分散処理システムにおける遠隔地支援に関する一考察

田中正二、浅野正一郎、水町守志、野村民也
（東京大学宇宙航空研究所）

1、はじめに

近年、特定の広域組織内あるいは組織間における迅速な業務処理が分散処理システムによって一般化されるにつれて、その高信頼化・障害対策が各方面から検討され始めている。

ここでは、システム内のダウンしたホストが本来担務すべき業務を、他の正常なホストが代行するという遠隔地支援モデルにつき、アベイラビリティ・ターンアラウンドタイム（業務処理の平均時間）に対する基礎的な検討を加える。

2、遠隔地支援モデル

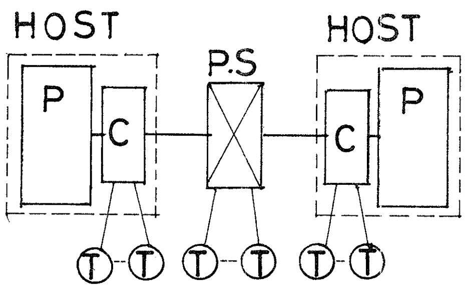


図1

対象とする分散処理システムは各ホストがPマシン（業務処理）・Cマシン（通信制御）より構成され、端末はCマシンあるいは直接回線に接続されるものを想定している（図1）。

またここではオフライン処理は考えず、すべてのエンドユーザーは各端末・Cマシンを経てサービスを受けるオンライン処理に限定して検討を進める。

以下3種類の遠隔地支援モデルの説明に先立ち、次の仮定を置く。

（1）回線には障害が発生しない。
（2）Pマシンは業務処理のみ行い、処理ホスト選択・通信制御はCマシンの担務とする。
（3）P・Cマシンに関し、一方の障害は他方に影響を与えない。
（4）Cマシンによる処理ホストの選択は瞬時に実行される。

2－1　モデル1

モデル1では、各ジョブは2台のホストで処理される。すなわち、エンドユーザーによってあるホスト（自ホスト）が選択されると、次に自ホストのCマシンがシステム内の他の正常なホスト（他ホスト）を選択し両ホストによって処理が実行されるモデルである。

