

通信プロトコルの解析と評価

井上 健, 中西 暉, 真田英彦, 手塚慶一
(大阪大学・工学部)

1. まえがき

今後のデータ交換技術の重要課題は、分散処理を可能とする通信手段を提供することにある。分散処理には、垂直分散と水平分散の2つの分散概念があり、階層的機能分散ともいわれる垂直分散は、情報処理システムをブラック・ボックスとみなし得る機能ごとに独立した要素に分割して分散設置し、階層的に結合することによって構築しようとする概念である。したがって、独立した要素ごとの解析評価およびそれらの階層的積上げによる全体評価のための組織的手法もまた必要である。

本稿では、リンクレベルのプロトコルを例にとり、Petri-GERT法と名付ける手法を示し、通信プロトコルの解析と評価を試みる。

通信プロトコルの一部または全体をブラック・ボックスと考える。まず、通信要求という確率的入力過程が入力されると、この入力と考慮対象外の入力を表わす雑音過程によって生じる輻輳により入力が制限される。この制限のために入力過程に待ち行列を生じる。さらに、入力後ある時間経過の後出力過程となる。このように、通信プロトコルを図1(a)のような待ち行列単位とみなすことができる。この等価表現を図1(b)のように、 W_t なる通過関数と W_b なる入力制限関数によって表現し、この基本単位をもとにさらに上層の評価に進める。これが本提案の基本的考え方である。

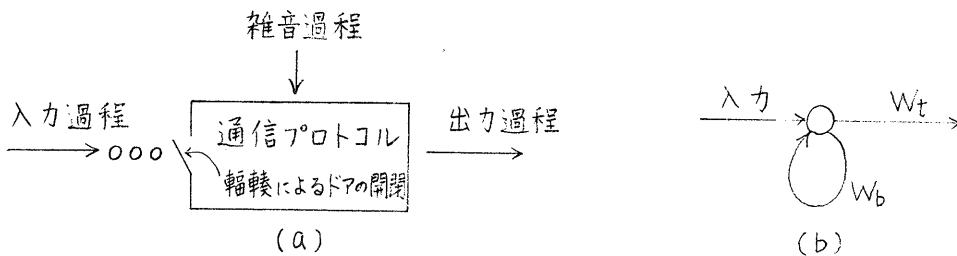


図1. 通信プロトコルとその等価表現

2. Petri-GERT手法

プロトコルを、その実行手順および実行時間を考慮に入れたTime-Petri-Net⁽¹⁾で表わしたとき、Tokenが存在する状態の集合をあらたに1つの状態とすることにより、Time-Token-Machineへ変換することができる。本稿のPetri-GERT手法は、このようにして求められたTime-Token-Machineの状態および遷移arcをそれぞれGERTネットワークの節点および枝路とみなすことにより、任意の状態から状態への遷移時間分布を W -関数を用いて求めるものである。Token-Machineにおいて、GERT手法⁽²⁾⁽³⁾の W -関数に当たるものは、各状態における分枝確率およびその遷移barの遷移時間分布の積率母関数の積である。しかしながら、各遷移時間分布が一般分布の場合には、並行して遷移する遷移barの間での遷移確率は求めることが困難である。これは、そのbarが発火するまでの残余時間がそれ以

前の経過時間に依存するためである。解析を可能にするために、本稿では各遷移に要する時間が一般分布の場合には、これを指数分布の多段接続（アーラン分布）で近似することにより無記憶性を確保する。

3. プロトコル 1

2.で述べた手法を stop-and-wait 形のメッセージ伝送プロトコルに適用し、いくつかの解析を行う。メッセージ伝送時間およびACK伝送時間はそれぞれ $f(t)$, $g(t)$ を確率密度関数とする一般分布に従うものとする。また、伝送されたメッセージは回線において確率 α で誤りを受け、受信局が伝送誤りを検出した場合にはそのメッセージを廃棄した後、受信待期状態に入り再送を待つものとする。送信局は伝送終了と同時にタイマー T を作動させる。もし T がタイムアウトしたときには、再送情報を乗せたメッセージを再送し、 T がタイムアウトする前にACKが到着すれば、 T を0にリセットして次のメッセージの伝送に移るものとする。

