

地球磁気圏の磁気テールにおける3次元トポロジーの可視化

市川 泰士* 蔡 東生†

*筑波大学 工学研究科 電子・情報工学専攻

†筑波大学 電子・情報工学系 〒305-8573 茨城県 つくば市 天王台 1-1-1

*[Email: ti@maple.is.tsukuba.ac.jp](mailto:ti@maple.is.tsukuba.ac.jp)

†[Email: cai@is.tsukuba.ac.jp](mailto:cai@is.tsukuba.ac.jp)

地球磁場と太陽風の干渉によって、地球はその地球磁気圏を形成する。近年のスーパーコンピュータと並列計算機の急速な発展により、地球磁気圏と太陽風の干渉問題の数値シミュレーションを可能にした。このようにして、大規模な数値データセットが得られる。

本論文では、第一に完全3次元電磁粒子PIC(Particle-In-Cell)コードを用いることで、地球磁気圏と太陽風の干渉問題の数値シミュレーションを行う。

第二に、得られた数値データセットを基に3次元トポロジーの可視化を試みる。

第三に、時間経過に伴った磁気テール近傍のトポロジーの変化を観測しながら、大域的なトポロジーの変化が生じる臨界状態を探索する。この大域的なトポロジーの変化は磁場の繋ぎ代え(リコネクション)によって生じ、この時地球の北、南極に大量の電磁粒子が流れ込むことで、オーロラ現象が生じるとされている。

本論文の目的とするところは、磁気テール近傍で3次元トポロジーを可視化し、その時間経過に伴ったトポロジーの変化を観測する事である。

Visualizing Three-Dimensional Magnetic Field Topology in the Earth Magnetotail

Taiji Ichikawa* Dongsheng Cai†

*Doctoral Program in Engineering, University of Tsukuba

†Institute of Information Sciences and Electronics, University of Tsukuba
1-1-1, Tennoudai, Tsukuba, Ibaraki, 305-8573, Japan

*[Email: ti@maple.is.tsukuba.ac.jp](mailto:ti@maple.is.tsukuba.ac.jp)

†[Email: cai@is.tsukuba.ac.jp](mailto:cai@is.tsukuba.ac.jp)

It's known that the earth magnetic field is being interacted and compressed by the solar winds, thus they form the so-called the earth magnetosphere. Recent developments of both fast supercomputers and parallel computers enable us to numerically simulate both the formation of the earth magnetosphere and interactions between the solar wind and the earth magnetosphere. Thus large numerical data sets are generated in this simulation and some smart visualizations are inevitable to understand important physics like reconnections.

In the present report, first, we numerically simulate the interactions between the earth magnetosphere and the solar wind, using an electro-magnetic three-dimensional PIC (Particle-In-Cell) code.

Second, we visualize the three-dimensional topology in the simulations.

Third, observing the temporal evolution of the magnetic topology, we determine the critical magnetic field topology that enables the global changes of the earth magnetic field topology. The global changes of the earth magnetic field topology are often referred to as the reconnections related to the onset of the magnetic storms or substorms.

The purpose of this report is to visualize the temporal evolution of three-dimensional magnetic field topology.

1. はじめに

計算機の能力は急速に進歩しており、今日では並列スーパーコンピュータにより、様々な科学研究のシミュレーションが行われている。そこで、その莫大な数値データを解析するための手段として、可視化の技術が重要な位置を占める。

当然、可視化の手法に関しては様々な研究がなされている。ところが、扱うデータが多次元、大量であればあるほど可視化の手法も困難になる。また、苦勞の結果可視化に成功したとしても、十分に解析、評価ができるとは限らない。

本研究では、この視点から磁気テール近傍の3次元トポロジーの可視化を試み、その複雑な特徴をいかに簡潔にとらえるかを目的とする。

2. 地球磁気圏

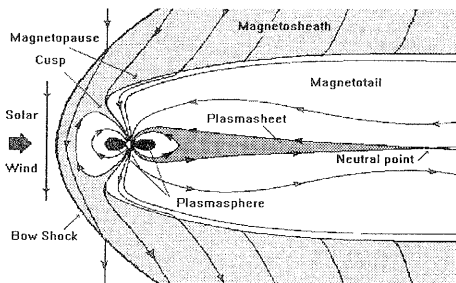


図1: 地球磁気圏

本研究では、図1のような太陽風と地球磁気圏の干渉問題を扱う。太陽風は地球の磁場と干渉し、地球磁場を圧迫し、地球の磁気圏を形成する。太陽風が運んでくる大量の荷電粒子が、北、南極圏のカusp領域から地球の大気に入ることによって、オーロラ現象を引き起こすと考えられる。