このモデルの処理モードとしては、
（a）自・他両ホスト、
（b）他ホストのみ、
（c）自ホストのみ、
による3通りの形態が存在する。

次にモデル解析の際必要となるモデルの状態表示について説明する。図2はモデル1の状態を有向グラフで表示したものである。システムが正常（Operational）

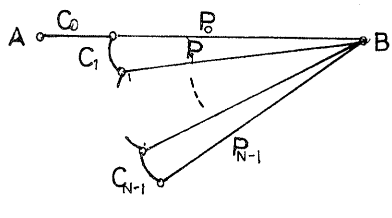


図2

である状態は、ノードAからBへ向かうパスが少なくとも一通り存在することによって表わされる。

（図2の各記号は、

P_0：自ホストのPマシン

C_0：　〃　Cマシン

P_i（$1 \leqq i \leqq N-1$）：第i番目に選択された他ホストのPマシン

C_i（$1 \leqq i \leqq N-1$）：第i番目に選択されたホストのCマシン

の状態を示している。）

上述の有向グラフを用いて状態推移図を描くと下図のようになる。

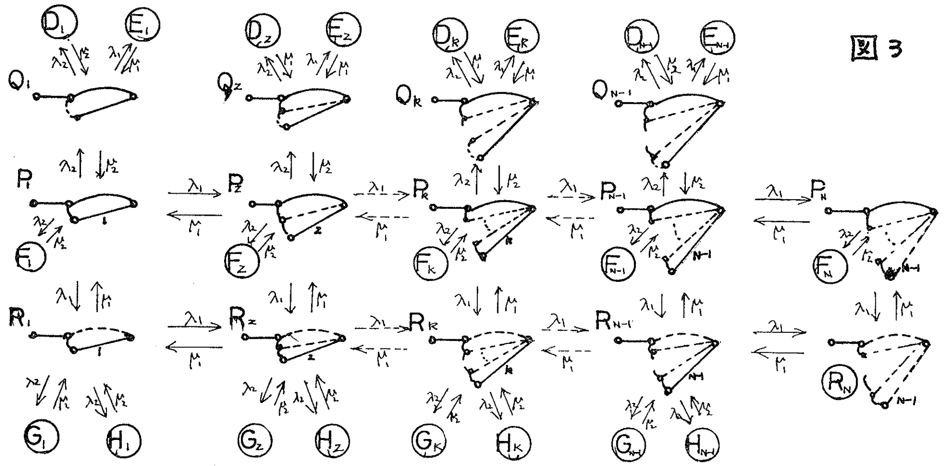


図3

（但し、○で囲まれた状態は故障状態を示す。

2−2　モデル2

モデル2は、特定のホストをバックアップ専用とし、自ホストのPマシンがダウンすると~~瞬時に~~バックアップホストが処理を代行するシステムモデルである。

処理モードとしては、

（a）自ホスト、

（b）バックアップホスト、

による2形態が存在する。

モデル2の状態推移図を図4に示す。

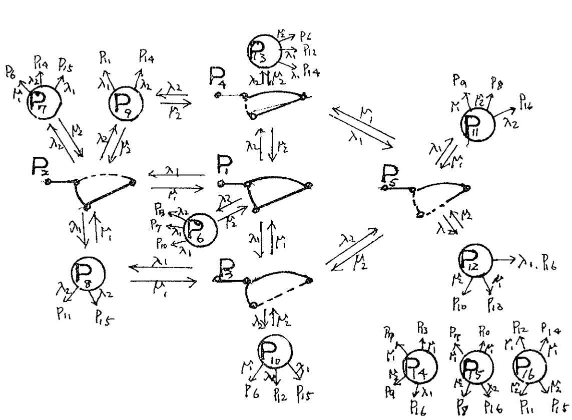


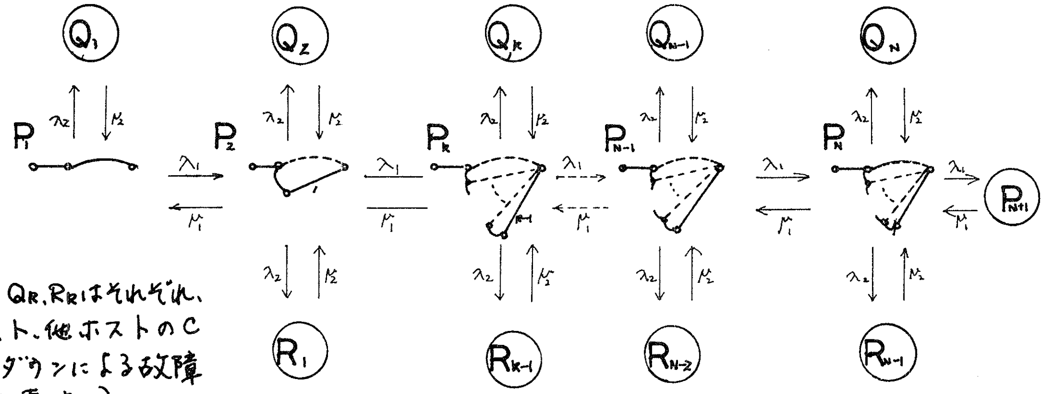
図4

2－3　モデル3

モデル3はモデル2の拡張と考えられ、自ホストがダウンした場合に処理を代行するバックアップホストを、正常な他ホストの中から動的に選択するシステムモデルである。

処理モードはモデル2と同様であるが、モデル3の場合はバックアップホストが複数台存在していることが期待されるので、モデル2と比較してアベイラビリティは向上するものと考えられる。

図5にモデル3の状態推移図を示す。



（但し、Q_k, R_kはそれぞれ、自ホスト、他ホストのCマシンダウンによる故障状態を表す。）

図5

3　モデル解析

各モデルについて状態推移図を基に、アベイラビリティ・ターンアラウンドタイム（業務処理の平均時間）を求める。

3－1　アベイラビリティ

ここでアベイラビリティとは、特定ホスト（自ホスト）が、他ホストを援用する場合も含めて、業務処理を行える状態である確率をさす。

アベイラビリティをA、既出の状態推移図においてシステムダウンである状態の集合をS_F、状態S_iである確率を$P_r(S_i)$で表わせば、

$$A = 1 - P_r(S_F) \qquad (1)$$

となる。

以下各モデルについて、定常状態におけるアベイラビリティを求める。

3－1－1　モデル1

図3より、モデル1の状態方程式は次のようになる。

$$2(\lambda_1+\lambda_2)P_1 = \mu_1 P_2 + \mu_2 Q_1 + \mu_1 R_1 + \mu_2 F_1 \qquad (2)$$

