

多目的最適化における新たな離散的テスト問題の提案 -巡回セールスマン問題の多目的化-

近藤 健史[†], 三木 光範^{††}, 廣安 知之^{††}, 渡邊 真也[†]

[†] 同志社大学大学院 ^{††} 同志社大学工学部

本研究では、多目的最適化における新たな離散的テスト問題を提案する。多目的最適化において連続テスト問題は数多く存在するものの、多目的離散テスト問題はあまりない。そこで本研究では、巡回セールスマン問題 (TSP) を多目的化した新たな多目的離散テスト問題を提案する。本提案問題は、TSP における従来からの目的である総距離に、巡回する都市数を目的関数として加えることにより多目的化している。そのため提案問題の目的は、出来るだけ少ない距離で多くの箇所を訪れることとなる。本研究では、対象問題の地理的データとして現存する京都市内の寺や神社を用いた。これは、提案した問題に対してより現実的な側面を持たせるためである。本研究では、この提案した問題に対して実際にアルゴリズムを適用し、その結果を通して多目的離散問題としての提案問題の有効性の検証を行っている。

Proposal of a New Discrete Test Problem in Multi-Objective Optimization -An Extended Traveling Salesman Problem-

Takefumi KONDO[†], Mitsunori MIKI^{††}, Tomoyuki HIROYASU^{††}, and Shinya WATANABE[†]

[†] Graduate School of Engineering, Doshisha University

^{††} Knowledge Engineering Dept., Doshisha University

In this paper, a new discrete test problem in multiobjective optimization is proposed. There are many continuous test problems in multiobjective optimization, but there are a few discrete test problems. The traveling salesman problem (TSP) is a typical discrete optimization problem, but it is not a multi-objective optimization problem in general. We make TSP a multi-objective optimization problem by making both the total distance and the number of places objective functions. Therefore, this problem has a goal to visit a lot of spots with a shortest distance. In order to get reality, the problem is set to find the best tour visiting shrines, temples and other sightseeing places in Kyoto city. Multi-objective genetic algorithm is applied to this problem to examine the effectiveness of this problem as a discrete test problem in multi-objective optimization.

1 はじめに

近年、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm : 以下, GA と略) を用いた多目的最適化問題への適用が注目されている¹⁾。これは、GA における多点探索という特徴が、複数の解候補が存在する多目的最適化問題に非常に適しているためである。

そのため多目的最適化問題に対しておける様々なアルゴリズムや手法が提案されており、幾つかのテスト問題を通じてその有効性が検証されている¹⁾。特に最近ではレンズ設計や船のコンテナ輸送など、現実的な問題への適用も行われ多目的問題における GA の有効性が証明されている。

一方、多目的最適化 GA におけるテスト問題につ

いて見た場合、玉置¹⁾や Deb³⁾を始めとして幾つか提案され多くの文献に引用されている。しかし、これらの多くは連続関数を対象として扱っており、離散的な問題を対象に扱ったものは F.S.Salman²⁾らの提案した多目的ナップザック問題を除いてはあまり存在しない。しかも、離散問題は実際に多目的最適化問題に対して GA を適用する際、最も適用頻度が多いと予想される。

そこで本研究では、単一目的の離散問題の中でも最も代表的な巡回セールスマン問題 (Traveling salesman Problem: 以下, TSP と略) に注目し、TSP における総距離と巡回する都市数を目的関数とした巡回セールスマン問題の多目的化を提案し、

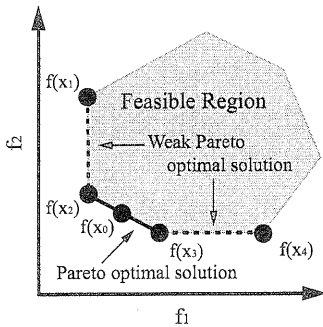


図 1: パレート最適解の概念図

多目的最適化 GA のテスト問題としての有効性について数値実験を通して考察を行う。

2 多目的遺伝的アルゴリズム

2.1 多目的最適化問題

多目的最適化問題 (Multiobjective Optimization Problems, MOPs) とは「複数の互いに競合する目的関数を与えられた制約条件の中で最小化する問題」と定義される。

