

## 適応的四面体分割を用いたボリューム位相骨格化

高橋 成雄<sup>1</sup> Gregory M. Nielson<sup>2</sup> 竹島 由里子<sup>3</sup> 藤代 一成<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 東京大学大学院総合文化研究科

<sup>2</sup> アリゾナ州立大学コンピュータ理工学科

<sup>3</sup> お茶の水女子大学 大学院人間文化研究科

ボリューム位相骨格は、3次元スカラ場のレベルセットグラフを表現し、ボリューム内部の潜在的な構造を可視化する際、きわめて重要な役割を演じるようになってきている。しかし、入力データが大規模であったり高周波成分のノイズを含んでいたたりする場合は、ボリューム位相骨格の抽出はいまだに時間のかかる作業である。本報告では、そのような位相ボリューム骨格抽出を、適応的四面体分割を用いて高速化する手法を示す。提案する適応的四面体分割はトップダウン手法であり、四面体をいくつかの基準に基づき適宜分割してボリュームデータのスカラ場の線形補間を求めていく。その基準として、本手法は幾何的基準とともに位相的基準を用いることで、ボリュームの大局的構造に寄与するであろう位相特徴をすべて追跡していく。また、この四面体分割は、ボリュームの大局的な構造をわかりにくくする退化した臨界点を、不必要に追うことを防ぐ働きをもつ。最後に、提案手法が元データの重要な位相特徴を保持した補間を提供することを、実験結果とともに示す。

## Topological Volume Skeletonization Using Adaptive Tetrahedralization

Shigeo Takahashi<sup>1</sup>, Gregory M. Nielson<sup>2</sup>,  
Yuriko Takeshima<sup>3</sup>, and Issei Fujishiro<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Graduate School of Arts and Sciences, The University of Tokyo

<sup>2</sup> Department of Computer Science and Engineering, Arizona State University

<sup>3</sup> Graduate School of Humanities and Sciences, Ochanimizu University

Topological volume skeletons represent level-set graphs of 3D scalar fields, and have recently become crucial to visualizing the underlying structures in a volume. However, it is still a time-consuming task to extract them especially when the input volumes are large-scale or prone to high-frequency noise. This report presents an efficient method for accelerating the extraction of such skeletons using adaptive tetrahedralization. The present tetrahedralization is a top-down approach to linear interpolation of a scalar field in that it selects tetrahedra to be subdivided adaptively using several criteria. As the criteria, the method adopts a topological criterion as well as a geometric one in order to pursue all the topological features that may contribute to the global structure of the volume. The tetrahedralization also allows us to avoid unnecessary tracking of degenerate critical points that hide the global structure. Experimental results are included to demonstrate that the present method smooths out the original scalar field effectively without missing any significant topological features.

### 1 はじめに

ダイレクトボリュームレンダリングなど、ボリュームデータを可視化する際には、まず強調すべき特徴的な構造を特定する必要がある。そのような特徴を解析する手がかりとして、近年3次元スカラ場のレベルセットグラフが注目を集め

ている。レベルセットグラフは、スカラ値に関する等値面の位相的变化を追跡したものであり、ボリュームデータの潜在的内部構造を詳細に探るための道標として重要な役割を演ずる [1, 2].