3. シミュレーションデータ

本研究で可視化するシミュレーションデータは、TRISTANコードという完全3次元電磁粒子PICコードを、この問題に適用することによって生成されたデータである。

本シミュレーションは、グリッドサイズが $215 \times 95 \times 95$ 、粒子密度が0.9 (per grid)、粒子はイオンと電子の2つなので、総電磁粒子数が約3.5百万個の大規模シミュレーションである。

本シミュレーションでは、電磁波の吸収境界を利用しており、データの解析対象は地球近傍の $61 \times 61 \times 61$ に限定している。 $X=0$ のYZ平面から太陽風をモデルとしたイオンと電子を熱運動と太陽風速度を持たせて流し、これらの粒子に太陽磁場を自己矛盾なくもたせる。このとき凍り付き条件で太陽磁場が地球磁場におつかることで、粒子の時間経過による移動により位相の変化が起き、リコネクションと呼ばれる磁場の繋ぎ代えが行われる。

図2は左図から右図へと $Y=30$ での、本シミュレーションにおける粒子の時間経過(64 time step)を示している。この平面図において、地球は(20.0,30.0,30.0)に位置している。

本研究では、この二つの時間経過を4 time step毎に区切り磁気テール近傍でのトポロジーを可視化し、リコネクションが起こる臨界状態の探索を試みる。

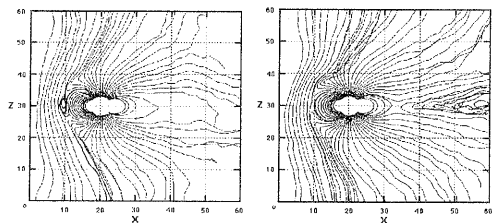


図2: 時間経過による磁場の繋ぎ代え

4. トポロジーと特異点

4.1 ベクトル場におけるトポロジーと特異点

本研究では地球近傍の磁場を、各グリッド上でベクトル表現した数値データセットを扱う。ここで、ベクトル場におけるトポロジーと特異点の定義を示す。

ベクトル場における特異点とは、その速度成分 $v(u, v, w) = (0, 0, 0)$ となる点である。

この特異点近傍のベクトル場のヤコビアン固有値が、トポロジーを決定するパラメータとなる。それはベクトル場におけるトポロジーに関する以下の定理によるものである。

- 1: 特異点近傍のヤコビアンの固有値の縮退がなく、かつハイパボリックの時、その近傍での解の暫定的な振る舞いは、線形化により一意に決定される。[1]

2: 特異点近傍のヤコビアン固有値の実部が零でなく、正と負の値が同値であれば、その両特異点で決定されるトポロジーは一致する。[2]

よって本研究では、この定理を受けて特異点近傍におけるベクトル場を線形化することで、トポロジーを一意に決定する。

4.2 特異点近傍でのベクトル場の線形化

特異点近傍のヤコビアンを求めるため、ベクトル場の線形化を行う。

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{pmatrix} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{pmatrix} \text{を特異点}(x_0, y_0, z_0)$$

の近傍でテーラー展開する。

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} u(x_0, y_0, z_0) \\ v(x_0, y_0, z_0) \\ w(x_0, y_0, z_0) \end{pmatrix} + \frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)} \cdot \begin{pmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ z-z_0 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(2)$$

ここで2次以上の項を無視することで、1次の線形化を行う。さらに特異点の定義から、

$$\begin{pmatrix} u(x_0, y_0, z_0) \\ v(x_0, y_0, z_0) \\ w(x_0, y_0, z_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{となるので、}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{x} \quad \text{ここで } \mathbf{J} = \frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)}, \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ z-z_0 \end{pmatrix}$$

と線形化できる。(1)

4.3 特異点近傍の流れの分類

特異点近傍の流れは、4.2で得られたヤコビアンの固有値によって図3のように分類できる。固有値の実部の符号により流れの向き、虚部の有無により渦を巻くか巻かないかがそれぞれ決定される。

$$\frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)} \Big|_{x_0, y_0, z_0}$$