$$(2\lambda_1+2\lambda_2+\mu_1)P_k = \lambda_1 P_{k-1} + \mu_1 P_{k+1} + \mu_2 Q_k + \mu_1 R_k + \mu_2 F_k \quad (2\leq k\leq N-1) \qquad (3)$$

$$(\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)P_N = \lambda_1 P_{N-1} + \mu_1 R_N + \mu_2 F_N \qquad (4)$$

$$(\lambda_1+2\lambda_2+\mu_1)R_1 = \mu_1 R_2 + \lambda_1 P_1 + \mu_2 G_1 + \mu_2 H_1 \qquad (5)$$

$$(\lambda_1+2\lambda_2+2\mu_1)R_k = \lambda_1 R_{k-1} + \mu_1 R_{k+1} + \lambda_1 P_k + \mu_2 G_k + \mu_2 H_k \quad (2\leq k\leq N-1) \qquad (6)$$

$$\mu_1 R_N = \lambda_1 R_{N-1} + \lambda_1 P_N \qquad (7)$$

$$(\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)Q_k = \lambda_2 P_k + \mu_2 D_k + \mu_1 E_k \quad (1\leq k\leq N-1) \qquad (8)$$

$1 \leqq k \leqq N-1$について、

$\mu_2 D_k = \lambda_2 Q_k$ (9)　　$\mu_1 E_k = \lambda_1 Q_k$ (10)

$\mu_2 G_k = \lambda_2 R_k$ (11)　　$\mu_2 H_k = \lambda_2 R_k$ (12)

また、$1 \leqq k \leqq N$について、$\mu_2 F_k = \lambda_2 P_k$ (13)

が成立する。ただし、λ_1、λ_2、μ_1, μ_2 はそれぞれP・Cマシンの故障率・修理率である。

P_kを求めると、($\rho_1 = \lambda_1 / \mu_1$、$\rho_2 = \lambda_2 / \mu_2$とする。)

$$\therefore P_k = \rho_1^{k-1} \cdot P_1、 \quad (14)$$

となり、

$$\sum_{k=1}^{N} (P_k + R_k + F_k) + \sum_{k=1}^{N-1} (Q_k + D_k + E_k + G_k + H_k) = 1、 \quad (15)$$

を用いるとP_1は次のように定まる。

$$\therefore P_1 = (1-\rho_1) / \left\{ (1+\rho_2)^2 + \rho_1(1+3\rho_2) - (\rho_1^2+\rho_2^2+4\rho_1\rho_2+\rho_1+\rho_2) \cdot \rho_1^{N-1} \right\} \quad (16)$$

モデル1のアベイラビリティA_1は、

$$A_1 = 1 - P_r(S_F)$$
$$= \sum_{k=1}^{N-1} (P_k + Q_k + R_k) + P_N$$
$$= \left\{ (1+\rho_1+\rho_2) - (2\rho_1+\rho_2)\rho_1^{N-1} \right\} / \left\{ (1+\rho_2)^2 + \rho_1(1+3\rho_2) - (\rho_1^2+\rho_2^2+4\rho_1\rho_2+\rho_1+\rho_2)\rho_1^{N-1} \right\}$$

と与えられる。 (17)

