスーパーサンプリングを行った正しい位相のボリュームデータも作成した。なお、フィールド値は 1 バイト符号なし型数 (0 ~ 255) に正規化されている。

$$f(x, y, z) = 4y + 4(x - z)^2 - 5 \quad (7)$$
$$(0 \leq x, y, z \leq 3).$$

図 5 は、 $IV_D(25.000, 30.000)$ を抽出した例である。図からわかるように、FA 法や AD 法では間違った位相が選択されているため、実際には存在しないジャギーが生じている。それに対し、GCH 法の CP 法や QF 法では、スーパーサンプリングを行ったボリュームから得られたものと等しい、正しい位相が選択されていることがわかる。このことから、FA 法や AD 法では、二次関数の場合でさえ、間違った位相が選択される場合があり、CP 法や QF 法の方がより正しい結果を返すことが実証された。

4.2 各補助アルゴリズムによる抽出時間の比較

前項の実験から、GCH 法を用いることで、FA 法や AD 法に比べてより正しい位相を選択できると考えられるので、ここでは QF 法によって抽出された区間型ボリュームの位相を正しいものと仮定する。そして次に、Noodleman らによって生成されたプロテイン (High-Potential Iron Protein:HIPIP) ボリュームデータ ($64 \times 64 \times 64$)¹⁸⁾ を用いて、各補助アルゴリズムの位相的正しさと抽出時間のトレードオフの関係を検証した。

表 4.2 に、HIPIP ボリュームデータから区間型ボリューム $IV_D(127.500, 130.000)$ を抽出した場合

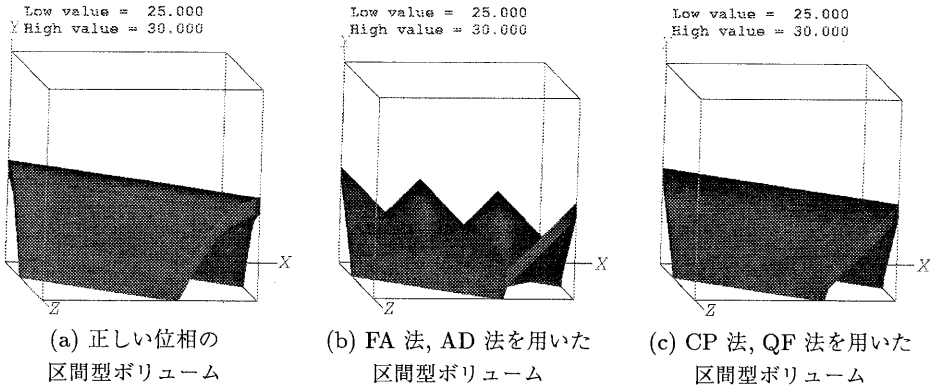


図 5: 各補助アルゴリズムによる区間型ボリュームの抽出例

表 1: 補助アルゴリズムの位相的正しさと抽出時間に関する比較

補助 アルゴリズム	一致率	抽出時間 (CPU 秒)	抽出時間比 (%)
FA 法	0.782	3.171	99.64
AD 法	0.799	3.176	99.80
CP 法	0.910	3.179	99.88
QF 法	1.000	3.183	100.00

の、選択した位相と QF 法が選択した位相との一致率 (正解率) と、抽出に要した時間及び QF 法に対する相対的な抽出時間を示した。このとき、あいまいな面をもつキューブは、全キューブの 0.093 % であった。表から、QF 法, CP 法, AD 法, FA 法の順に、正しい位相が選択されるという結果が得られた。また、各補助アルゴリズムによる区間型ボリューム抽出時間を比較すると、より正しい位相が選択される補助アルゴリズムほど、抽出に要する時間が長くなっている。このことから、位相の正しさと抽出時間にはトレードオフの関係が成り立っているといえる。今回、用いたデータはサイズが小さく、かつ、あいまいな面をもつキューブ数が少ないため、大きな問題とはなっていないが、より複雑なデータでは補助アルゴリズムが抽出時間に与える影響は大きくなると考えられる。

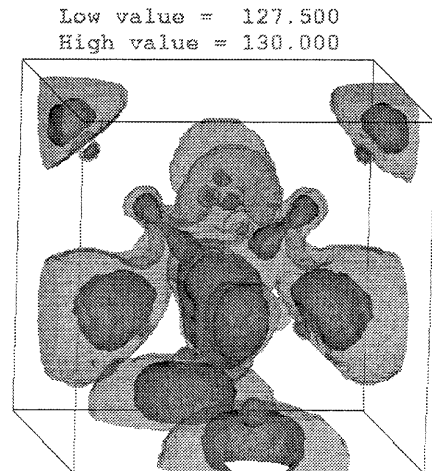


図 6: HIPIP ボリュームにおける区間型ボリュームの可視化例

5 まとめと今後の課題

本論文では、MC 法がもつ等値面のパッチ構成のあいまいさを取り除く補助アルゴリズムを拡張して、区間型ボリューム抽出の際に用いる多面体ブロックがもつ位相的なあいまいさを緩和する方法を提案した。また、これを AVS Ver.5 上の区間型ボリューム抽出用自作モジュールに追加実装し、4 種