多目的最適化では「ある目的関数の値を改善するためには、少なくとも他の 1 つ目的関数の値を改悪せざるをえないような解」を求めることになる。このような解集合を多目的最適化ではパレート最適解 (Pareto optimal solution) と呼んでいる。パレート最適解の概念図を図 1 に示す。

2.2 多目的 GA のパレート解生成法

GA は、多点探索を特徴とした進化的アルゴリズムの一種である。そのため GA は、求める解候補が複数存在する多目的最適化問題に向いている。

しかし、単一目的 GA と多目的 GA とでは、以下のような違いがある。

- ・ 個体の評価方法
- ・ 個体の多様性
- ・ 得られた解の評価方法

多目的最適化では、複数の目的関数を考慮して個体を評価する必要があるため従来の単一目的における評価方法では対応できない。そこで、多目的最適化問題へ GA を適用する際には Fonseca らのランキング法が最も一般的である。

3 巡回セールスマン問題の多目的化

TSP は、都市間の距離が与えられる幾つかの都市があり、これらの各都市を一度ずつ訪問するとした場合の巡回路長を最小とする問題である。本研究では、TSP の多目的化について考えた。具体的には、従来からの距離という目的に巡回する都市数という目的を加え、2 目的の問題としての定式

表 1: 京都観光問題の初期データ

番号	観光地	x (m)	y (m)	拝観時間(分)
0	京都駅	0	0	
1	上賀茂神社	-571	9143	15
2	宝ヶ池公園	2143	8952	120
3	府立植物園	333	7619	120
:	略	:	:	:
27	東福寺	1524	-810	90
28	伏見稲荷大社	1095	-1667	60
29	伏見桃山城	1190	-3333	90

化を試みた。すなわち、出来るだけ少ない距離で多くの箇所を訪れることを目的とした問題になる。

また、その対象問題のモデルとして、本研究では実際の京都市内の寺や神社を用いた。これは、現在国内の観光名所として名高い古都「京都」を取り扱うことで、より観光問題としての現実味が増すと考えたためである。ここでは本問題を京都観光問題と呼ぶことにする。

3.1 時間制約付き京都観光問題の定式化

京都観光問題へのアプローチ方法について説明する。以下の 2 つの目的関数を考える。

$$f_1 = \text{Total distance} \quad (1)$$

$$f_2 = 1/(\text{The number of spots}) \quad (2)$$

京都観光問題を解く上で、巡回候補となる観光場所は任意とする。本問題では巡回候補の最大を 30 箇所と設定し、拝観及び移動にかかる時間を総時間として考慮する。

対象問題のモデルとして、実際の京都市内の寺や神社を用いている。さらに、京都市内はほぼ全域基盤の目になっているため、移動する際は直線に進むのではなく、直角に進む。そのため、距離の計算は直線ではなく必ず基盤の目としている。

その際の各寺、神社の配置を実際の地図を元に南北を y 軸、東西を x 軸とした。また、京都駅を原点 (0,0) と設定し、巡回におけるスタート地点およびゴール地点とした。各観光場所の地理的データを表 1 に示す。

総時間の計算は、移動距離 + 拝観時間とした。その際の移動手段は、

- ・ 徒歩のみ
- ・ タクシーを利用する

の 2 種類を想定した (ただし、一区間の移動距離が 1km 未満の場合は必ず徒歩で移動するものとした)。

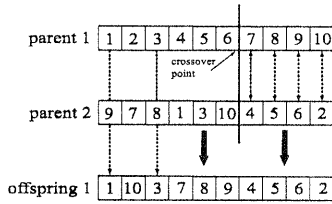


図 2: PMX 法

速度はそれぞれ徒歩=4km/h, タクシー=25km/hの一定として計算した。

なお, 制約を超えた場合は, 制約内に収まるまでランダムに観光場所の数を減らすという動作を繰り返すという方法を用いた。

3.2 京都観光問題の特徴

京都観光問題における主な特徴を以下に示す。

- ・ 訪れる観光場所の数によって, 巡回路が大きく変動する。これは, 本問題における観光場所の配置位置に起因している。
- ・ TSP の特徴でもある, NP-困難な問題であるため, 厳密解の探索が非常に困難な問題である。
- ・ 本問題では, 時間という制約を考慮している。そのため, 制約を変えることにより問題の性質, 難易度を変化させることができる。