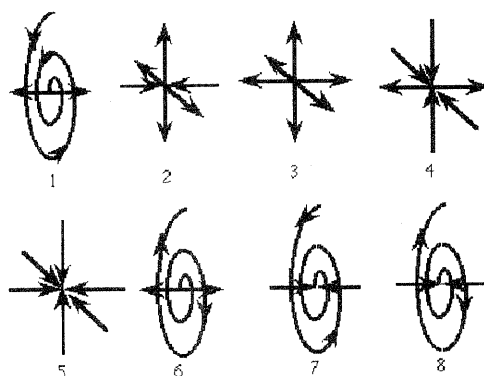


図3: 特異点近傍の流れの分類

しかし、磁場においてはソレノイダル条件 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ が成立するので、式(1)のヤコビアンから得られる固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ に関して、 $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0$ が成立する。この条件から、特異点近傍における流れのパターンは図4のように、4つに限定される。

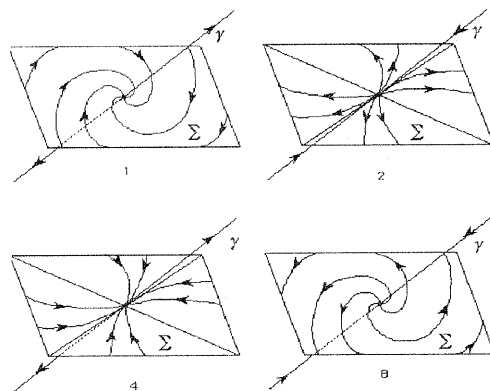


図4: 磁場における特異点近傍の流れ

4.3 γ 線と Σ 面(特性曲面)

式(1)におけるヤコビアンは 3×3 行列であるため、3つの固有値が得られる。このうち、実部が同符号である2つの固有値の固有ベクトルと、特異点で構成される平面を Σ 面、1つだけ異符号の固有値の固有ベクトル方向の曲線を γ 線と呼ぶ。

本研究におけるトポロジーの可視化は、特異点近傍にいくつかの出発点を取り、ベクトル場に沿って Σ 面上に流線を流し、その流線間に三角ポリгонを張ることにより実現している。

3次元トポロジーは平面(Σ 面)と γ 線により構成される。

つまり、1-D(γ 線)+2-D(Σ 面) \rightarrow 3次元トポロジー という関係が成立する。

2次元トポロジーの表現に関する研究は、J.Helman と L.Hesselink らによってなされている。[3]

本研究ではこれを受けて、複雑な3次元トポロジーの可視化を試みる。

5. 可視化手法

5.1 特異点の探索

本研究では、特異点を探索するに当たって代表的な方法である、ニュートン法を用いる。数値データは、各3次元格子点上にベクトルで与えられているので、ニュートン法により特異点が存在していると思われる格子を絞り込む。

次にその格子に対して、ベクトル成分の符合の変化を調べ、全ての成分の符合が変化していればその格子の中に特異点が存在すると考える。(バイセクション法)

最後に、その格子に対して線形補間式を解くことで、格子内の特異点の位置を確定する。[4][6]

5.2 テスト粒子法による流線の可視化

本研究では、特異点近傍の出発点から数値積分を行うことで、テスト粒子の軌跡を求めていき、それらを結ぶことで流線(以後本論文では流跡線を流線と呼ぶ)を可視化する。

このとき用いる代表的な方法として、オイラー法、ルンゲクッタ法などが挙げられる。[5] しかし本研究では精度を高めるために、ルンゲクッタ法を用いる。例えば、シミュレーション範囲内のある点 $\mathbf{r}(x_i, y_i, z_i)$ の x_i に対して仮想時間後の位置 x_{i+1} を求めたいとすると、既知の関数 $f(x, t)$ を想定してルンゲクッタ法を用いれば、

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$k_1 = dt \cdot f(x_i, t)$$

$$k_2 = dt \cdot f(x_i + \frac{k_1}{2}, t + \frac{dt}{2})$$

$$k_3 = dt \cdot f(x_i + \frac{k_2}{2}, t + \frac{dt}{2})$$

$$k_4 = dt \cdot f(x_i + k_3, t + dt)$$

この数値積分を繰り返すことで、テスト粒子の軌跡を求めることができる。

5.3 流線の間隔の平均化

図4の特異点近傍の流れ2,4にあるように、流線間の開きが大きくなるケースがある。この大きな開きのため、 Σ 面の構造が正確に可視化されない事が考えられる。

そこで流線の間隔を均等化する手法を考案する必要がある。本研究では均等化の手法として、数回ほど流線を通り流線間の面積と角度を計算し、開領域の大きい部分に多くの出発点を配置していく事で流線の間隔の平均化を行う。[6]