図2は上に述べたプロトコルを Petri-Net で表現したものである。図2における初期状態は、TokenをCondition H, I, D に与えることにより得られる。システムは伝送を希望するメッセージが発生する (Condition A) ことにより動作を開始する。この Petri-Net から図3の Token-Machine を得る。この例では、

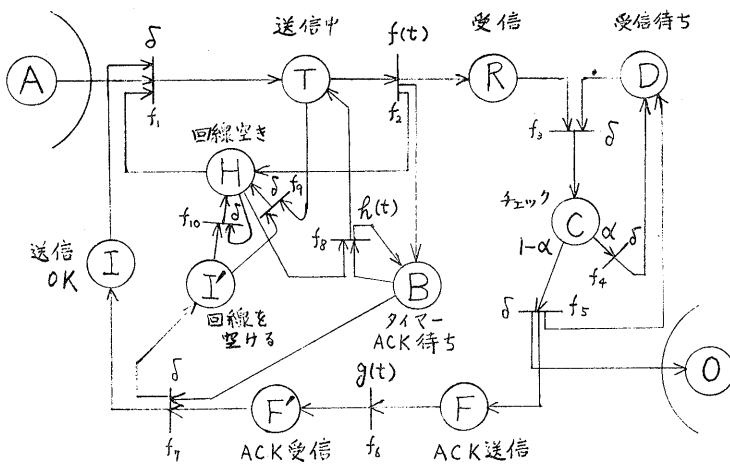


図2. プロトコル 1 の Petri-Net

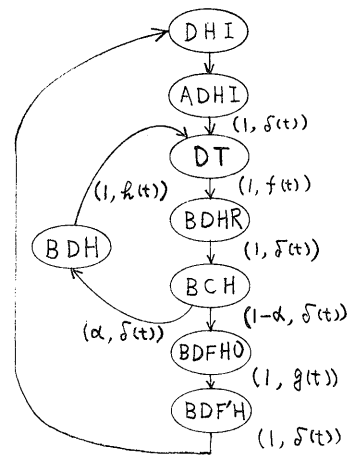


図3. プロトコル 1 の Time-Token-Machine

$f(t)$, $g(t)$, $h(t)$ はそれぞれ独立な一般分布であるが、並行して遷移するような場合がないため、無記憶性による近似を必要としない。また、Token-Machine に表わされていない状態として、受信局がACKを送信中に送信局のタイマーがタイムアウトし、再送を開始する状況、すなわち状態 (FSBD) が考えられる。しかし、一旦受信側が受信したメッセージの再送分は単に受信側で無効として廃棄されるだけであるから、本解析の目的からみて省略する。次に、図3のToken-Machineを簡約化することにより図4を得る。図4で、節点 (BDFHO) を「メッセージの出力状態」、節点 (ADHI) を

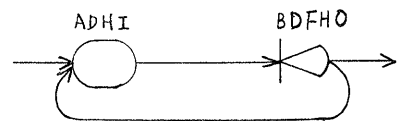


図4. Time-Token-Machine の簡約図

に入る2本のarcをそれぞれ「メッセージの入力」および「初期状態への復帰」と考えて、以下でメッセージの入力から出力に至るW-関数 $W_t(s)$ 、およびメッセージの入力から次の初期状態へ至るW-関数 $W_b(s)$ を求める。