3－1－2　モデル2

図4より、モデル2の状態方程式は次のようになる。

$$2(\lambda_1+\lambda_2)P_1 = \mu_1 P_1 + \mu_2 P_6 + \mu_1 P_3 + \mu_2 P_4 \quad (18)$$
$$(\lambda_1 + 2\lambda_2 + \mu_1)P_2 = \lambda_1 P_1 + \mu_1 P_8 + \mu_2 P_7 + \mu_2 P_9 \quad (19)$$
$$(\lambda_1 + 2\lambda_2 + \mu_1)P_3 = \lambda_1 P_1 + \mu_1 P_8 + \mu_2 P_5 + \mu_2 P_{10} \quad (20)$$
$$(2\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2)P_4 = \lambda_2 P_1 + \mu_1 P_5 + \mu_2 P_9 + \mu_2 P_{13} \quad (21)$$
$$(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)P_5 = \lambda_1 P_4 + \lambda_2 P_3 + \mu_1 P_{11} + \mu_2 P_{12} \quad (22)$$
$$(2\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_2)P_6 = \lambda_2 P_1 + \mu_1 P_7 + \mu_1 P_{10} + \mu_2 P_{13} \quad (23)$$
$$(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)P_7 = \lambda_2 P_2 + \lambda_1 P_6 + \mu_2 P_{14} + \mu_1 P_{15} \quad (24)$$
$$2(\lambda_2 + \mu_1)P_8 = \lambda_1 P_2 + \lambda_1 P_3 + \mu_2 P_{11} + \mu_2 P_{15} \quad (25)$$
$$(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)P_9 = \lambda_2 P_2 + \lambda_1 P_4 + \mu_1 P_{11} + \mu_2 P_{14} \quad (26)$$
$$(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2)P_{10} = \lambda_2 P_3 + \lambda_1 P_6 + \mu_1 P_{15} + \mu_2 P_{12} \quad (27)$$
$$(\lambda_2 + 2\mu_1 + \mu_2)P_{11} = \lambda_1 P_5 + \lambda_2 P_8 + \lambda_1 P_9 + \mu_2 P_{16} \quad (28)$$
$$(\lambda_1 + \mu_1 + 2\mu_2)P_{12} = \lambda_2 P_5 + \lambda_2 P_{10} + \lambda_1 P_{13} + \mu_1 P_{16} \quad (29)$$
$$2(\lambda_1 + \mu_2)P_{13} = \lambda_2 P_4 + \lambda_2 P_6 + \mu_1 P_{12} + \mu_1 P_{14} \quad (30)$$
$$(\lambda_1 + 2\mu_1 + \mu_2)P_{14} = \lambda_1 P_7 + \lambda_2 P_9 + \lambda_1 P_{13} + \mu_1 P_{16} \quad (31)$$
$$(\lambda_2 + 2\mu_1 + \mu_2)P_{15} = \lambda_1 P_7 + \lambda_2 P_8 + \lambda_1 P_{10} + \mu_2 P_{16} \quad (32)$$
$$2(\mu_1 + \mu_2)P_{16} = \lambda_2 P_{11} + \lambda_1 P_{12} + \lambda_1 P_{14} + \lambda_2 P_{15} \quad (33)$$

また、モデル2のアベイラビリティA_2は、

$$A_2 = \sum_{k=1}^{5} P_k、 \quad (34)$$

で与えられる。

3－1－3　モデル3

図5より、モデル3の状態方程式は以下のようになる。

$$(\lambda_1 + \lambda_2)P_1 = \mu_2 P_2 + \mu_2 Q_1。 \quad (35)$$

$2 \leqq k \leqq N$のとき、

$$(\lambda_1 + 2\lambda_2 + \mu_1)P_k = \lambda_1 P_{k-1} + \mu_1 P_{k+1} + \mu_2 Q_k + \mu_2 R_k \quad (36)$$

$$\mu_1 P_{N+1} = \lambda_1 P_N \tag{37}$$
$$\mu_2 Q_k = \lambda_2 P_k \quad (1 \leq k \leq N) \tag{38}$$
$$\mu_2 R_k = \lambda_2 P_{k+1} \quad (1 \leq k \leq N-1). \tag{39}$$

P_kを求めると、

$$\therefore P_k = \rho_1^{k-1} \cdot P_1 \tag{40}$$

となり、P_1は、

$$\sum_{k=1}^{N+1} P_k + \sum_{k=1}^{N} Q_k + \sum_{k=1}^{N-1} R_k = 1 \tag{41}$$

により、

$$\therefore P_1 = (1-\rho_1)/\{(1+\rho_2+\rho_1\rho_2) - (\rho_1+2\rho_2)\rho_1^N\} \tag{42}$$

と求まる。またアベイラビリティA3は下のようになる。

$$A_3 = \sum_{k=1}^{N} P_k$$
$$= (1-\rho_1^N)/\{(1+\rho_2+\rho_1\rho_2) - (\rho_1+2\rho_2)\rho_1^N\}. \tag{43}$$

3－2 ターンアラウンドタイム

ここでターンアラウンドタイムとは、エンドユーザーがジョブを入力してから結果を受け取るまでの時間の平均値とする。ターンアラウンドタイムをTとすれば、T＝（業務処理時間）＋（通信時間）＋（制御時間）、と記述される。
ここで業務処理時間とは、処理を受けるホストの処理待ち行列に並んでから処理が終了するまでの時間であり、通信時間とは他ホストで処理をする場合に要するジョブの転送時間であり、制御時間とは他ホスト選択・ホスト切換に要する時間を表す。2章の仮定（4）により、ここでは制御時間は0として解析を進める。