5.4 可視化の手順

これまで論じてきた可視化手法を踏まえて、3次元トポロジーの可視化までの手順を以下に示す。

対象領域内で特異点を探索し、その位置を求める。



特異点近傍でベクトル場の線形化を行い、ヤコビアンから固有値、固有ベクトルを求め、特異点近傍の流れの振る舞いを分類する。



特異点近傍に出発点を取り、固有ベクトル方向に流線を流す。



流線間の開領域に対して平均化を行い、再度流線を流す。



流線間にポリゴンを張り、 Σ 面を可視化する。

ここでの特異点を探索する対象領域とは、 $25 < x < 40, 20 < y < 40, 20 < z < 40$ である。また流線を流す対象領域は、 $15 < x < 50, 10 < y < 50, 10 < z < 50$ である。

可視化手順の最後に示したポリゴンの張り方は、5.2で論じたテスト粒子間に三角ポリゴンを張る事で、近似的に Σ 面を表現する。

本研究では、特異点近傍 10^{-6} の位置に円形状に約250から350の出発点を設けた。

6. 可視化結果

6.1 3次元トポロジーの可視化の一例

図5は5.4の可視化手順によって、特異点近傍から γ 線と Σ 面に沿って流線を流した一例である。図6は流線間にポリゴンを張り、3次元トポロジーを可視化した例である。

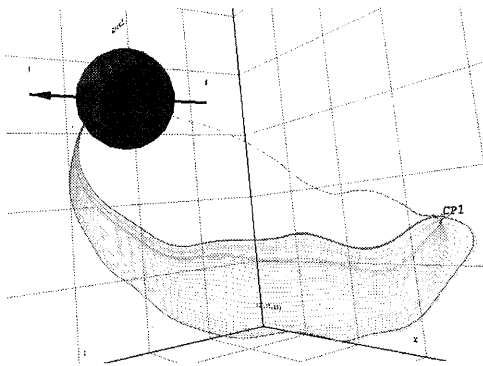


図 5: γ 線と Σ 面に沿って流した流線

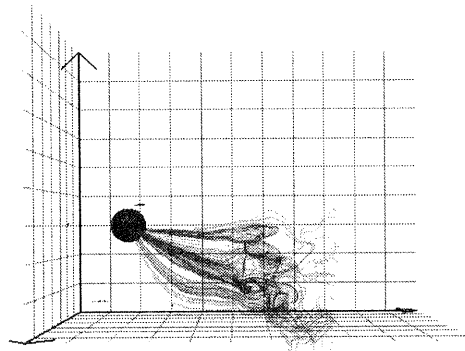


図 7: 臨界状態直前における様子(XY 平面)

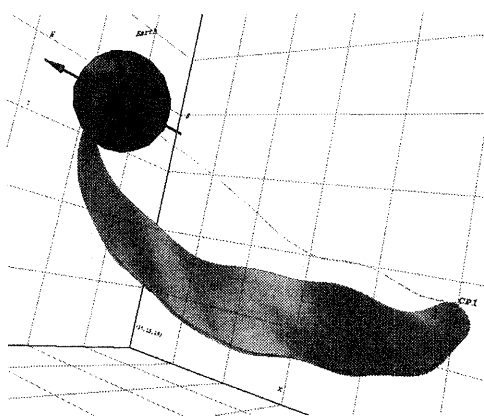


図 6: 流線間にポリゴンを張った例

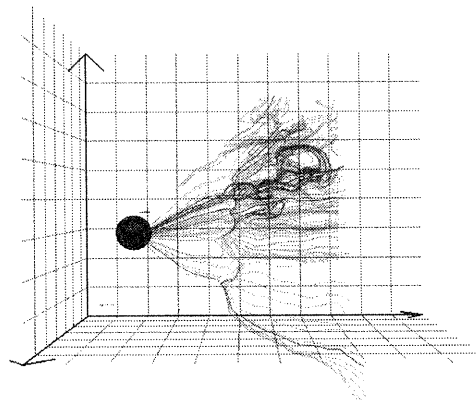


図 8: リコネクション後の様子(XY 平面)

6.2 臨界状態の直前とリコネクション

本研究では、大域的なトポロジーの変化、つまりリコネクションが生じる直前の臨界状態の探索を目的とすることは冒頭で述べた。図 7 は図 2 における時間経過に伴った磁場の繋ぎ代えの過程において、外部(Night Side)から一本の γ 線が入り込んできた状態である。この時点から外部磁場がどんどん入り込んで、図 8 のように大域的なトポロジーの変化が生じる。つまり、図 7 の状態は非常に外部からの影響に敏感であったと考えられる。よって本研究では、この状態がリコネクション前の臨界状態の直前であると考ええる。