$f(t)$, $g(t)$, $h(t)$ の積率母関数をそれぞれ $F(s)$, $G(s)$, $H(s)$ とすると、 $W_t(s)$ および $W_b(s)$ は Mason の公式から式(3-1), (3-2) となる。

$$W_t(s) = \frac{(1-\alpha)F(s)}{1-\alpha F(s)H(s)} \quad (3-1)$$

$$W_b(s) = W_t(s)G(s) \quad (3-2)$$

$W_b(s)$ はシステムの入口から見たときの見かけのサービス時間分布を表わし、一方、 $W_t(s)$ はメッセージがシステム内を通過する時間分布を表わすものである。ここで、 $W_t(0)=1$, $W_b(0)=1$ であることから、システムの見かけの平均サービス時間 (t_t) および平均通過時間 (t_b) は式(3-3), (3-4) となる。

$$t_t = W_t'(0)/W_t(0) = \frac{t_f + \alpha t_h}{1-\alpha} \quad (3-3)$$

$$t_b = W_b'(0)/W_b(0) = \frac{t_f + \alpha t_h}{1-\alpha} + t_g \quad (3-4)$$

ここで、 t_i ($i=f, g, h$) はそれぞれの分布の平均値である。

次に、解析したプロトコル1に伝送すべきメッセージが到着する場合について考える。到着過程を平均到着率 λ のポアソン到着としたとき、システムの GERT 表現は図5となる。図5で ρ はシステムが初期状態に戻った瞬間にシステムの外に待ちが生じている確率を表わし、待ちがあれば直ちに次の伝送が始まる。 ρ はこのシステムを M/G/1 窓口として見たとき、窓口利用率となる。システムの見かけのサービス時間 t_b から、 ρ は

$$\rho = \lambda / t_b = \lambda / \left(\frac{t_f + \alpha t_h}{1-\alpha} + t_g \right) \quad (3-5)$$

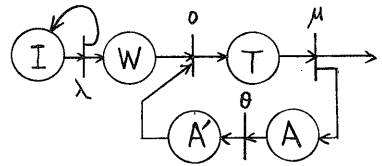
となる。系への待ち行列は、式(3-1)で与えられるサービス時間分布をもつ M/G/1 待ち行列と等価となる。次に、このようなシステムを通過する出力過程について考察する。図5より、平均到着率 λ のポアソン到着の場合には出力過程 $W_o(s)$ は

$$\begin{aligned} W_o(s) &= (1-\rho) \frac{\lambda}{\lambda-s} W_t(s) + \rho W_t(s) \\ &= \frac{\lambda(1-\rho)}{\lambda-s} W_t(s) \end{aligned} \quad (3-6)$$

で与えられる。特に、 $f(t)$, $g(t)$ が指数分布 (平均 $1/\mu$, $1/\theta$) のときには $W_o(s)$ は式(3-7)となり、さらに誤りを生じないシステム (図6) では式(3-8)となる。式(3-8)は、客の退去後にある種の後処理を要するシステムでは、到着がポアソン分布、各処理時間が指数分布のとき、その出力過程が超指数形分布に類似する分布となることを表わしている。

$$W_{o1}(s) = \frac{\lambda \mu (1-\alpha)}{(\lambda-s)(\mu-s-\alpha \mu H(s))} \quad (3-7)$$

$$\begin{aligned}
 W_{02}(s) &= \frac{\lambda \mu}{\theta(\mu-\lambda)} \cdot \frac{\mu}{\mu-s} \\
 &\quad + \frac{\mu\theta - \lambda(\mu+\theta)}{\theta(\mu-\lambda)} \cdot \frac{\lambda}{\lambda-s} \\
 &= \rho \frac{\mu}{\mu-s} + (1-\rho) \frac{\lambda}{\lambda-s}
 \end{aligned}$$



(3-8) 図6. 拡張 M/G/1 システム

4. プロトコル 2

2番目の例として、アウトスタンディングフレームの最大数 $K=2$ の HDLC プロトocol⁽⁴⁾を取扱う。HDLCプロトocolでは、同時にシステム内に存在して伝送されるメッセージ数を K 以内として、メッセージの連続伝送および一括ACKが可能である。このため、送信局でのプロトocolを Petri-Net で表現するためには、 K 個のメッセージを識別可能にする特別なTokenが必要となる。これを本稿では着色Tokenと呼ぶことにする。図7に $K=2$ の場合の Petri-Net を示す。現実のプロトocolではメッセージの伝送誤りに対して、Rejectコマンド等を用いて誤ったメッセージの再送を要求するが、図7ではこのような場合は考慮していない。また、 $K=2$ 以上に拡張するには、図7の破線で囲まれた部分を環状に K 個結合することによって容易に実現できる。