業務処理時間（以下t_j）は、当該ホストで処理すべきジョブの到着率（以下α [ジョブ/sec]）・Pマシンの処理能力をC_p［ジョブ/sec］、サービス率を$\sigma \cdot C_p$［ジョブ/sec］として各Pマシンによる処理がM／M／1の待ち行列だと仮定すれば、t_jは

$$t_j = 1/\{\sigma \cdot C_p(1-\alpha/\sigma \cdot C_p)\} \quad [\mathrm{sec/ジョブ}] \tag{44}$$

で与えられる。処理中のジョブも含め各Pマシンの平均待ち行列長Lは、

$$L = \alpha/(\sigma \cdot C_p - \alpha) \tag{45}$$

であり、システム全体の総ジョブ数Jと、正常なホスト（P・C両マシン正常）数kとで近似的に、

$$L = J/k \tag{46}$$

と表せると仮定する。この際、ホスト間ではジョブが均等に分配されているとする。また、k台正常時の各ホストの負荷率をβ_kとし、

$$\beta_k = J/(k \cdot C_p) \tag{47}$$

であるように定義する。

以上から、

$$\alpha = \sigma C_p^2 \beta_k / (1 + C_p \beta_k) \tag{48}$$

と定まり、（48）式を（44）式へ代入して、

$$t_j = (1/C_p + \beta_k)/\sigma \tag{49}$$

となり、k台正常時のホストの負荷率・Pマシンの処理能力・サービス率が得られれば、（49）式によってt_jが求められる。

また通信時間（以下t_c）は、転送すべきジョブ長をl、回線の伝送速度をrとすれば、$t_c = l/r$で与えられるものとする。

以下各モデルについてターンアラウンドタイムT_k（$1 \leq k \leq 3$）を求める。

3－2－1　モデル1

モデル1では自・他両ホストで処理を行うため、システム内に存在する全ジョブ数は等価的に他モデルの2倍になると予想され、各Pマシンの負荷率は2倍になると仮定する。また、処理モード（a）両ホストによる処理の場合、自ホストによる処理時間をもってターンアラウンドタイムとする。

ここで、正常なホスト数がkの時のt_jを$t_j(k)$と表示すると、モデル1では、

$$t_j(k) = 1/\alpha C_p + \rho_k/2\alpha \tag{50}$$

となり、図3の各正常な状態$P_1 \sim P_N$、$Q_1 \sim Q_{N-1}$、$R_1 \sim R_{N-1}$におけるターンアラウンドタイムを$\tau(S_k)$（S_kは上述の任意の状態）と表示すると、

$$\tau(P_k) = t_j(N-k+1) \quad (1 \leq k \leq N) \tag{51}$$

$$\tau(Q_k) = t_j(N-k) \quad (1 \leq k \leq N-1) \tag{52}$$

$$\tau(R_k) = t_j(N-k) + (k+1)t_c + \sum_{i=1}^{k-1} t_j(N-i)\cdot R_i/2 \quad (2 \leq k \leq N-1) \tag{53}$$

$$\tau(R_1) = t_j(N-1) + 2t_c \tag{54}$$

と記述することができる。この時モデル1のターンアラウンドタイムT_1は、

$$T_1 = \sum_{k=1}^{N} \tau(P_k)\cdot P_k + \sum_{k=1}^{N-1} \{\tau(Q_k)\cdot Q_k + \tau(R_k)\cdot R_k\} \tag{55}$$

となる。

3－2－2　モデル2

システム全体の総ホストN台のうちバックアップホストはB台存在する場合、モデル2のターンアラウンドタイムT_2は図4を参照して、

$$\tau(P_1) = \tau(P_3) = \tau(P_4) = \tau(P_5) = t_j(N-B) \tag{56}$$

$$\tau(P_2) = t_j(N-B)(P_1/2+1) + 2t_c \tag{57}$$

となる。ただし、t_jは式（49）で与えられるものとする。T_2は、

$$T_2 = \sum_{k=1}^{5} \tau(P_k)\cdot P_k \tag{58}$$

で与えられる。

3－2－3　モデル3

モデル3のターンアラウンドタイムT_3は図5を参照し、

$$\tau(P_1) = t_j(N) \tag{59}$$

$$\tau(P_k) = t_j(N-k+1) + k\,t_c + \sum_{i=1}^{k-1} t_j(N-i+1)\cdot P_i/2 \quad (2 \leq k \leq N) \tag{60}$$