しかし、3次元スカラ場のレベルセットグラフは、等値面の生成、合併、分岐、消滅を表す臨界

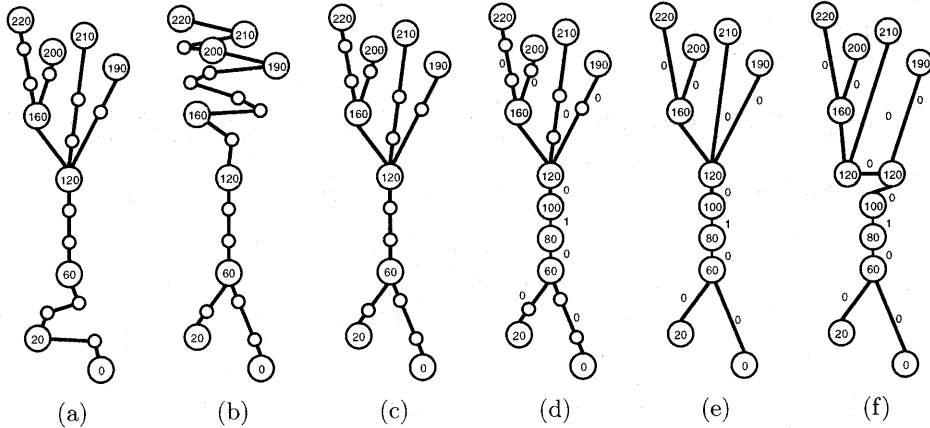


図 1: ポリウム骨格抽出: (a)Join Tree, (b)Split Tree, (c)Augmented Contour Tree, (d) 種数つき Augmented Contour Tree, (e) 種数つき Contour Tree, (f) ポリウム骨格木

点をノードとしてもつグラフとなるため、その複雑さは臨界点の個数に依存する。そのため、入力ポリウムデータのサイズがある一定規模を超えると、必然的に抽出される臨界点の個数も増え、レベルセットグラフが複雑になり過ぎてしまう。また、入力データが一定のサイズに収まっていても、例えばスカラ値が 8 ビット符号なし整数値に量子化されていたり、高周波成分のノイズや勾配が零の部分を含むと、大局的なポリウム構造にほとんど寄与しない、不必要な退化臨界点を多数拾ってしまうことになる。Takahashi ら [2] は、ポリウムの大局的な位相構造を抽出するためのレベルセットグラフの簡単化手法を提案しているが、入力ポリウムデータのサイズが大きすぎたり、簡単化前に抽出されるレベルセットグラフがあまりに複雑である場合、長い計算時間を必然的に費やすことになる。

そこで本報告では、適応的四面体分割を導入することにより、レベルセットグラフのひとつであるポリウム骨格木を、高速かつ頑健に抽出する手法を提案する。ここで、適応的四面体分割としては、スカラ場の補間に必要な四面体の個数を抑えながら、ポリウムデータ全体の大局的な位相骨格を効率よく抽出するため、順次必要に応じて四面体を分割するトップダウン方式を採用していく。また、分割を施す四面体を選択する基準としては、従来の幾何的誤差に基づく基準とともに、位相的誤差を考慮に入れた基準を導入することで、少ない四面体の個数で必要なすべての位相的特徴を網羅するような補間を生成していく。さらに、適応的四面体分割を用いることで、高周波成分のノイズや勾配が零の部分に大きめの四面体を割り当て、大局的なポリウム構造への寄与が少ない退化した臨界点の抽出を避けることができる

ようになる。最後に、提案する適応的四面体分割が、ポリウムデータの大局的位相骨格を十分反映しつつ効果的にスカラ場の滑らかな補間を提供することを、いくつかの実験例とともに示す。

## 2 ポリウム位相骨格抽出

3 次元スカラ場のレベルセットグラフは Bajaj ら [1] による先駆的な研究によって、はじめてポリウム解析に用いられた。彼らは、Contour Tree(CT) とよばれる等値面の連結成分数の変化を示すグラフを高速に抽出するアルゴリズム [3] を提案し、それをポリウム特徴を探索するためのインタフェースとして用いた。このアルゴリズムは、その後 Carr ら [4] によって任意次元にまで拡張された。ここで、CT 抽出の際には、ポリウムデータの各セルを四面体分割して線形補間することが前提となっている。CT は等値面の種数の変化を表現することができなかったが、近年 Pascucci [5] らによりこの問題も解決された。

本手法では、最初に余計な位相特徴まで含めた状態でポリウム位相骨格木 (VST) を抽出し、その後 VST 自身を評価して簡単化することで、最終的にポリウムデータに潜在する大局的構造を抽出していく。ここで用いる位相骨格抽出法は、Carr ら [4] と Pascucci ら [5] の手法に、Takahashi ら [2] の手法を組み合わせ、新たに導入するものである。以下、抽出法の各段階ごとに説明を加えていく。VST 抽出の前段階となる四面体分割の生成法については、次章で述べる。

