解　説

物体の見え方によらない情報の抽出†
―幾何学的不変量の画像理解への応用―

杉　本　晃　宏††

1. はじめに

画像情報は，人間にとって最も直観的・印象的で理解しやすい情報である．しかしながら，画像情報は情報量がきわめて多く，また抽象化の程度も低いため，計算機による画像情報処理には多大のコストを要する．このような理由もあり，人間がもつ画像に対する直観的な知覚・認識能力を計算機上で実現するための技術はまだ確立されていない．

画像理解（あるいはコンピュータビジョン）は，外的3次元世界の投影である2次元画像を入力として元の3次元世界をコンピュータに認識・理解させることを目的とするが，そこで直面する本質的な問題として，視点に依存して3次元物体の見え方が変わることがあげられる．たとえ同じ物体であっても，物体をどこから見るか（すなわち，視点）によってその投影像は無数に存在する．そこで，投影像から元の3次元物体を知るには，同じ物体の投影像をどうううまく取り扱うかがカギとなる．近年，投影像から視点に依存しない情報―不変量とよばれている―を抽出し，これを投影像の取扱いに利用しようとする試みが脚光を浴びている[8),14),16)]．視点に依存しない情報は，物体と投影像とを関係づける本質的な量の一つであると考えられるからである（図-1参照）．

物体の幾何学的構造に注目して導出される不変量は，とくに，幾何学的不変量とよばれている．幾何学的不変量は，画像を得るカメラ自身のパラメタ（焦点距離や画像の大きさなど）の値の変化に対しても不変であることが示されているので，さらにその重要性が強調されている．本稿では幾何学的不変量を取り上げ，画像理解におけるその応用の可能性，および，幾何学的不変量に関する最近の研究成果について解説する．まず，幾何学的不変量を画像理解の課題に応用した例を示し，そこにおける特長と問題点について述べる．そして，最近発見された不変量を紹介し，幾何学的立場からこれを解説する．さらに，画像理解における不変量の研究に関して，克服すべき課題について述べ，今後の方向性を探る．

2. 認識システムへの応用

不変量は画像理解におけるさまざまな問題と密接に関係している．本章では，画像理解における重要課題の一つである，モデルに基づく認識に不変量を応用する場合[6),10),15)]を例にとり，幾何学的不変量を利用することの特長と問題点について述べる．

モデルに基づく認識における課題は，データベースにあらかじめ蓄積された既知物体のどれが，与えられた投影像に現れているかを決定することである．データベースには，物体の輪郭の幾何モデルが蓄積されているのが一般的である．与えられた投影像内に存在する物体の輪郭がデータベース内のどの幾何モデルの透視変換後の像であるかを決定できたとき，この物体は認識されたとみなされる．

以下では，不変量を利用しない認識システムと不変量を利用した認識システムとを対照させて紹介する．いずれのシステムでも，Step 1：与えられた投影像から一つの物体を切り出し（領域分割），Step 2：その物体に属する特徴（点や直線など）のうちデータベース内のモデルと比較すべきものを選出し，Step 3：選出された特徴をグループに分ける，という手続きが含まれる．なお，ここではデータベース内のモデルの特徴はあらかじめグループに分けられているとする．また，不

† Extracting Information Independent of Object Appearances–Application of Geometric Invariants to Image Understanding–by Akihiro SUGIMOTO (Advanced Research Laboratory, Hitachi, Ltd.).

