

微分進化法における連続世代モデルの提案と 分散分析による評価

田川 聖治[†]

[†] 近畿大学理工学

微分進化法 (DE: Differential Evolution) は、関数最適化問題を対象とした進化的計算の一種である。進化的計算における集団の更新方法は世代モデルと呼ばれ、離散世代モデルと連続世代モデルに大別される。遺伝的アルゴリズムには両タイプの世代モデルが存在するが、既存の DE は離散世代モデルのみである。本稿では、新たに連続世代モデルに基づく DE を提案している。連続世代モデルによれば、様々な生存選択法を DE に導入することが容易となる。そこで、連続世代モデルの DE に対して、2 種類の生存選択法を示している。最後に、分散分析による DE の性能の評価方法を考案し、世代モデル、集団サイズ、および、戦略の 3 因子が DE の処理時間と解の質に及ぼす効果を統計的に解析している。

Continuous Generation Models of Differential Evolution and an Evaluation Using Analysis of Variance

Kiyoharu Tagawa[†]

[†] School of Science and Engineering, Kinki University

Differential Evolution (DE) is an Evolutionary Computation (EC) for solving function optimization problems in continuous search space. In order to renew the population in EC, there are two generation models. The first is discrete generation model, and the second is continuous generation model. Actually, Genetic Algorithms (GAs) employ either of two types of generation models. However, every DE currently uses only discrete generation model. In this paper, a DE based on continuous generation model is proposed. If continuous generation model is employed, it becomes easy to introduce various survival selection methods into DE. Therefore, two types of survival selection methods are contrived for the proposed DE. Finally, by using the technique of analysis of variance, the effects of three factors, namely, the generation model, the population size and the strategy of DE, on the processing time of DE and the quality of solutions are assessed.

1 はじめに

世代モデルとは進化的計算における集団の更新方法であり、離散世代モデルと連続世代モデルに大別される¹⁾。離散世代モデルによる進化的計算では、現世代と次世代の二つの集団を保持し、現世代の集団を次世代の集団によって一斉に置き換える。一方、連続世代モデルでは、集団は一つであり、集団内の個体を徐々に入れ替える。ここで、遺伝的アルゴリズム (GA: Genetic Algorithm) には両タイプの世代モデルが存在する²⁾。しかし、既存の微分進化法 (DE: Differential Evolution) には離散世代モデルしか存在しない^{3, 4)}。

本稿では、連続世代モデルに基づく DE を提案

する。連続世代モデルによれば、集団のメモリを節約できるほか、新たに得られた優れた個体を即座に次世代の個体の生成に利用できる。また、離散世代モデルによる既存の DE で次世代の個体を選ぶ生存選択は、親子間のトーナメント選択に限られている^{3, 4)}。しかし、連続世代モデルの DE では、集団内の全個体から除く個体を選ぶなど、様々な生存選択法が容易に導入できる。そこで、提案する連続世代モデルの DE では、親子選択と最悪選択の 2 種類の生存選択法を採用している。

つぎに、連続世代モデルの DE について、対象とする最適化問題や制御パラメータに依存しない本質的な特性を、分散分析⁵⁾を用いて統計的に解

析する。すなわち、世代モデル、戦略、集団サイズの三つを母数因子とし、DEの確率的な挙動を誤差因子として、各因子がDEの処理時間と解の質に及ぼす主効果や、因子間の交互作用の有無を検証する。さらに、各水準の母平均を推定し、連続世代モデルの最悪選択がDEの処理時間を大幅に短縮することや、世代モデルと戦略の交互作用が得られる解の質を左右することを示す。

2 微分進化法

2.1 解表現と集団構造

関数最適化問題は式(1)のように定式化される。

$$\begin{cases} \text{minimize} & f(\mathbf{x}) = f(x_1, \dots, x_n) \\ \text{sub. to} & \underline{x}_j \leq x_j \leq \bar{x}_j, j = 1, \dots, n \end{cases} \quad (1)$$