図7で用いた特殊な表現について、二、三説明を加える。

- ・二重丸◎で表わされたConditionは複数個のTokenが存在する可能性のあることを示す。存在し得るTokenの最大数はこの場合 K 個である。

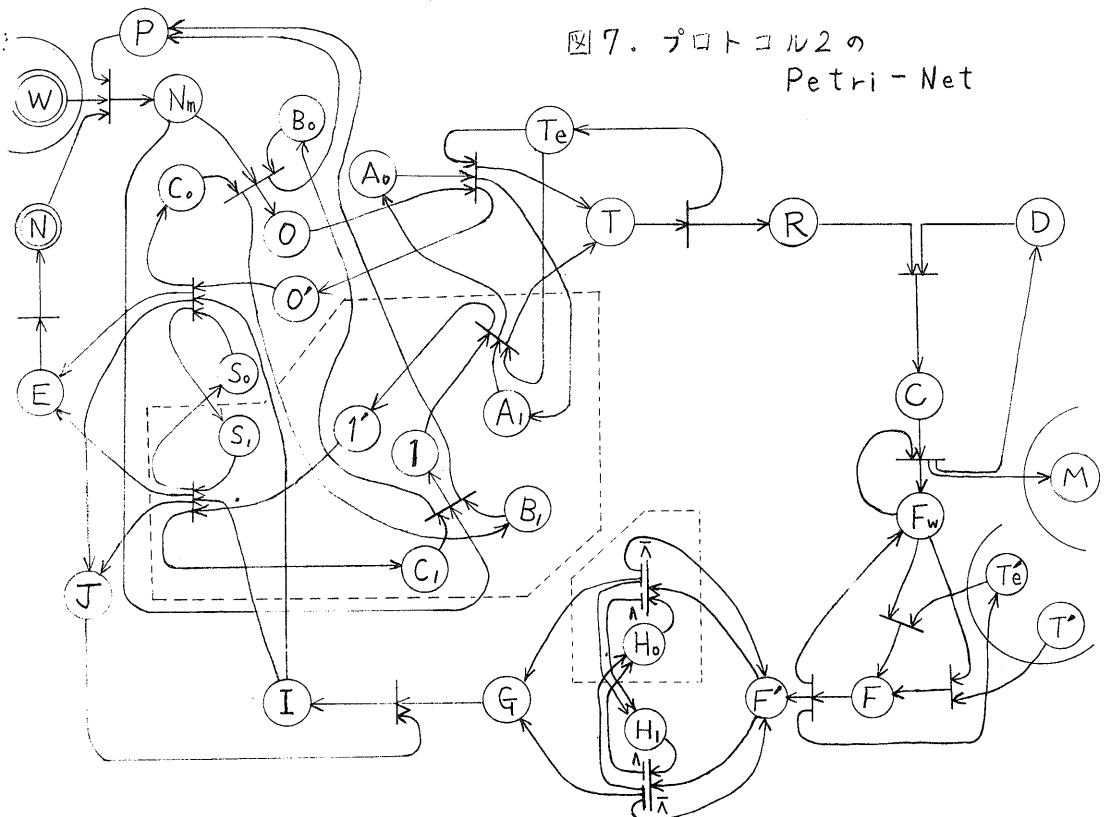


図7. プロトコル 2 の Petri-Net

- 図の下方にある二重線の $\text{bar} (= \lambda, = \bar{\lambda})$ は論理 bar を表す。すなわち、この bar に入っている Condition の Token が同色の場合は $\text{bar}(\lambda)$ が発火し、異色の場合は $\text{bar}(\bar{\lambda})$ が発火する。