†† (株)日立製作所基礎研究所

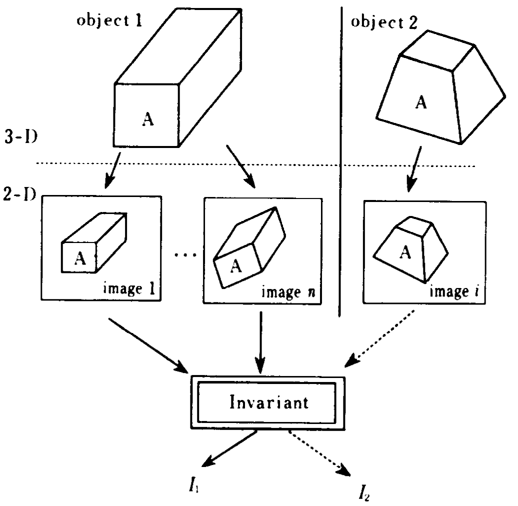

図-1　不変量とは？

変量を利用しないシステムでは，投影像を得る際にカメラパラメタの値があらかじめ較正されていることが前提となる．

［**不変量を利用しないシステム**］

Step 4：Step 3 のグループのうち一つを選ぶ．

（i）データベースのモデルを一つ選ぶ．

(a) このモデルに対して，特徴のグループを一つ選ぶ．

a 1：投影像の特徴のグループとモデルの特徴のグループをマッチさせる．

a 2：モデルから投影像への変換を決定する．

a 3：この変換に基づいて，モデルの特徴をすべて投影像上に投影する．

a 4：モデルの投影像が与えられた投影像に一致するかどうかを判定する．

［**不変量を利用したシステム**］

Step 0：データベース内のモデルの特徴のグループに対して不変量の値を計算し，それをモデルの属性値として hash table を作成しておく．

Step 4：Step 3 のグループに対して不変量の値を計算する．

Step 5：その値と属性値が一致するモデルを選ぶ．

（i）このモデルを投影像上に投影し，それが与えられた投影像に一致するかどうかを判定する．

不変量を利用しない場合は，与えられた投影像中の選出された特徴のすべてのグループ，データベース内のすべてのモデル，各モデルの特徴のすべてのグループ，に対して繰り返す手続きが含まれるので，データベース内のモデル数が少なくても計算コストは膨大である（モデル数を λ，投影像中の選出された特徴数を i，各モデルの特徴数を m，モデルから投影像への変換を定めるのに要する特徴数を k とすると，物体の候補の生成に必要な計算量は $O(\lambda i^k m^k)$ となる）．これに対し，不変量を利用すると，1) 認識に要する計算の効率が上がる（不変量の値を計算するのに要する特徴数を l とすると，物体の候補の生成に必要な計算量は $O(i^l)$ となる），という利点に加えて，2) データベースへのアクセスが高速にできる（与えられた投影像内に存在する物体の候補を選ぶ (Step 5) のに要する手間は，データベースの大きさによらない），3) カメラパラメタをあらかじめ較正する必要がない，4) 物体の一部の特徴だけから不変量の値を計算することができるので，オクルージョンが生じた場合にでも対応できる，などの特長がある．一方，不変量を利用することによって生じる問題としては，i）不変量をもつ特徴の幾何学的配置が限られているため，そのグループ化が困難である，ii）不変量の値は特徴をどの順序で用いるかに依存するため，一つの特徴のグループからでも得られる値は複数存在する（ただし，直線上の 4 点に対する複比については，4 点の並び方の順序に依存しない不変量 j-invariant がある）．そしてその数は，不変量の値を計算するのに必要な特徴の数に対して組合せ論的に増加する，iii）不変量の値を計算するのに要する特徴の数は一般に少ないため，物体のごく一部の情報だけを比較することになり，投影像を与えた物体の候補を必要以上に選ぶことになりかねない，などがあげられる．

3．幾何学的不変量の研究の現状

画像理解の分野で長年利用されてきた幾何学的不変量[4] は直線上に存在する 4 点から得られる複比のみである．定数倍の不定性を無視する座標系（斉次座標系）では，一般性を失うことなく，直線上の勝手な 4 点の座標を $(1, 0)$，$(0, 1)$，$(1, 1)$，(s, t) にとれる（**図-2**）ことが射影幾何で知られている．（射影幾何については，文献 5) や