### 2.1 Join Tree と Split Tree の構築

本手法では、Carr ら [4] のアルゴリズムにならない、スカラ値が減少するにつれて起こる等値面連結成分の生成と合併を Join Tree(JT)、消滅と

分割を Split Tree(ST) としてそれぞれ抽出することから始める。ここで JT と ST は、四面体分割に頂点として含まれるボクセルすべてをノードとする。JT は、まずグラフのノードを、対応するボクセルのスカラ値に関し降順になるようにソートし、その後ソートされた配列の先頭からひとつずつノードを取り出し、現在までに構築した JT においてどの連結成分に属するかを調べ、順次追加することで構築できる。JT は、図 1(a) のように等値面連結成分の生成と併合を表現する。逆にスカラ値に関する昇順ソートを用いると ST が構築され、図 1(b) のように等値面連結成分の消滅と分割を表すことができる。ここで、グラフのノードはそのスカラ値の大きい順に上から下へと配置されていることに注意されたい。

## 2.2 Augmented Contour Tree の構築

次に、CT の前段階となる Augmented Contour Tree(ACT) を、JT と ST から構築する。前述の通り、JT は等値面の生成と合併、ST は消滅と分割を検出している。そのため、JT と ST の末端から ACT の先端と分岐を特定することができる。図 1(c) は、図 1(a) の JT と、図 1(b) の ST から構築される ACT を表している。

## 2.3 等値面の種数の変化の抽出

ACT は、等値面の連結成分数の変化は表現しているが、球からトラスへなど、連結成分数は不変で等値面の種数だけを変化させる臨界点とはとらえていない。そこで本報告では、このような等値面の種数の変化を起こすボクセルを、Pascucci ら [5] の手法を用いて検出する。この手法では、等値面が各ボクセルを通過する際のオイラー数の変化を、そのボクセルに接続する単体のオイラー数を計算することで求めていく。ボクセル周りのオイラー数の変化の計算は、各ボクセルに対応する頂点自身と、それに接続する稜線・三角形・四面体を数えることで計算できる。これにより、図 1(d) のように、等値面の種数に変化を及ぼす臨界点を検出することができる。ここで、リンクに割り当てられている数字は、対応する等値面成分の種数を表す。

## 2.4 Contour Tree の構築

ACT から CT を構築するには、ACT を構成するノードのうち、臨界点以外を取り除いてしまえばよい。例えば、先の ACT は、図 1(e) のような CT に変換される。この変換の際、CT のリンクが、元々その上において取り除かれた非臨界点のボクセルをリストとして保持するようにし、2.6 節に述べる VST の単純化処理に利用できるようにする。

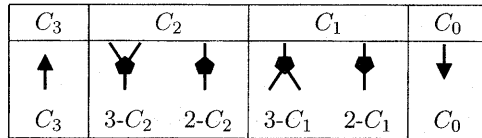


図 2: VST における臨界点周りの接続性 [2]

## 2.5 VST の構築

本手法では、CT 抽出の次の処理として、多重臨界点を分解して単純な(非退化な)臨界点だけをもつ位相骨格を求める。ここで、このような位相骨格のことを、文献 [2] にならいボリューム位相骨格木 (Volume Skeleton Tree, VST) とよぶことにする。VST は、臨界点が図 2 に示されるような接続性をもつ。また、この接続性と等値面の種数の変化から、臨界点のタイプを  $C_3$ (極大)、 $C_2$ (鞍点)、 $C_1$ (鞍点)、 $C_0$ (極小) の 4 つに分類することができる [2]。これにより、CT の臨界点をその多重度に応じて単純な臨界点に分解し、VST を得ることができる。図 1(e) では、スカラ値 120 の臨界点が上向きのリンクを 3 つもつため、対応する多重度が 2 となり、2 つの単純な臨界点に分解して図 1(f) のような VST を求めている。