4 数値実験

4.1 遺伝子表現

本研究では, 観光場所番号と訪問する順序を直接記述した個体表現を採用する。ただし, 訪れない箇所は 0 として表している。

4.2 GA による解法

一般に GA では, 選択, 交叉, 突然変異という 3 つの遺伝的操作を用いて探索を進めて行く。本研究では, 対象問題が巡回セールスマン問題の多目的化であるため, 各遺伝的操作も SGA と呼ばれるものとは若干異なっている。以下では, 本研究で用いた各手法について簡単に述べる。

4.2.1 選択

選択手法としては, ランキングによるパレート保存選択を用いている。この手法は, 個体の適合度を個体の優越度より求め, その適合度を元に選択を行うものである。

4.2.2 交叉

TSP へ GA を適用した場合の交叉法はさまざま提案されている。本研究では, その中でも最も一般的な交叉法の一つである, 図 2 に示すような PMX (partially matched crossover) 法を用いた。この交叉法の特徴は, 二点交叉を基本として, 順列としての正当性を保持するように工夫されている。

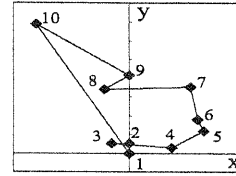


図 3: 10 都市問題の場合の初期個体設定例

4.2.3 突然変異

突然変異はランダムに観光場所を省くという手法を用いた。これは, 3.2 で記述したように, 観光場所の数によって巡回路と訪れるスポットが変化する場合にも対応できるようにするためである。

4.2.4 初期個体の設定

スタート地点から近い距離にある箇所を通る方法で解を求め, その解を初期解とした。通常のランダムに初期解を設定する手法に比べこの手法は, TSP における余分な枝を省き, (NP-困難性の回避策として), より効率的に解を求めることができるものと考えられる。10 都市問題の場合の初期個体設定の例を図 3 に示す。

4.3 適用例題

本研究では, 観光場所の数を 30 と設定した京都観光問題に対して, 多目的 GA の適用を行った。実験で用いた個体数は 100, 500, 1000 個体, 終了世代数は 50, 100, 200, 2000 世代である。

また, 3.1 節で記述したように, 移動手段として, 徒歩のみの場合とタクシーを併用した場合の 2 通りで総時間を計算した。

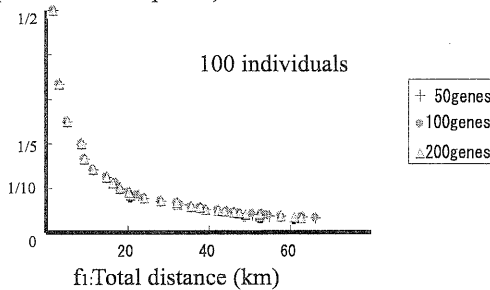
徒歩の場合は制約条件を制限なし, 30 時間未満, 15 時間未満の 3 通りで実験を行った。一方, タクシーを併用した場合は制約条件を制限なし, 20 時間未満, 10 時間未満の 3 通りで実験を行い, 時間の制約によるパレート解の影響を比較検討した。

4.4 実験結果

3.2 節で記述したように, 適用した例題は NP-困難な問題であるため, 厳密解を求めるのは非常に困難である。そのため, 本研究では 1000 個体 2000 世代まで数値実験を行ったが, 500 個体 200 世代でほぼ同じ値が得られた。よって今回は 500 個体 200 世代で得られた解を最適解とした。

