

多数台持ち運転計画問題のジョブショップスケジューリングによる解法

伊藤 俊明 岡崎 司 齋藤 信 高瀬 洋史

日立東北ソフトウェア(株)

概要

自動化が進む機械加工職場では、汎用機やNC工作機械の導入により作業者が数台の機械を担当する多数台持ちが行われており、効率的なスケジュールを生産進行に合わせてタイミング良く立案することが求められている。そこで、機械と作業者の干渉を考慮した多数台持ち運転計画問題をディスパッチングルールを用いたジョブショップスケジューリングのモデルで解き、結果を循環型待ち行列シミュレータで求めた結果と比較した。本稿では、多数台持ち運転計画問題へのディスパッチングに基づくスケジューリングモデルの適用と評価結果について報告する。

Job Shop Scheduling Model for Multiple Resource Constrained Scheduling Problem

Toshiaki Ito Tsukasa Okazaki Shin Saito Hiroshi Takase

Hitachi Tohoku Software ,Ltd

Abstract

In automated machining shops, machine tools and NC machines are introduced and then operators becomes to select and operate multiple resources. In a such condition, it is difficult to make a production scheduling because of a constraint of machines and operators.

In this paper, we propose the scheduling model of the multiple resource constrained scheduling based on dispatching method. And describe an evaluation of the model by comparing with a model based on queuing theory.

1 はじめに

近年、製造業でFA化が進み、多くの機械加工職場やプリント基板実装組み立て職場で、汎用機やNC工作機械が導入されている。それに従い、職場全体の工数に対し、作業者の占める割合が小さくなり、一人の作業者が複数の機械を受け持つ多数台持ちが普及してきた。

この多数台持ちにおいては、機械に作業を割り付けても、作業者に同時に作業が発生した場合、他の機械が停止するという機械干渉が起るため、作業者がどの機械を担当するかが作業の割り付けに大きな影響を与えるという問題がある。このため、従来のように作業者または機械のどちらか一方を中心としたスケジューリングではなく、作業者と機械の両方の作業の調整ができるスケジューリングを行うことが重要となる。

2 ジョブシヨップスケジューリング

2.1 スケジューリング問題

仕事 i は、 g_i 個の作業からなる。それらの作業は、 g_i 対の数値によって表わされる[1]。

$$\begin{pmatrix} m_{i,1}, p_{i,1} \\ m_{i,2}, p_{i,2} \\ \vdots \\ m_{i,g_i}, p_{i,g_i} \end{pmatrix} \quad (1)$$

ここで $m_{i,j}$ はその仕事の j 番目の作業を行うのに必要な機械の番号を示し $1 < m_{i,j} < m$ である。 $p_{i,j}$ は作業時間、すなわち機械 $m_{i,j}$ がその作業を行うのに必要な時間を示す。

スケジューリング問題とは、各仕事の各作業をいつ行えるかを決定する問題である。つまり、所与の作業の集合について各仕事の各作業の着手時刻および完了時刻を決定する問題である。仕事 i の j 番目の作業の作業時間は、 $p_{i,j}$ であるから、着手時刻を $t_{s,i,j}$ とすると、完了時刻 $t_{e,i,j}$ は、

$$t_{e,i,j} = t_{s,i,j} + p_{i,j} \quad (2)$$

であり、 $t_{s,i,j}$, $p_{i,j}$ から求められる。

このようにある作業の着手、完了時刻を決定することを、作業の割り付けと言う。また、作業の着手、完了時刻がまだ決定されていない作業を未割り付け作業と言う。

2.2 ディスパッチングルールに基づくスケジューリング方式

ディスパッチング手法とは、作業者が仕掛り待ちの作業の中から、任意の規則(これを差し立て規則と言う)に従って次に着手する作業を選ぶ差し立て方式に基づく手法である。以下、これを $dispatch(r, S)$ で表わす。

ディスパッチングルール r とは、特定の評価尺度であり、一般に、着手時刻、完了時刻、滞留時間、納期ずれまたは納期遅れなどの値の最小値、平均値または最大値を用いることが多い。また、これら複数の評価尺度について、それらの値がほどよいバランスに保たれることが望まれる[2]。