## 2.6 VST の単純化

ボリュームの大局的な位相骨格を抽出する際には、まず重要度のあまり大きくない臨界点を含むかたちで VST を抽出し、その後 VST 自身を見ながら単純化を施すようにする。これは、臨界点周りの局所的な特徴だけでは、ボリュームの大局的構造を評価できないためである。我々の枠組みにおいては、文献 [2] にならい観察者の直感が働く程度にまで VST に単純化を施し、ボリュームの大局的な特徴を抽出していく。具体的には、VST の各リンクにその重み値を割り振りその重み値の小さなリンクを削除することで、大局的なボリューム内部構造を単純化した VST として抽出していく。VST から削除されるリンクのボタンは、 $C_3-C_2$ 、 $C_0-C_1$ 、 $C_2-C_1$ (または  $C_1-C_2$ ) の 3 つのボタンとなる [2]。リンクの重み値としては、対応する等値面が掃引する空間の体積と両端の臨界点のスカラ値の差の積を用いる [6]。これは、2.4 節の述べた通り VST の各リンクがボクセルのリストをもっているため可能となる。

## 3 適応的四面体分割

この章では、VST を抽出する前段階となる、線形補間を生成する四面体分割について述べる。前述の通り、ボリュームセルを一様に等しい四面体に分割していくと、基本要素である四面体の個

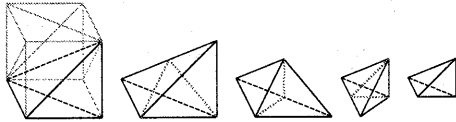


図 3: 二分分割法における四面体分割

数が膨大になってしまう。そこで本手法では、スカラ場の特徴に応じて適応的に四面体を分割していくことで、四面体の個数を減らすとともに、小さな起伏や高周波成分のノイズに影響されないような、頑健な VST 抽出を実現していく。

従来、適応的四面体分割は、順次必要に応じて四面体を細かく分割するトップダウン方式と、元々の細かい四面体を順次縮退させて単純化して行くボトムアップ方式の 2 種類に分類することができる。トップダウン形式では、四面体を順次 2 等分して適応的四面体分割を生成する二分分割法 [7] と、形の異なる 2 種類の四面体を導入して、補間の裂け目の原因となる T 頂点を避けるレッド・グリーン法 [8] がある。逆に、ボトムアップ方式としては、二分分割法の逆操作で細かい四面体を順次融合させていく手法 [9] や、稜線縮退操作を用いる手法 [10] などがある。本手法では、文献 [7] で導入された一番単純なトップダウン方式である二分分割法を用いて、重要なボリューム特徴に適応的に細かい四面体分割を割り当てていく。

### 3.1 二分分割法

まず、ボリュームデータは粗い  $N \times N \times N$  の初期セル分割が施されていて、それぞれのセルが  $(2^n + 1) \times (2^n + 1) \times (2^n + 1)$  のボクセルを含むとする。二分分割法は、まずこの初期セルを図 3 の左のように 6 つの四面体に分割する。そして、各四面体を適当な誤差基準を用いて評価し、内部に含むスカラ場をうまく近似できないと判断したときには、図 3 のような分割を左から順に施していく。この際、常に四面体の一番長い稜線が分割されていくことに注意する。これは、細分割を施す際、分割を施す稜線がそれを共有するすべての四面体にとって、分割可能でなければならないことを意味する。もし、上の条件を満たさない四面体が存在した場合には、その四面体の一番長い稜線が分割できるかどうかを調べ、分割できた場合に最初の分割処理に戻るようにする。そして、すべての四面体が与えられた誤差基準を満たしたときに、適応的四面体分割は終了することになる。

### 3.2 適応的四面体分割のための誤差基準

位相骨格をボリュームデータより確実に抽出するには、適応的四面体分割の誤差基準を注意深く設定する必要がある。本報告では、一般的に用い

られる幾何的誤差基準に加え、位相的誤差基準を新たに導入し、細分割の早期の段階で、確実に大局的位相骨格を把握できるようにしていく。

#### 3.2.1 幾何的誤差基準

本手法では、一般的によく用いられる 2 乗平均平方根誤差 (Root Mean Square Error, RMSE) を、幾何的誤差基準として用いていく。RMSE は、それぞれの四面体について次のように計算される。まず、ある四面体の内部に含まれるボクセルのスカラ値の集合を  $\{p_i (i = 1, 2, \dots, m)\}$ 、さらに四面体の 4 つの頂点のスカラ値から、重心座標補間を用いてボクセル  $\{p_i\}$  の位置に対応するスカラ値を計算したものを  $\{q_i (i = 1, 2, \dots, m)\}$  とする。このとき、この四面体の RMSE は、 $\sqrt{\sum_{i=1}^m (p_i - q_i)^2 / m}$  となる。