図7で表現されたHDL Cプロトコルを解析する場合、送信局内部でのメッセージの割り当て、およびACK処理などに要する時間は、メッセージおよびACKが回線上で費す時間に比べて無視できる。そこで、 $K=2$ の連続伝送モデルについて、図8のような伝送時間に注目したモデルを設定する。このとき、ACK返送回線での反対方向のメッセージとの回線競合を考えると、状態数が増加し複雑となるので、ここではACKは常に伝送可能であると考えられる。このため、2個のACKが一括伝送される状態は生じない。また、メッセージの伝送時間分布、ACKの伝送時間分布、およびメッセージの到着間隔分布はそれぞれ指数分布とし、その平均値は $1/\mu$, $1/\theta$, $1/\lambda$ とする。各時間分布をこのように指数分布と考えることにより、Time-Token-Machine から状態遷移図に変換することができる。

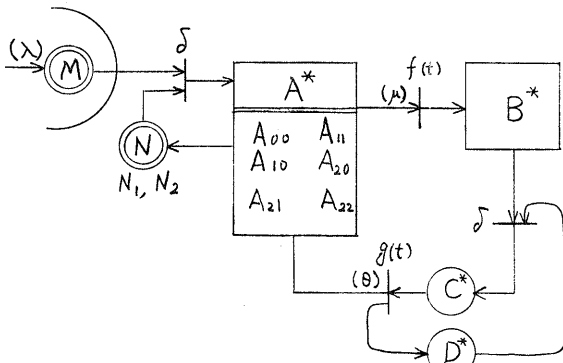


図8(a). 伝送時間に注目した
プロトコル2のPetri-Net

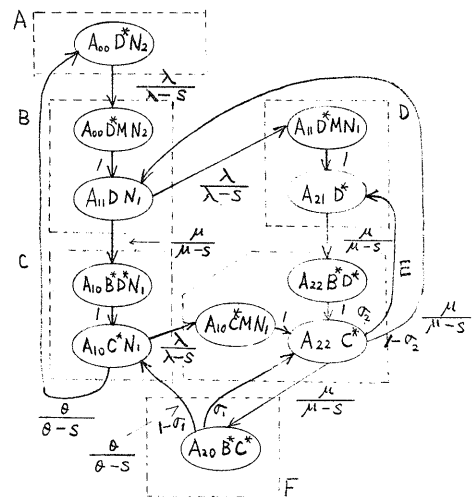


図8(b). Time-Token-Machine

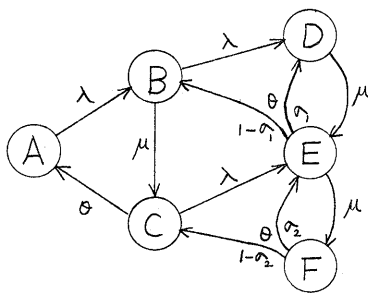


図8(c). プロトコル2の
状態遷移図

A : 2個	伝送可能		
B : 1個	伝送中	1個	伝送可能
C : 1個	ACK中	1個	伝送可能
D : 1個	伝送中	1個	伝送待ち
E : 1個	伝送中	1個	ACK中
F : 1個	ACK中	1個	ACK待ち

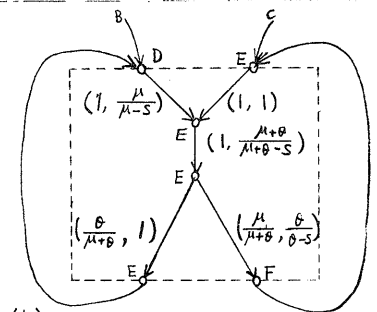
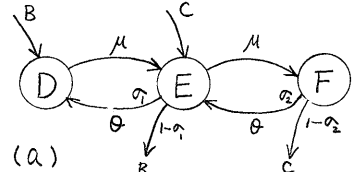
図8(a)の送信局の各Condition A_{ij} はそれぞれ次のような状態を表す。