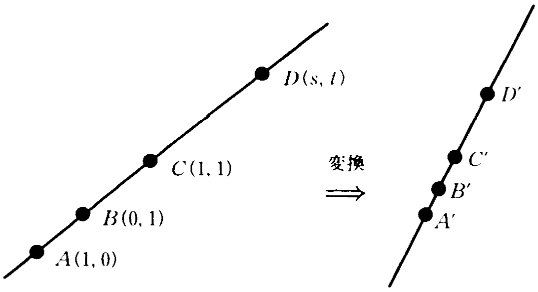

図-2 直線上の 4 点とその複比 s/t

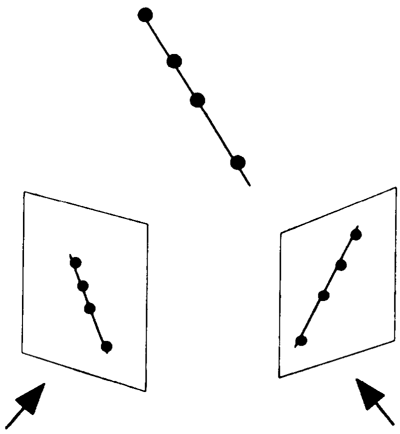

図-3 直線上の 4 点の見え方

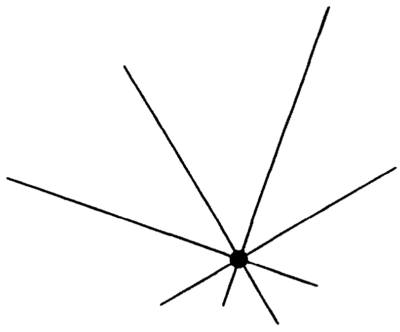

図-4 1 点で交わる同一平面上の 4 直線

11) を参照されたい．）このとき，4 番目の点の座標の成分比 s/t がこの 4 点の複比とよばれ，この値は 4 点の見え方（**図-3**）によらない．同様に，1 点で交わる同一平面上の 4 直線（**図-4**）に対しても，直線上の 4 点の場合と同じ複比－この場合，直線の複比とよばれる－が存在する．

直線上の 4 点の複比以外の不変量に関心が寄せられたのはごく最近のことである．以下では，幾何学的不変量に関する最近の研究成果を，2 次元物体を対象にした場合と 3 次元物体を対象にした場合に分けて紹介し，各々が複比とどのように対応づけられるかを幾何学的な立場から解説する．なお，これまでに導出された不変量とその数の関係を**表-1** に示す．

表-1 物体の幾何学的装置とそれから得られる不変量の数

物体の幾何学的装置［文献］	不変量の数
直線上の 4 点［4］	1
平面上の 5 点［1］	2
平面上の 5 直線［8］	2
平面上の 2 点と 2 直線［17］	1
平面上の二つのコニック［6］	2
平面上のコニックと 2 点［8］	1
空間内の任意の点の集合［2］，［7］	0
三面頂点多面体の 6 個の平面の法線ベクトル［9］	3
2 平面上の 5 直線［12］	1
3 平面上の 6 直線［13］	1

3.1 2 次元物体の幾何学的不変量

観測対象が 2 次元物体である場合は，たとえそれが 3 次元空間内におかれていようと，投影は，本質的には，2 次元から 2 次元への変換となり，“投影による情報の欠落”が生じない．したがって，2 次元物体を対象とすると，画像理解の枠組みでの不変量の議論は本質的に数学のそれと一致する．なぜなら，数学では，同じ次元をもつ空間の間の変換に対する不変な性質が研究されているからである．それゆえ，この場合，数学における結果を画像理解の言葉で翻訳するだけでよい．そこで，まず，2 次元物体を対象とした不変量が議論された．

平面上の 5 点[1)]

同一平面上の 5 点（ただし，どの 3 点も同一直線上にない）に対して，2 個の（関数的に独立な）不変量が存在する．これは，直線上，すなわち，1 次元的に存在する 4 点に対する複比の概念を 2 次元の場合に自然に拡張したものである．平面上の 4 点によって斉次座標系が定まり，第 5 の点の斉次座標の成分の比 2 個がこの不変量に対応する．この不変量の幾何学的な解釈は，平面上の 5 点から導出される，1 点を通る 4 直線に対する直線の複比となる（**図-5** 参照）．1 点を通る 4 直線の導出には 5 通りあるが，そのうち独立なものは二つである．なお，

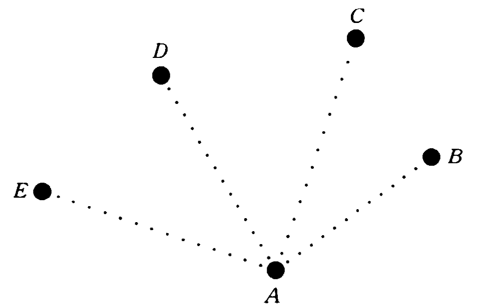

図-5　平面上の5点 A, B, C, D, E の複比

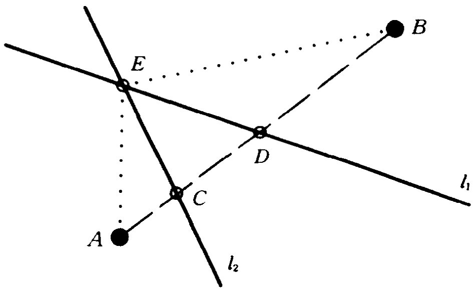

図-6　平面上の2点 A, B と2直線 l_1, l_2 の複比

幾何学的な解釈である複比そのものが5点に対する不変量に対応するのでなく，それらは関数的に独立でないという意味である．これは以下にもあてはまる．

平面上の5直線[8)]