#### 3.2.2 位相的誤差基準

RMSE は、実際のところ VST の単純化処理のために不可欠な位相特徴を、早い段階で抽出できないことがしばしばある。そこで、四面体分割がボリュームの位相的特徴を正確に反映しているかを測る、位相的誤差基準を新たに導入する。この誤差基準は、Gerstner ら [11] が導入した手法に深く関係している。彼らが用いているのは、図 4 に示すような一番長い稜線を共有する四面体領域が、臨界点を含むかどうかという基準である。しかし、彼らの目的は、等値面抽出の際に結果として得られる等値面の種数を保持しながら、四面体分割の詳細度を制御することであり、前処理として、幾何的基準を用いた適応的四面体分割を施しながら、存在する臨界点の階層をボトムアップに調べる必要がある。これに対し、本手法では、必要に応じて細分割を進めるトップダウン処理そのものを対象とした位相的誤差基準を導入する。

我々が導入する位相的誤差基準は、2.6 節で位相骨格の単純化の際に導入した、VST のリンクの重み値の定式化をある程度模倣するものである。まず、図 4 のように、分割できる一番長い稜線を共有する四面体の集合を見つける。ここで、大きな黒丸が現在四面体分割の頂点として用い

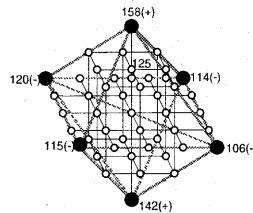


図 4: 位相的誤差基準: スカラ値 125 のボクセルを稜線の分割点として採用する場合、そのボクセルは臨界点となる。

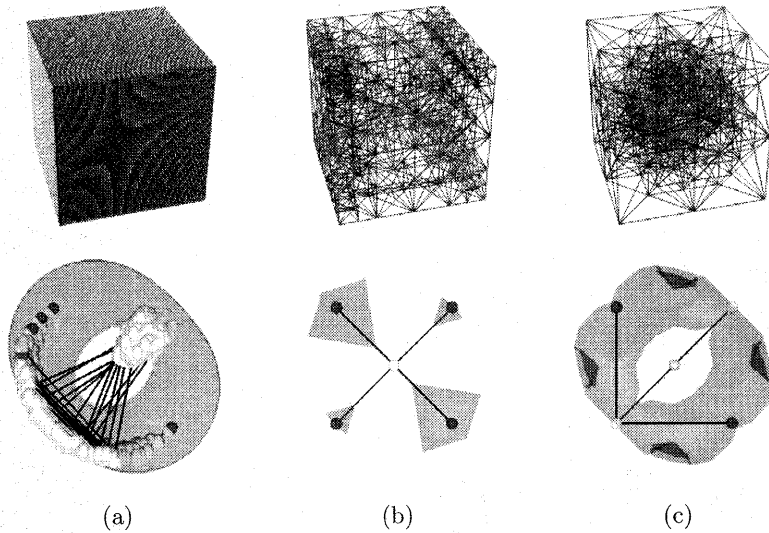


図 5: 関数から生成されたポリウムデータ ( $65 \times 65 \times 65$ ) に対する, (a) 通常の四面体分割 (四面体の数:1,572,864) と抽出される VST, (b) 幾何的誤差基準による四面体分割 (四面体の数: 約 960) と VST, (c) 位相的誤差基準による四面体分割 (四面体の数: 約 960) と VST.