ここでは、最も単純なルールである、候補作業の中で着手可能時刻が最小となる作業を優先する、という最早着手可能時刻優先ルールを用いる。

これは結果を評価するために用いる待ち行列理論でも、キューは単純なFIFOであると仮定することができる、モデルを簡単にすることができるためである。

今、仕事の集合を $L = \{I\}$ 、機械の集合を $M = \{m\}$ とする。仕事 $I \in L$ の作業の集合 S_I は、

$$S_I = \{s_{i,i} = (m_{i,i}, p_{i,i}) \mid 1 \leq i \leq g_i\} \quad (3)$$

である。

ここで、最早着手可能時刻優先ルールを用いるため、割り付けの順は、 $j < k$ のとき $s_{i,j} < s_{i,k}$ でなければいけない。したがって、割り付けられた作業の集合を

$$S_{ik} = \{s_{i,i} \mid 1 \leq i \leq k\} \quad (4)$$

とすると、未割り付け作業の集合は、

$$S_{ik+} = \{s_{i,i} \mid k+1 \leq i \leq g_i\} \quad (5)$$

であり、仕事*I*の割り付け候補作業は、 $s_{i,k+1}$ だけであることが明かである。したがって、全仕事の割り付け候補作業は、

$$S = \{s_{i,k_i} \mid 1 \leq i \leq N_i\} \quad (6)$$

である。ここで、 N_i は仕事集合*L*の大きさ(仕事の数)、 k_i は仕事*i*の未割り付け作業の中の最初の作業の番号である。

以下にディスパッチングルールによるジョブショップスケジューリングのアルゴリズムを示す。

```

begin
  S ← φ
  W ← φ
  for l ∈ L
    S = S + {sl,1}
    while S ≠ φ
      begin
        s ← dispatch(r, S)
        S = S - {s}
        W = W + {s}
        S = S + {head(Slot(s))}
      end
    end
end

```

lot(s) : 作業*s*の仕事*I*の番号を返す

head(S) : 集合*S*の先頭を返しそれを集合*S*から削除する

3 多数台持ち運転計画問題とその解法

3.1 多数台持ち運転計画問題

前章では、仕事*i*の*j*番目の作業 $s_{ij}=(m_{ij}, p_{ij})$ は機械 m_{ij} で行われる加工や組み立てといった正味作業であると仮定していた。しかし、実際の製造現場では、機械に取り付ける治工具の交換や、材料または部品の交換などといった段取り作業

を無視することはできない。

つまり実作業時間は、(段取り時間)+(正味作業時間)となる。段取り作業は、機械の数に対して十分な作業者がいれば作業者に対する作業の割り付けを無視し、任意の作業の作業時間を(段取り時間)+(正味作業時間)として予め与えることができる。したがって、前章のアルゴリズムでスケジューリングが可能である。

しかし、作業者の数が機械の数より少ない場合、空いている機械に作業を割り付けても、実際に作業する作業者がおらず、計画を実行できないことがある。

このように、作業者の数 N_o 、機械の数 N_m が $N_o < N_m$ のとき作業者と機械の作業の割り付けを行う問題を多数台持ち運転計画問題という(図1)。

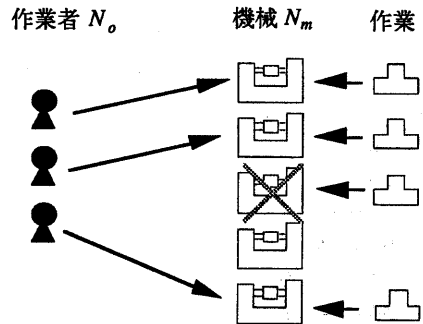


図1 多数台持ち運転

3.2 ディスパッチングによる解法

仕事*i*の*j*番目の作業は、 (m_{ij}, p_{ij}) であった。機械の作業の前に必ず段取り作業があると仮定すると、仕事*i*は、

$$\begin{aligned}
 & (h_{i,1}, p_{i,1,h}) \\
 & (m_{i,1}, p_{i,1,m}) \\
 & (h_{i,2}, p_{i,2,h}) \\
 & (m_{i,2}, p_{i,2,m}) \\
 & \vdots \\
 & (h_{i,g_i}, p_{i,g_i,h}) \\
 & (m_{i,g_i}, p_{i,g_i,m})
 \end{aligned} \quad (7)$$