500 個体の場合と 100 個体の場合で得られたパレート解を図 4 に示す。なお, 各結果表示における横軸を「総距離」, 縦軸を「1/訪れた観光場所の数」と設定した。また, 図 4 (右) の 500 個体 200 世代で得られた解から 25 箇所と 26 箇所最適解をそれぞれ取り出し, それぞれの実際の巡回路

f2:1/(The number of places)



f2:1/(The number of places)

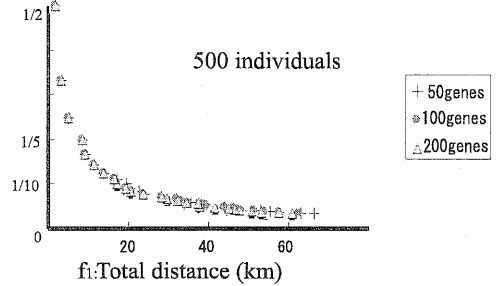


図 4: 100 個体 (左) と 500 個体 (右) の実験結果

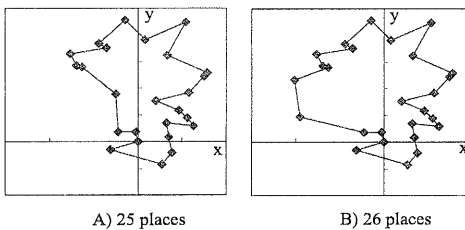


図 5: 25 箇所 (左) と 26 箇所 (右) 訪問時の最適解

表 2: 30 箇所の総距離の比較

個体数	終了世代数	総距離 (km)
100	50	66.3
100	100	66.3
100	200	62.7
500	50	66.3
500	100	62.6
500	200	60.9

を図 5 に示す。また、30 箇所を訪れた場合で得られた値を表 2 に示す。

4.5 考察

以上の数値実験より次のことが言える。

- 1) スタート地点から近い距離にある箇所を巡回して行くように初期個体を設定した。その結果、訪れる観光場所の数が少ない場合は少ない世代数で解が得られた。
- 2) 図 4 より目的関数間の明示的なトレードオフの関係が得られた。
- 3) 図 4 と表 2 より 100 個体を用いた場合よりも 500 個体の場合の方が総距離が短くなっており、同様に 50 世代よりも 200 世代の方が総距離が短くなっているのが分かる。これらの傾向より、個体数と世代数が、ある程度以上ない場合には良好な結果を得ることがで

きないと言える。

- 4) 図 5 より、観光場所の数が 1 つ異なるだけで最適な巡回路が大きく異なるという結果が得られた。そのため、任意数の観光場所を巡る最適巡回路に観光場所を単純に追加、もしくは削減していくだけでは、パレート解集合を求めることはできないと言える。

5 結論

本研究では、多目的最適化における新たな離散テスト問題として TSP を多目的化した京都観光問題を提案し、数値計算例を通じてテスト問題としての有効性の検証を行った。その結果、提案した京都観光問題はテスト問題としての難易度を十分に持っていることが確認できた。また、巡回する観光場所の数によって最適な巡回路が大きく異なるため、求めるパレート解集合が非常に多様であるという特徴を持っていることも分かった。さらに、対象とする地理的データとして実在する京都の寺院や神社などを用いることにより、問題として非常に分かりやすくかつ面白味のある問題とすることができた。

参考文献

- 1) 玉置, 森, 荒木, 遺伝的アルゴリズムを用いたパレート最適解集合の生成法, 計測自動制御学会論文集, Vol.31, No.8, pp.1185-1192,1995
- 2) F.S.Salman, et al, Cooperative Strategies for Solving the Bicriteria Sparse Multiple Knapsack Problem, Technical Rep. RC21059, IBM T.J.Watson Research Center,1997
- 3) K.Deb, Multi-Objective Genetic Algorithms:Problem Difficulties and Construction of Test Problems, Technical Rep. CI-49/98, Dortmund: Dept. of Comp. Science/LS11, Univ. of Dortmund, Germany,1998