平面上で斉次座標を考えると，点と直線は双対となる．すなわち，平面上で“1点を定めること”と“1直線を定めること”とは1対1に対応する．したがって，どの3直線も1点で交わらない5直線に対して，平面上の5点に対するものと同じ不変量（2個）が存在する．

平面上の2点と2直線[17)]

同一平面上に存在する2点と2直線に対して，1個の不変量が存在する．2直線と2点から導出される同一直線上の4点（あるいは，1点を通る4直線）に対する複比が，その幾何学的な解釈となる（図-6参照）．

平面上の2つのコニック[6)]

斉次座標系で同次2次方程式によって記述できる対象をコニックとよぶ．円や楕円はコニックの例である．同一平面上の二つのコニックに対して，2個の不変量が存在する．次の性質に基づいて，二つのコニックが（複素の意味も含めて）交わる4点と各コニック上の任意の1点を通る4直線に対する複比が，この不変量の幾何学的な解釈となる（図-7参照）．“一つのコニック上に4点が与えられているとする．そのコニック上に5番目の点をとり，この点と他の4点を通る4直線を考える．このとき，この4直線に対する複比は5番目の点のとり方によらない．”

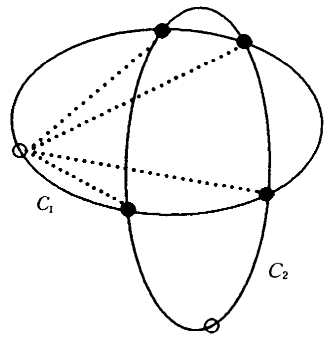

図-7　平面上の二つのコニック C_1, C_2 の複比

3.2　3次元物体の幾何学的不変量

3次元物体を対象とすると“投影による情報の欠落”が生じるので，画像理解における不変量を議論する場合には，数学のそれをそのまま適用することができない．数学の枠組みでは，“投影による情報の欠落”という状況が想定されていないからである．したがって，3次元物体の不変量を論じることは画像理解固有の問題となり，そこでは，“投影による情報の欠落”を考慮した上で—すなわち，画像面上で得られる情報のみを用いて—，不変量を議論しなければならない．

複比を3次元に自然に拡張することによって，3次元空間内の一般の位置にある6点に対して，3個の不変量が存在することを数学的に示すことができる．しかし，3次元空間内の一般の位置に存在する点の集合に対しては，点を何点選んでも，1枚の投影像から不変量を導出することはできない[2),7)]．これは，“投影による情報の欠落”が起因となっている．

制約のない（一般の）3次元物体に関して1枚の投影像から導出される不変量に対する否定的な結果が得られたのをうけて，3次元空間内での配置に制約のある点や直線などに対する不変量を求めることが試みられた．そして，1)三面頂点多面体の6個の平面の法線ベクトルに対する3個の不

1128

変量[9)]，2)2枚の平面上の5直線に対する1個の不変量[12)]，3)3枚の平面上の6直線に対する1個の不変量[13)]，を1枚の投影像から導出できることが示された．

三面頂点多面体の6個の平面の法線ベクトル[9)]

すべての頂点が，3個の面の交わりとして特徴づけられる多面体を称して三面頂点多面体とよぶ．三面頂点多面体の6個の平面の法線ベクトルに対して，3個の不変量が発見されている．三面頂点多面体では，その定義から，各頂点はちょうど3枚の平面上に存在するので，各頂点について，(多面体をなす) 平面上に存在するという線形拘束条件を三つ構成できる．そこで，それぞれの頂点から導かれる拘束条件を連立させ，1次同次連立方程式をつくり，その係数行列の階数に着目することで，三つの不変量を導出している．この不変量の幾何学的解釈は，空間内で特殊な配置にある6点に対する，3次元に自然に拡張された複比となる．これは，“3次元空間内では，点と面は双対である”ことによって理解される．

2平面上の5直線[12)]

2平面上の両平面の交線を含む5直線に対して，1個の不変量が発見されている．ここでは，“3次元空間内では，2平面上の両平面の交線を含む3直線の各解釈面（視点と直線を含む平面）の法線ベクトルを稜とする平行六面体に対して，視点の変化の前後における体積比は各平面上で直線が存在する位置に依存しない”ことを利用して不変量を求めている．この不変量の幾何学的な解釈は，4直線を2平面の交線上にのばすことによって得られる，同一直線上の4点に対する複比となる (図-8参照)．