と与えられることから、T_3は

$$T_3 = \sum_{k=1}^{N} \tau(P_k)\cdot P_k = \tau(P_1)P_1 + \sum_{k=2}^{N} \tau(P_k)\cdot P_k \tag{61}$$

となる。

4　数値例

前章で述べたアベイラビリティとターンアラウンドタイムについて数値例を示す。ただし全ホストの特性は等しく、エンドユーザーはある特定のホストに集中することなくシステムの全ホストを均等に利用すると仮定する。

4－1　アベイラビリティ

$\lambda_1 = 0.01$、$\lambda_2 = 0.001$、として$\rho_1 = \lambda_1/\mu_1$, ρ_2/ρ_1, $\rho_2 = \lambda_2/\mu_2$を変数とした時の各アベイラビリティA_kをそれぞれ図6・7・8に示す。

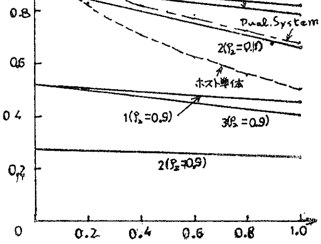


図.6

また図9には、モデル1、3を対象に、総ホスト数Nを変数としてAを求めたものを示す。

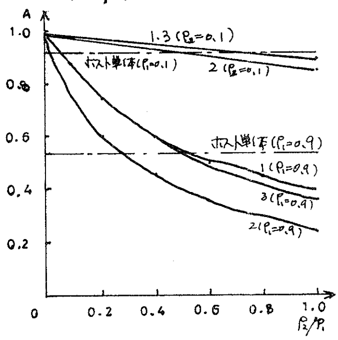


図7

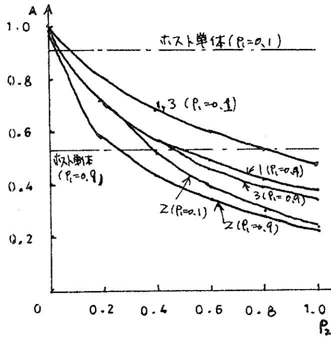


図8

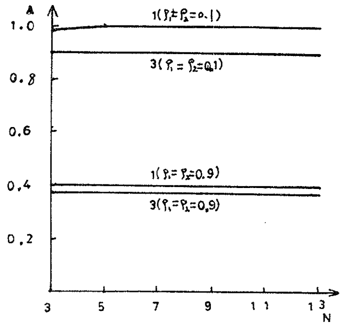


図9

4-2 ターンアラウンドタイム

各モデルに対し、σ=1、C_p=10、ρ_N=0.5の場合のターンアラウンドタイムTを、ρ_2/ρ_1、N、および$t_0=t_0(N)$として、$t_c/t_0=t_r$を変数として求めた結果をそれぞれ図10、11、12に示す。(モデル2のバックアップホスト数は1、N=12としている。)

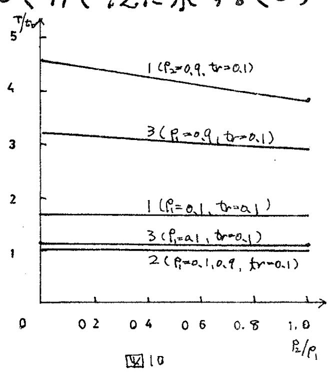


図10

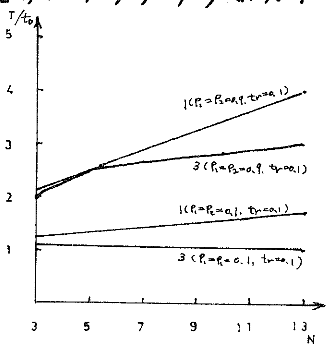


図11

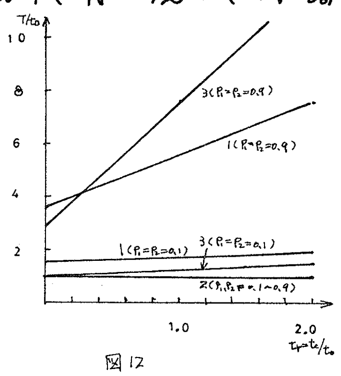


図12

5 考察

(i) アベイラビリティ

・ρ_1、ρ_2の寄与

図7、8にホスト単体のアベイラビリティをρ_1=0.1、0.9の各場合について破線で示す。これより各モデルがホスト単体時と比較してアベイラビリティの点で改善される領域は、