- A_{00} ; システム内にはメッセージはなく、送信局も空きである。
- A_{11} ; システム内に1個のメッセージがあり、それを送信局が伝送中。
- A_{10} ; システム内に1個のメッセージがあり、送信局はその伝送を終えた。
- A_{21} ; システム内に2個のメッセージがあり、送信局は先客を伝送中。

A₂₂; システム内に2個のメッセージがあり, 送信局は後続客を伝送中。
 A₂₀; システム内に2個のメッセージがあり, 2個ともに伝送を終えた。

図8(b)のTime-Token-Machine および図8(c)の状態遷移図の状態E, Fにおいて, 時間 t_0 が経過した(ACKが届いた)とき, 系外に待ちがあれば再び状態D, Eに戻り, 系外に待ちが無ければシステムがメッセージを受け入れ可能な状態B, Cに戻る。このような, 系外に待ちが有る確率 ρ_1, ρ_2 を求めるために, 図9

(a)の様なD, E, Fのみから成るサブシステムを考える。このサブシステムの稼働状態および遷移時間の関係を知るために, 図9(a)をシグナル・フロー線図的に表わしたものが図9(b)である。伝送されるメッセージは上部の二つの入口のいずれかからサブシステムに入り, サブシステムの下部から1個のメッセージが処理を終えて退去した時点で, 次のメッセージが受け入れ可能となる。図9(b)から分かるように, メッセージがシステム内に2個あることによって生ずる窓口閉鎖期間の分布は, 一つ前の閉鎖期間の分布に依存する。このようにそれぞれの期間分布が互に依存する系の解析は一般に困難である。しかし, 各閉鎖期間が独立であると仮定し, システム内でいずれの分布をとるかは, 各処理過程で独立に与えられるとしても平均的には誤差は少ないと考えられる。そのとき, 窓口閉鎖期間分布の積率母関数 $M(s)$ およびその平均 \bar{m} はそれぞれ,



(b) 図9. Token-Machineの部分図

$$M(s) = \left(\frac{\mu}{\mu+\theta} + \frac{\theta}{\mu+\theta} \frac{\mu}{\mu-s} \right) \cdot \frac{\mu+\theta}{\mu+\theta-s} \left(\frac{\theta}{\mu+\theta} + \frac{\mu}{\mu+\theta} \frac{\theta}{\theta-s} \right) \quad (4-1)$$

$$\bar{m} = M'(0) = \frac{\mu^2 + \mu\theta + \theta^2}{\mu\theta(\mu+\theta)} = \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\theta} - \frac{1}{\mu+\theta} \quad (4-2)$$

となる。以上の仮定を用いれば, このサブシステムは窓口が客がポアソン到着し, 窓口が一般分布でサービスを行なうM/G/1窓口モデルと考えられる。よって, 窓口が開いた瞬間に系外に待ちが存在する確率は, M/G/1モデルの性質から窓口利用率 ρ となる。ただし, ρ は式(4-3)で与えられる。

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \rho_2 = \rho = \lambda \bar{m} \\ &= \frac{\lambda(\mu^2 + \mu\theta + \theta^2)}{\mu\theta(\mu+\theta)} \end{aligned} \quad (4-3)$$

以上の結果を用いれば, 図8(c)の状態遷移図の平衡状態方程式から, システムが各状態(A~F)にある定常確率を求めることが可能となる。各定常確率は

$$\left. \begin{aligned} P_A &= k \cdot \mu^2 \theta^2 (1-\rho) & P_D &= k \cdot \lambda^2 \theta^2 \\ P_B &= k \cdot \lambda \mu \theta^2 (1-\rho) & P_E &= k \cdot \lambda \mu \theta \\ P_C &= k \cdot \lambda \mu^2 \theta (1-\rho) & P_F &= k \cdot \lambda^2 \mu^2 \end{aligned} \right\} \quad (4-4)$$

ただし, $k = \frac{\theta + \mu}{\mu^2 \theta^2 (\theta + \mu + \lambda)}$

となる。この結果から、システムが開鎖されている確率 P は式(4-5)となる。

$$P = P_b + P_e + P_f = \frac{\lambda^2(\mu+\theta)(\mu^2+\mu\theta+\theta^2)}{\mu^2\theta^2(\mu+\theta+\lambda)} \quad (4-5)$$