となる。ここで h_{ij} はその仕事の j 番目の作業を行うのに必要な段取りを行う作業者の番号を示し $1 \leq h_{ij} \leq h$ である。 $p_{i,j,h}$, $p_{i,j,m}$ はそれぞれ段取り作業時間、機械の作業時間を示す。なお、機械によっては必ずしも段取りが必要とは限らない。このように j 番目の作業の段取りが不要の場合は、 $p_{i,j,h} = 0$ とする。

作業者の集合を $H = \{h\}$, $M^* = MUH$ とすると、仕事 i の j 番目の作業は $s_{i,j} = (m^*_{i,j}, p^*_{i,j})$ となり、(3)式と同様に仕事を表せることができる。

次に、 $kind(m^*)$ を m^* が H または M のどちらの要素であるかを返す関数を用意する。

例えば、割り付け候補の作業 m^* について $kind(m^*)$ が $m^* \in H$ を返せばその作業に続く作業 $m^* \in M$ の直前に割り付けられよ。

以下にディスパッチングルールによる多数台持ち運転のジョブショップスケジューリングのアルゴリズムを示す。

```

begin
  S ← φ
  W ← φ
  for l ∈ L
    S = S + {sl,1}
  while S ≠ φ
    begin
      s ← dispatch(r, S)
      if kind(s) ∈ H then
        begin
          x ← head(Slot(s))
          W = W + {x}
          W = W + {s}
          S = S - {s, x}
        end
      else
        begin
          S = S - {s}
          W = W + {s}
        end
      S = S + {head(Slot(s))}
    end
  end
end

```

4 結果の検討

前述したように、スケジューリングの問題は、所与の作業について着手時刻 $t_{s_{i,j}}$ 、完了時刻 $t_{e_{i,j}}$ を決定する問題であった。ここで仕事 i の $j-1$ 番目の作業が完了してから仕事 i の j 番目の作業が着手されるまでの時間を仕事 i の j 番目の作業の待ち時間と言い $W_{i,j}$ で表す。 $W_{i,j}$ は、

$$W_{i,j} = t_{s_{i,j}} - t_{e_{i,j-1}} \quad (8)$$

である。スケジューリング問題は所与の作業の集合について各仕事の各作業の待ち時間の集合を決定する問題であると言える。スケジューリング結果の評価として一般的に用いられる、納期ずれ、納期遅れ、滞留時間などの値は、全て待ち時間 $W_{i,j}$ の関数として表すことができる[1]。

従って本稿では、提案したモデルの評価として、ジョブショップスケジューリングのモデルを用いて多数台持ち運転のシミュレーションを行い、 $W_{i,j}$ の平均値を求め、これと待ち行列理論を多数台持ち運転のモデルに適用した結果得られる段取り作業の平均待ち時間との比較を行い、結果を検討する。

4.1 循環型待ち行列モデル

モデルは循環型待ち行列を用いて作成した。機械の台数を N_m 、作業員数を N_o 、1台の機械が段取りを行なう率を λ 、1人の作業員が段取り作業を行なう速さを μ とし、多数台持ち運転を図2のようなモデルで表す。

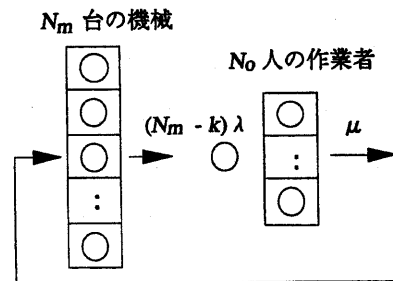


図2 循環待ち行列モデル

ここで、段取り作業中の機械台数を k 、その状態確率を $P[k]$ とする。また、段取り作業中の機械台数を系内数と呼ぶ。 $P[k]$ は系内数 k から $k+1$ への状態遷移を考慮した平衡方程式をたてることで求めることができるが、詳細はここでは省略する[3]。循環型待ち行列における平均系内数 L は、 $P[k]$ を用いた以下の式で表すことができる。