モデル1：ρ_1=0.1の時、$\rho_2 \leqq 0.1$、ρ_1=0.9の場合、$\rho_2 \leqq 0.5$
モデル2：　〃　、$\rho_2 \leqq 0.05$、　〃　、$\rho_2 \leqq 0.3$
モデル3：　〃　、$\rho_2 \leqq 0.1$、　〃　、$\rho_2 \leqq 0.46$

とわかる。一般にρ_1、$\rho_2 \leqq 0.01$が成立する場合が多く、各モデルともホスト単体時よりアベイラビリティの点で改善されていると言える。

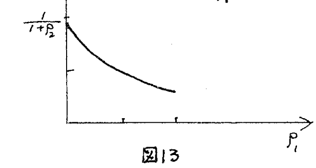


図13

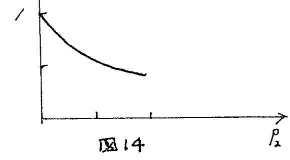


図14

・Nの寄与

モデル1、3については、それぞれ式(17)、(43)より、Nが十分大きな領域では次のように近似されることが

わかる。すなわち、

$N\to\infty$の場合、$A_1 \to (1+\rho_1+\rho_2)/\{(1+\rho_2)^2+\rho_1(1+3\rho_2)\}$ (62)

$A_3 \to 1/(1+\rho_2+\rho_1\rho_2)$ (63)

となる。この時、総ホスト数Nはアベイラビリティに無関係となり、ρ_1, ρ_2によってアベイラビリティが定められる（図13、14）。図9より、$N\geqq 10$でアベイラビリティはほぼ飽和する様子がわかる。

（ii）ターンアラウンドタイム

ターンアラウンドタイムTは図10、11、12から分るように、ρ_1、ρ_2、N、τ_rによって大幅に変化する。特にモデル1、3において通信回数が多い場合はτ_rの影響が著しい。

6．まとめ.

分散処理システムにおける遠隔地支援モデルを示し、アベイラビリティ・ターンアラウンドタイムについて基礎的な検討を行った。提案した3モデルのうちモデル2は専用バックアップホストを置くという点で、他モデルにおける全ホストのシステム内における役割が平等であることと異なる。システムの目的にもよるが拡張性の点ではモデル1・3が優れていると思われる。

モデル1、3では総ホスト数Nが十分大きな場合、アベイラビリティはP、Cマシンの保全係数(ρ_1, ρ_2)によって定まり、特にPマシンの保全係数ρ_1が多少大きな場合でも、ρ_2の小さなCマシンの使用によって高アベイラビリティが得られることがわかった。これはP・Cマシンの部品数（ゲート数）を考慮すると、一般に$\lambda_1>\lambda_2$が成立していることから、現実的な応用が期待される。

本検討においては方式の特性を基礎的に解析するにとどまっているが、これら方式の効用をより明確に主張するには、同一条件の下での解析（例えば同一アベイラビリティの下でもターンアラウンドタイム）を必要とする。これらについては別途報告する予定である。

参考文献

〔1〕MARIO J. GONZALEZ, JR. and C.V. RAMAMOOTHY, "Parallel Task Execution in a Decentralized System," IEEE Trans. on Comput., vol. C-21, pp.1310–1322, December 1979

〔2〕H.I. SHULMAN and H. SMITH, "Operational Availability and Reliability Model," IEEE Trans. on Rel., vol. R-23, pp 290–294, December 1974

〔3〕F.A.Tillman and S.Chatterjee, "Availability Models of Maintained system", IEEE, Trans. on Rel, vol. R-24, pp.69–72. april 1975

〔4〕A.L.SCHERR, "Distributed data processing", IBM SYST J. vol.17, No4, pp.324–344, 1978

〔5〕M.D. BEAUDRY, "Performance-Related Reliability Measures for Computing Systems," IEEE Trans. on Comput., vol.C-27. pp540–547, June 1978