図 9 から図 12 は両者を YZ, XZ 平面に対して垂直な位置に視点を取り、比較したものである。

図 9, 10 と比較すると、リコネクション後は完全に地球磁場と外部磁場の繋ぎ代えが生じているのを確認できる。

また、図 11, 12 を比較すると、特異点の集合が Y 方向に関して下から上へと動いているのが確認できる。

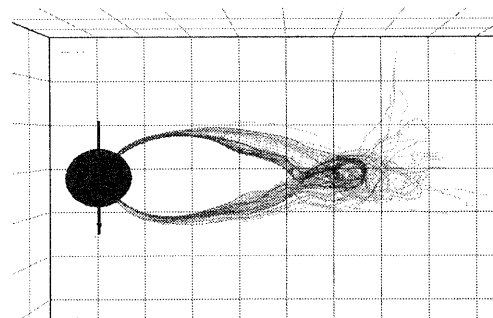


図 9: 臨界状態直前の様子 (XZ 平面)

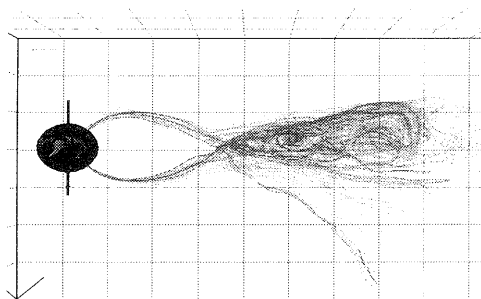


図 10: リコネクション後の様子(XZ 平面)

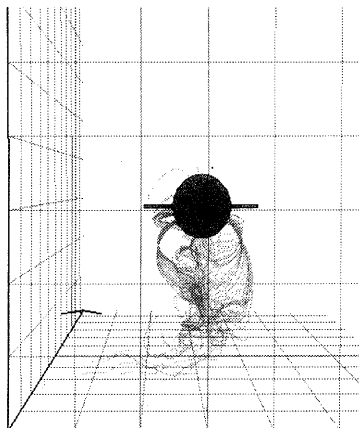


図 11: 臨界状態直前の様子(YZ 平面)

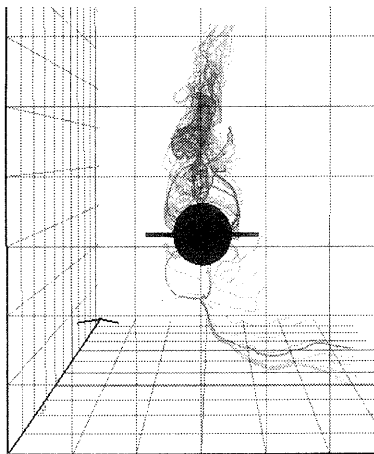


図 12: リコネクション後の様子(YZ 平面)

7. まとめと今後の課題

本研究では磁気テール近傍において3次元トポロジーを可視化することで、図7から図12に示したように、リコネクションが生じる臨界状態直前の様子とリコネクション後の様子を3次元的に観測することができた。

今後の課題としては、粒子の密度を高める事で数値データの信頼性を向上させる必要があると考えている。また本論文で臨界状態直前としたシミュレーション時間が正確な臨界状態時を示しているわけではない。今回の可視化は4 time step 毎に可視化したため、その間に臨界状態のデータが存在する。従って今後の課題として1 time step 毎にデータを取り、可視化と観測することでより詳しいトポロジーの変化を可視化できると考える。

8. 参考文献

- [1] Jhon Guckenheimer, Philip Holmes
“Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Field”
New York;Tokyo:Springer,1986,c1983
- [2]V.I.Arnold 著、足立正久、今西英器 訳
“常微分方程式” 現代数学社、1991
- [3]J.L.Helman, L.Hesselink
“Visual Vector Field Topology in Fluid Flows” IEEE Computer Graphics & Applications, May,1991
- [4]中橋一宏、藤井孝蔵 著
“格子形成法とコンピュータグラフィックス” 東京大学出版、1995
- [5]A.Ralston,P.Rabinowitz 著 戸田英雄、小野令美 訳 “数値解析の理論と応用<上>”
ブレイン図書出版、1986
- [6]嶋田尚恭
“3次元ベクトル場における可視化に関する研究” 筑波大学大学院 理工学研究科 修士論文,2000