類の補助アルゴリズムの位相的正しさと抽出に要する時間を比較した。その結果、あいまいな面をもつキューブだけでなく、隣接するキューブの情報も利用して、あいまいな面の位相を決定する GCH 法の QF 法, CP 法が, より正しい位相を選択できるという結果が得られた。しかし, これらの方法は, あいまいな面をもつキューブの情報だけを用いた, FA 法や AD 法に比べて抽出に要する時間が長くなるという結果も得られた。よって, 位相の正しさと抽出時間にはトレードオフの関係が成り立っている。以上のことから, 要求に応じて, 補助アルゴリズムを適宜選択することにより, 与えられたボリュームのより効率的・効果的な解析が行えると考えられる。

今後の課題として, ボリュームの局所的な空間コヒーレンスなどに応じて, 対話性を維持するために, 適応的にあいまいさの除去アルゴリズムを自動的に選択する機能や, ダイレクトボリュームレンダリングで対象を可視化する際のビューイングパラメータや transfer function などを決定する指標として, 正しい位相の区間型ボリュームを参照して高速にレイキャスティングする機能などを順次実現していく予定である。

なお, 4節で拡張した区間型ボリュームモジュールのオリジナルは, 筑波大学大学院工学研究科の前田裕治氏(現福井県庁)との共同研究の成果^{4)~7),9),10)}である。

参考文献

- [1] Kaufman, A. E.: *Volume Visualization*, IEEE Computer Society Press, 1991.
- [2] 藤代一成, 茅暁陽, 國井利泰: ボクセル指向 3 次元データ表現とその表示技術, 情報処理, vol. 34, no. 3, pp. 285-298, 1993.3.
- [3] Kaufman, A. E. and Fujishiro, I.: "Volume visualization: concepts and research directions," *Journal of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan*, vol. 34, no. 7, pp. 537-545, July 1995.
- [4] 藤代一成, 前田裕治: Marching Cubes の一般化: 高解像度区間型ボリューム抽出アルゴリズムの提案, 情報研報 94-CG-71-5, 1994.10, pp. 25-31.
- [5] 前田裕治, 藤代一成, 竹島由里子: Solid Fitting を用いたボリュームデータの可視化, グラフィクスと CAD シンポジウム論文集, 1995.10, pp. 33-40.
- [6] Fujishiro, I., Maeda, Y. and Sato, H.: "Interval volume: a solid fitting technique for volumetric data display and analysis," in *Proc. IEEE Visualization '95*, Atlanta, October-November 1995, pp. 151-158.
- [7] Fujishiro, I., Maeda, Y., Sato, H. and Takeshima, Y.: "Volumetric data exploration using interval volume," *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 2, no. 2, pp. 144-155, June 1996.
- [8] Wilhelms, J. and Van Gelder, A.: "Octrees for faster isosurface generation," *ACM Transactions on Graphics*, vol. 11, no. 3, pp. 201-227, July 1992.
- [9] 竹島由里子, 前田裕治, 藤代一成: 区間型ボリューム抽出アルゴリズムの高速化, 情報研報, 第 50 回, 1C-10, 1995.3.
- [10] 藤代一成, 竹島由里子, 前田裕治: 階層的空間索引構造を用いた区間型ボリュームの高速抽出, 情報処理学会論文誌投稿中.
- [11] Guo, B.: "Interval set: a volume rendering technique generalizing isosurface extraction," in *Proc. IEEE Visualization '95*, Atlanta, October-November 1995, pp. 3-10.
- [12] Crawfis, R. A.: "Real-time slicing of data space," in *Proc. IEEE Visualization '96*, San Francisco, October 1996, pp. 271-277.
- [13] Lorensen, W. E. and Cline, H. E.: "Marching Cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm," *Computer Graphics*, vol. 21, no. 4, pp. 163-169, August 1987.
- [14] Nielson, G. M. and Hamann, B.: "The asymptotic decider: Resolving the ambiguity in Marching Cubes," in *Proc. IEEE Visualization '91*, San Diego, October 1991, pp. 83-90.
- [15] Van Gelder, A. and Wilhelms, J.: "Topological considerations in isosurface generation," *ACM Transactions on Graphics*, vol. 13, no. 4, pp. 337-375, October 1994.
- [16] Wyvill, G., McPheeters, C. and Wyvill, B.: "Data structures for soft objects," *The Visual Computer*, vol. 2, no. 4, pp. 227-234, August 1986.
- [17] Advanced Visual Systems Inc.: *AVS developer's guide*, 1992.
- [18] University of North Carolina, Chapel Hill: The Chapel Hill Volume Rendering Test Data Set: <http://ftp.cs.unc.edu/pub/projects/softlab/CHVRTD/vol11>.