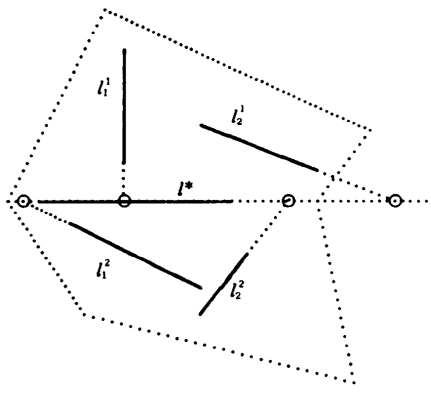

図-8　2平面上の5直線の複比

4. 不変量の研究の展望

ここでは，画像理解における不変量の研究の現状を踏まえ，不変量をより実用的なものとするために取り組むべき課題について述べる．

これまでみてきたように，画像理解における不変量の研究は近年盛んに行われている．これにともなって，画像理解におけるさまざまな課題に対して不変量の利用価値が唱えられている[8),18)]．事実，数年前に比べて不変量を利用した例の報告は著しく増加している．一見，これまでに得られた不変量に関する結果はただちに利用可能であり，これをそのまま実際の問題に適用できるかのようである．ところが，不変量を実際の問題に応用しようとすると，多くの問題に直面する．以下，その具体例をいくつかあげ，不変量を用いた手法をより実用的なものにするために克服すべき課題について述べる．

不変量の値の信頼性

理論的には，不変量は視点に依存せず一定の値をとる．しかし，実際の投影像には必ずノイズが存在し，不変量の値にばらつきが生じる．理論値からのばらつきがどれほどの範囲内であれば同じ値とみなしてよいかを判断する指針がなければ，実際の投影像から計算した不変量の値を十分に活用できない．しかるに，ノイズに対する不変量の値の振舞いは，ほとんど論じられていない．不変量の値を計算するにはたいてい“割り算”が含まれているため，値の信頼性を統計的手法によって理論的に解析することは容易でない．しかしながら，不変量をより実用可能なものとするためには不変量の値の信頼性を理論的に論じる必要がある．

不変量の値を計算する特徴の選出

これまでみてきたように，点や直線などの特徴から不変量の値を計算するが，その計算に必要な特徴の数は限られている．しかし，実際の投影像から得られる特徴の数はもっと多く，それらの中から不変量の値を計算するために“適した”(どういう意味で適しているかの基準を定義しなければならないが) 特徴を選出しなければならない．投影像内に存在する特徴の数に対してこの選出の場合の数は組合せ論的に増加し，

“適した”特徴の選出は困難となる．一方，投影像から得られた特徴が有する情報は同等であるにもかかわらず，一方が選出され他方が選出されないというのは不自然である．また，特徴の選出によって，選出されない特徴から得られる情報を捨ててしまうことになり，投影像から得られる情報すべてを用いないという点で情報の十分な活用が妨げられる．むしろ，必要数以上に特徴がある場合に，それらすべてを駆使し，いかに信頼性の高い不変量を導出するかを探るべきである．

不変量の値の共有

物体を与えると，その物体に対する不変量の値が一意に決まる．しかし，ある値を決めると，その値をとる物体が一意に決まるわけではない．すなわち，不変量は多対1の写像である（1対1の写像になる場合，完全な不変量とよばれる）．したがって，投影像から計算された不変量の値によって，その像を与えた物体が一意に決まるわけではない．これは，不変量が投影像から得られる情報を1次元情報に変換する写像であるゆえの必然的な性質であり，避けられない．しかし，ある不変量に対して，その値を共有する集合がどのように特徴づけられるかを調べることは，その不変量では区別できない物体のクラスを規定することになり，その意義は大きい．さらに，その結果から不変量の性能の比較，ひいては不変量間の階層構造の議論を行うことができる．この問題はまだ論じられていない．

5. おわりに

不変量の導出法は，現状では不変量ごとに異なる．しかし，一つの手法によって不変量を系統的に導出することができれば，まだ見出されていない不変量の導出は容易となる．点と直線の組合せである配置に限れば，系統的に不変量を導出することができる[3]．しかし，点と直線の組合せでない場合に対して，不変量を系統的に導出する手法はまだ構築されていない．そのような手法を構築する模索はこれからである．

紙面の都合上触れることができなかったが，1枚の投影像から得られる不変量の限界を克服するため，複数枚の投影像を利用して不変量を求める研究もある．これらの研究については，文献14)を参照されたい．また，本稿にあげることができなかった参考文献についても，文献14)を参照されたい．