られているボクセルであり, 小さな白丸がこの四面体の集合に含まれているボクセルを表す. 我々は, まず分割する一番長い稜線の中点として, 図 4 の白丸のボクセルのいずれかを採用したとき, その点が臨界点となるかどうかを調べる. 臨界点になるかどうかは, 周囲とのスカラ値の差を見ることで調べることができる [11, 2]. ここで, 採用したボクセルが臨界点とならない場合は, 位相誤差が零である. 臨界点になる場合は, 次のようにして位相的誤差を求める. 最初に, 黒丸のボクセルと中点として用いた白丸のボクセルの中から, スカラ値の最大値と最小値の差と求める. そして, この差と四面体集合がなす空間の体積の積を, 求める位相的誤差とする. これは, 現在考慮している四面体の集合がポリウム位相骨格で占める部分の重み値を 2.6 節にならって近似していることに相当する.

#### 4 実験例

本章では, いくつかの実験例を用いて, 提案手法の実用性を示していく. ここで作成したプログラムはすべて, CPU が Pentium IV 2.4GHz, RAM が 1GB の PC 環境に実装されている.

まず, ある関数から  $65 \times 65 \times 65$  のサイズのポリウムデータを生成し, 通常の四面体分割, そして幾何的誤差基準と位相的誤差基準それぞれを用いた適応的四面体分割を施し, VST を抽出したものをそれぞれ, 図 5(a), (b), (c) に示す. 図 5(a) に示されるように, 通常の四面体分割を

用いると, スカラ値の量子化とサンプルデータ生成の際の標本化のために生じる退化臨界点が多数抽出されてしまうことがわかる. 図 5(b) は, 幾何的誤差基準を用いた場合であり, 四面体の個数が足りないと誤った位相構造を抽出することを示している. これに対して, 位相的誤差基準を用いると, 同じ四面体の個数でもより正確な大局的な位相構造を抽出できる反面, 魅力に乏しいスカラ場の補間となることがわかる. この観察より, 以下の例では位相的誤差基準を用いて適応的四面体分割を施し位相特徴をとらえたあと, 幾何的誤差基準を用いて滑らかな補間を生成していくことにする. 図 5において VST 抽出までの計算時間は, (c) が 16 分ほどかかるのに対し, (b) と (c) は 5 秒程度で計算できた.

図 6 は, 原子  $^{16}\text{O}$  [12] における二体分布関数ポリウム ( $41 \times 41 \times 41$ ) を可視化したものである. それぞれ約 10,000 個と約 30,000 個の適応的四面体分割, そして 384,000 個の一様四面体分割と, それらに付随する VST, 単純化された VST, それに基づく位相特徴を強調した可視化結果が示されている. 図 6(a) の四面体による近似は, 得られる VST も大まかで可視化結果も魅力に欠けるが, 図 6(b) の四面体による近似は, 図 6(c) の一様分割に匹敵するほどの結果を提供でき, さらに位相骨格計算が退化した臨界点に影響されないことも示している. 図 6(a), (b), (c) の例に対し, 位相骨格抽出に実際に要した計算時間はそれぞれ 7 秒, 25 秒, 96 秒であった.