次に、メッセージがシステムに入って閉じてから次に開くまでの窓口閉鎖期間分布、およびシステム内に入ったメッセージのシステム通過時間分布を求める。これらは、それぞれシステム外から見たメッセージの平均サービス時間および真の平均サービス時間にあたる。メッセージがシステムに入れるのは、開状態で $A \rightarrow B$, $B \rightarrow D$, $C \rightarrow E$, および閉状態で $E \rightarrow D$, $F \rightarrow E$ へ移るときで、それぞれの W -関数の和を求めれば二つの分布 $W_{t2}(s)$, $W_{b2}(s)$ を得る。ただし、図11(a)における $N(s)$ は閉鎖期間が連続しているときの窓口閉鎖期間の積率母関数で、 $M(s)$ の場合と同様の考察を行えば式(4-6)のようになり、その平均 \bar{n} は式(4-7)となる。

$$N(s) = \frac{\theta}{\mu+\theta} \left(\frac{\mu}{\mu-s} \right)^2 + \frac{\mu}{\mu+\theta} \frac{\mu}{\mu-s}$$

$$= \frac{\mu^2(\theta+\mu-s)}{(\mu+\theta)(\mu-s)^2} \quad (4-6)$$

$$\bar{n} = \frac{\mu+2\theta}{\mu(\mu+\theta)} \quad (4-7)$$

上式から、 $W_{t2}(s)$, $W_{b2}(s)$ およびその平均値 t_{t2} , t_{b2} はそれぞれ

$$W_{t2}(s) = (P_A + P_C) \frac{\mu}{\mu-s} + P_B \left(\frac{\mu}{\mu-s} \right)^2 + P \cdot N(s) \quad (4-8)$$

$$W_{b2}(s) = P_A + P_B \frac{\mu\theta}{(\mu-s)(\theta-s)} + P_C \frac{\theta}{\theta-s} + P \cdot M(s) \quad (4-9)$$

$$t_{t2} = \frac{\mu+\theta+2\lambda}{\mu(\mu+\theta+\lambda)} \quad (4-10)$$

$$t_{b2} = \frac{\lambda(\mu^2+\mu\theta+\theta^2)(\mu+\theta)}{\mu^2\theta^2(\mu+\theta+\lambda)} \quad (4-11)$$

となる。また、 $M/G/1$ 待ち行列の結果から、このシステムに平均到着率 λ で到着するメッセージの平均待ち行列時間 t_w は、

$$t_w = \frac{P t_{b2} (1+C^2)}{2(1-P)} \quad (4-12)$$

ここで、 C^2 は窓口閉鎖期間の変動係数で、

$$C^2 = \frac{t_{b2}^2 - t_b^2}{t_b^2} \quad (4-13)$$

$$\overline{t_{b2}^2} = \frac{2\lambda(\mu+\theta)\{\lambda(\mu^2+\mu\theta+\theta^2) + (\mu^2+\theta^2)(\mu+\theta)\}}{\mu^3\theta^3(\mu+\theta+\lambda)} \quad (4-14)$$

である。よって、メッセージの平均システム滞留時間 T は式(4-15)で表わされる。

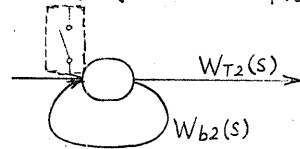
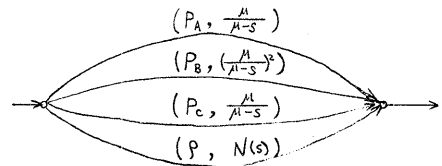
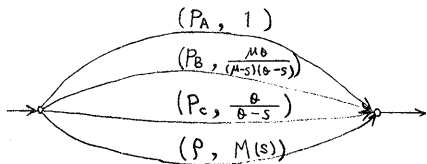