以上，幾何学的不変量に関して，最近の研究成果を紹介し，その幾何学的意味を複比と対応づけて解説した．本稿で述べたように画像理解の枠組みでの不変量は多数存在するが，それらの相互関係は論じられていない．これまでに得られた不変量をその特殊な場合として包括するような理論体系の構築が，不変量の研究を大きく前進させると考えられる．また，不変量に関する理論的研究もさることながら，理論的成果とその実用性とのギャップはまだまだ大きいという現状を踏まえ，不変量をより実用的なものにするための研究も今後に期待したい．

参 考 文 献

1) Barrett, E. B., Payton, P. M., Haag, N. N. and Brill, M. H.: General Methods for Determining Projective Invariants in Imagery, CVGIP: Image Understanding, 53, 1, pp. 46-65 (1991).

2) Burns, J. B., Weiss, R. S. and Riseman, E. M.: View Variation of Point-Set and Line-Segment Features, IEEE Trans. on PAMI, 15, 1, pp. 51-68 (1993).

3) Carlsson, S.: Multiple Image Invariants Using Double Algebra, Proc. of the 2nd DARPA-ESPRIT Workshop on Invariance, pp. 335-350 (1993).

4) Duda, R. O. and Hart, P. E.: Pattern Classification and Scene Analysis, Wiley, New York, U.S.A. (1973).

5) Faugeras, O.: Three-Dimensional Computer Vision: A Geometric Viewpoint, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, U.S.A. (1993).

6) Forsyth, D., Mundy, J. L., Zisserman, A., Coelho, C., Heller, A. and Rothwell, C.: Invariant Descriptors for 3-D Object Recognition and Pose, IEEE Trans. on PAMI, 13, 10, pp. 971-991 (1991).

7) Moses, Y. and Ullman, S.: Limitations of Non Model-Based Recognition Systems, Proc. of the 2nd ECCV, pp. 820-828 (1992).

8) Mundy, J. L. and Zisserman, A. eds.: Geometric Invariance in Computer Vision, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, U.S.A. (1992).

9) Rothwell, C. A., Forsyth, D. A., Zisserman, A. and Mundy, J. L.: Extracting Projective Structure from Single Perspective Views of 3D Point Sets, Proc. of the 4th ICCV, pp. 573-582 (1993).

1130

10) Rothwell, C. A., Zisserman, A., Mundy, J. L. and Forsyth, D. A.: Efficient Model Library Access by Projectively Invariant Indexing Functions, Proc. of CVPR, pp. 109-114 (1992).
11) Semple, J. G. and Kneebone, G. T.: Algebraic Projective Geometry, Clarendon Press, Oxford, U.K. (1952 (reprinted in 1979)).
12) Sugimoto, A.: Projective Invariant of Lines on Adjacent Planar Regions in a Single View, ATR Technical Report TR-H-034, ATR, Kyoto, Japan (1993).
13) Sugimoto, A.: Geometric Invariant of Non-coplanar Lines in a Single View, Proc. of the 12th Int. Conf. on Pattern Recognition, Vol. 1, pp. 190-195 (1994).
14) 杉本：コンピュータビジョンにおける技術評論と将来展望(II)—ビジョンにおける不変量とその応用—，情報処理学会コンピュータビジョン研究会資料，93-3，pp. 19-34 (1995).
15) Weinshall, D.: Model based Invariants for 3-D Vision, Int. J. of Computer Vision, 10, 1, pp. 27-42 (1993).
16) Weiss, I.: Projective Invariants of Shapes, Proc. of DARPA Image Understanding Workshop, pp. 1125-1134 (1988).
17) Weiss, I., Meer, P. and Dunn, S. M.: Robustness of Algebraic Invariants, Proc. of the 1st DARPA-ESPRIT Workshop on Invariance, pp. 345-358 (1991).
18) Weiss, I.: Geometric Invariants and Object Recognition, Int. J. of Computer Vision, 10, 3, pp. 207-231 (1993).

(平成8年3月22日受付)

杉本 晃宏（正会員）

1963年生．1987年東京大学工学部計数工学科卒業．1989年同大学院修士課程修了（数理工学専攻）．同年，日立製作所基礎研究所に入所，現在に至る．この間，1991年〜1995年，ATR視聴覚機構研究所，および，ATR人間情報通信研究所に出向．博士(工学)．視覚情報処理や離散システムなどに興味をもち，数理的手法に基づいたコンピュータビジョンの研究に従事．日本応用数理学会，電子情報通信学会など各会員．