$$L = \sum_{k=1}^{N_m} kP[k] \quad (9)$$

ここで、 S を一定期間 T の中での段取り作業中の機械の総延べ時間とすると、 $L = S/T$ として表すことができる。また、時間 T の中での機械全体の稼働率は

$$A1 = 1 - S/N_m T = 1 - L/N_m \quad (10)$$

である。一方、平均の段取り作業時間 W を用いて表わすと、

$$A2 = 1/\lambda / (1/\lambda + W) = 1/(1 + \lambda W) \quad (11)$$

としても表せるから、 $A1 = A2$ より、

$$\lambda W = L/(N_m - L) \quad (12)$$

となる。また、平均待ち時間 Wq と W の関係は、

$$W = Wq + 1/\mu \quad (13)$$

である。従って(12)式、(13)式より、循環型待ち行列における平均待ち時間が求められる。

4. 2 比較評価

提案したモデルを用いて多数台持ち運転計画のシミュレーションを行い、平均待ち時間を求め、待ち行列理論による平均待ち時間との比較を行った結果を表1に示す。

表1中の N_0 は作業数、 N_m は機械台数、 $1/\lambda$ は機械の平均作業時間(段取り作業の平均発生間隔)、 $1/\mu$ は平均段取り時間を示している。ジョブショップスケジューリングでは、仕事の数が200、400の場合についてシミュレーションを行った。なお、全ての仕事は各々一回の段取り作業、正味作業のみで構成されるものとする。 $W_{q_{que}}$ は待ち行列理論による平均待ち時間、 $W_{q_{job}}$ はジョ

ブショップスケジューリングによる平均待ち時間である。

表1 比較結果

N_0	N_m	$1/\lambda$	$1/\mu$	$W_{q_{que}}$	$W_{q_{job}}$	
					$n=200$	$n=400$
3	11	25	5.075	0.741	0.730	0.570
4	11	25	5.075	0.136	0.337	0.192
2	6	11	1.606	0.131	0.150	0.103
3	6	11	1.606	0.010	0.037	0.018
2	6	28	3.780	0.268	0.317	0.218
3	6	28	3.780	0.019	0.080	0.040
3	9	26	4.238	0.180	0.357	0.238
4	9	26	4.238	0.022	0.140	0.078
4	7	20	8.180	0.145	0.300	0.197
5	7	20	8.180	0.009	0.092	0.052

結果から、ジョブショップスケジューリングを用いた場合でも、待ち行列理論を用いた計算値に近い値が得られることがわかる。表1では、ジョブショップスケジューリングの方が待ち時間が多いが、これは系が平衡状態に達するまでのロスが影響しているためである。データ数を200から400に増やすことで、多くの場合その差がより小さくなっていることから推測できる。現実の運用では、生産状況を考慮してリスケジューリングを行うので、すでに平衡状態に達していると仮定できる。従ってジョブショップスケジューリングの値が待ち行列理論の計算値に収束することが予想される。

5 まとめ

本稿では、多数台持ち運転計画問題へのディスプレイバッチングルールに基づくジョブショップスケジューリングの計算モデルの適用について述べた。提案したモデルの評価として、待ち行列理論による計算値との比較を行い、モデルの実用性を検証することができた。

実際の製造現場では、今回のモデルには反映させなかった様々な制約が存在することが考えられる。例えば、作業者が8時間労働を行い、機械が24時間稼働するなどと言った、作業者及び機械

の稼働時間の違いに関する制約などである。待ち行列理論では、このような制約を考慮したモデルを作成することは非常に困難である。今回提案したモデルでは、作業の割り付けの際に、作業者、機械の稼働時間を判定する関数を加え、モデルを拡張することで、このような例にも容易に対応することが可能である。

今後の課題としては、上記のような、実際の製造現場で見られる制約条件に即したモデルの拡張と、その実用性の検証が挙げられる。

参考文献

- [1]RICHARD W.CONWAY, WILLIAM L.MAXWELL, LOUIS W.MILLER, "THEORY OF SCHEDULING", ADDISON-WESLEY(1967)
- [2]黒田充, "生産スケジューリング研究の課題と展望", 生産スケジューリングシンポジウム'94講演論文集, pp1-13(1994)
- [3]森村英典, 大前義次, "応用待ち行列理論", 日科技連(1975)