図10. メッセージの通過と復帰



(a) 通過時間分布



(b) 窓口閉鎖時間分布

図11. 各時間分布のフロー図

$$T = t_w + t_{t2}$$

(4-15)

図12は、 $\mu = 50$ 、 $\theta = 200$ (メッセージ平均伝送時間; 20 msec, ACK 平均伝送時間; 5 msec) の場合、および $\mu = 50$ 、 $\theta = 50$ (共に 20 msec) の場合について、システム待ち時間をグラフに表わしたものである。なお比較のため、プロトコル 1 で得た結果 ($\alpha = 0$ の場合) を並記する。

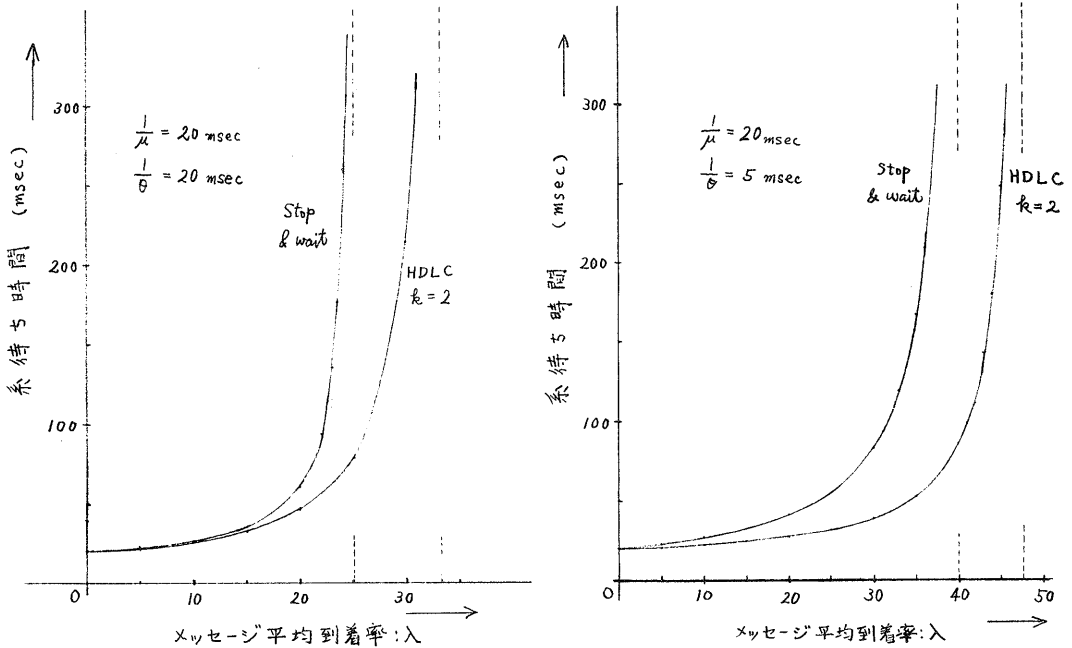


図12. HDLC プロトコル ($k=2$) のシステム待ち時間特性

5. むすび

通信プロトコルを二つの W -関数を持つ等価待行列単位とみなすことが、リンクプロトコルで遷移時間をアーラン分布近似できる場合に、可能であることを示した。

参考文献

- (1) P.M. Merlin, " A Methodology for the Design and Implementation of Communication Protocols ", IBM Research, RC 5541, 24066 (July 1975).
- (2) A. Alan B. Pritsker and W. William Happ, " GERT: Graphical Evaluation and Review Technique, Part I Fundamentals, " Journal of Industrial Engineering, Vol. XVII, 5 (May 1966).
- (3) A. Alan B. Pritsker and W. William Happ, " GERT: Graphical Evaluation and Review Technique, Part II Development, " Journal of Industrial Engineering, Vol. XVII, 5 (May 1966).
- (4) C.C.I.T.T. SG VII, " Final Report on the Work of Study Group VII, Part III : Proposal for New and Revised Series X Recommendations. "