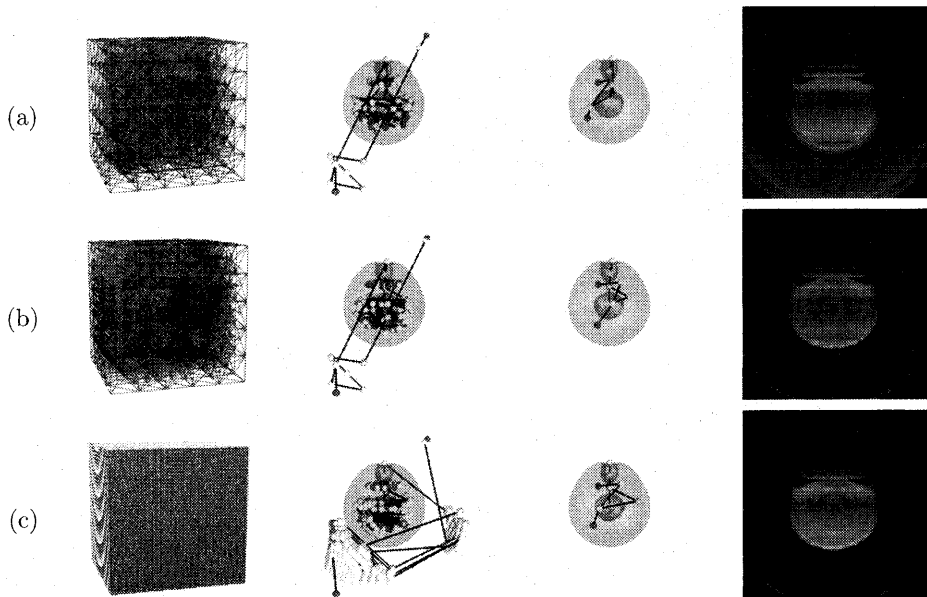


図 6: 適応的四面体分割の効果: それぞれ (a) 四面体数が約 10,000 個の適応的四面体分割, (b) 四面体数が約 30,000 個の適応的四面体分割, (c) 四面体数が 384,000 個の通常の四面体分割と, 最初に得られる VST, 単純化した VST, VST を利用した可視化結果を表す.

## 5 おわりに

本報告では, 適応的四面体分割を用いたボリューム位相骨格抽出の高速化について示した. 適応的四面体分割は, 高周波成分のノイズや勾配の小さいスカラ場から生じる退化した臨界点を, 効果的に取り除くことができ, 位相骨格のより頑健な抽出を可能とする. また, ボリュームの重要な位相的特徴をより効果的に捉えるため, 幾何的誤差基準に加え新たに位相的誤差基準を新たに定式化し, 適応的四面体分割へ導入した. 実験結果より, 提案手法が位相骨格抽出アルゴリズムを高速化し, 加えて効果的なスカラ場の補間を提供できることを示した.

謝辞 本研究の一部は, 科学研究費若手研究(B)(No. 116880349, No. 13680401)による.

## 参考文献

- [1] Bajaj, C. L., Pascucci, V., and Schikore, D. R.: The Contour Spectrum, *Proc. of IEEE Visualization '97*, pp. 167-173 (1997).
- [2] Takahashi, S., Takeshima, Y., and Fujishiro, I.: Topological Volume Skeletonization and Its Application to Transfer Function Design, *Graphical Models*, Vol. 65, No. 6 (2003). (to appear)
- [3] van Kreveland, M., van Oostrum, R., Bajaj, C., Pascucci, V., and Schikore, D.: Contour Trees and Small Seed Sets for Isosurface Traversal,

*Proc. of 13th ACM Symposium on Computational Geometry*, pp. 212-220 (1997).

- [4] Carr, H., Snoeyink, J., and Axen, U.: Computing Contour Trees in All Dimensions, *Computational Geometry*, Vol. 24, No. 2, pp. 75-94 (2003).
- [5] Pascucci, V. and Cole-McLaughlin, K.: Efficient Computation of the Topology of Level Sets, *Proc. of IEEE Visualization 2002*, pp. 187-194 (2002).
- [6] Takahashi, S., Takeshima, Y., Fujishiro, I., and Nielson, G. M.: Emphasizing Isosurface Embeddings in Direct Volume Rendering. submitted.
- [7] Maubach, J. M.: Local Bisection Refinement for  $N$ -Simplicial Grids Generated by Reflection, *SIAM Journal of Scientific Computing*, Vol. 16, No. 1, pp. 210-227 (1995).
- [8] Bey, J.: Tetrahedral Grid Refinement, *Computing*, Vol. 55, No. 4, pp. 355-378 (1995).
- [9] Zhou, Y., Chen, B., and Kaufman, A.: Multiresolution Tetrahedral Framework for Visualizing Regular Volume Data, *Proc. of IEEE Visualization '97*, pp. 135-142 (1997).
- [10] Staadt, O. G. and Gross, M. H.: Progressive Tetrahedralizations, *Proc. of IEEE Visualization '98*, pp. 397-403 (1998).
- [11] Gerstner, T. and Pajarola, R.: Topology Preserving and Controlled Topology Simplifying Multiresolution Isosurface Extraction, *Proc. of IEEE Visualization 2000*, pp. 259-266 (2000).
- [12] Meißner, M.: [<http://www.volvis.org/>].