DEの集団は式(1)の最適化問題に対する解候補(個体)の配列である。集団サイズを N_P とし、世代 g の集団の i 番目の個体 $\mathbf{x}_{i,g}$ ($i = 1, \dots, N_P$)を、式(2)の n 次元実数ベクトルで表現する。

$$\mathbf{x}_{i,g} = (x_{1,i,g}, \dots, x_{j,i,g}, \dots, x_{n,i,g}) \quad (2)$$

2.2 処理手順

既存のDEの処理手順を以下に示す^{3, 4)}。現世代の集団 $\mathbf{x}_{i,g}$ と次世代の集団 $\mathbf{x}_{i,g+1}$ ($i = 1, \dots, N_P$)が存在することから、離散世代モデルである。

[既存のDE]

- 手順1 初期集団 $\mathbf{x}_{i,g}$ ($i = 1, \dots, N_P$)をランダムに生成し、 $g := 0$ とする。
- 手順2 $i = 1, \dots, N_P$ について、以下の手順3と手順4を繰り返し実行する。
- 手順3 所定の戦略に基づき、変異ベクトル \mathbf{v} を生成し、変異ベクトル \mathbf{v} と目標ベクトル $\mathbf{x}_{i,g}$ の交叉により、試行ベクトル \mathbf{u} を生成する。
- 手順4 $f(\mathbf{u}) < f(\mathbf{x}_{i,g})$ ならば $\mathbf{x}_{i,g+1} := \mathbf{u}$ とする。そうでなければ、 $\mathbf{x}_{i,g+1} := \mathbf{x}_{i,g}$ とする。
- 手順5 $\mathbf{x}_{i,g} := \mathbf{x}_{i,g+1}$ ($i = 1, \dots, N_P$)とする。
- 手順6 $g := g + 1$ とする。
- 手順7 終了条件を満たせば、最良の $\mathbf{x}_{i,g}$ を出力して終わる。そうでなければ、手順2に戻る。

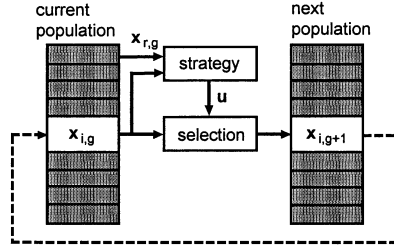


Fig. 1 離散世代モデルによるDE

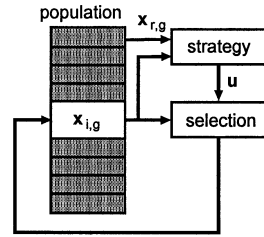


Fig. 2 連続世代モデルによるDE

3 連続世代モデル

離散世代モデルによるDEの概念図をFig. 1に示し、提案する連続世代モデルによるDEの概念図をFig. 2に示す。連続世代モデルによるDEでは、現世代の集団と次世代の集団を統合することで、単にメモリを節約できるだけでなく、新たに得られた優れた個体を即座に次世代の個体の生成に利用できる。さらに、連続世代モデルによれば、様々な生存選択法をDEに導入することが容易となる。そこで、2種類の生存選択法を採用する。

まず、親子選択によるDEでは、既存のDEと同様、試行ベクトル \mathbf{u} とその親の目標ベクトル $\mathbf{x}_{i,g}$ を比較し、 \mathbf{u} が勝れば $\mathbf{x}_{i,g}$ を \mathbf{u} で書き替える。

[親子選択によるDE]

- 手順1 初期集団 $\mathbf{x}_{i,g}$ ($i = 1, \dots, N_P$)をランダムに生成し、 $g := 0$ とする。
- 手順2 $i = 1, \dots, N_P$ について、以下の手順3と手順4を繰り返し実行する。
- 手順3 所定の戦略に基づき、変異ベクトル \mathbf{v} を生成し、変異ベクトル \mathbf{v} と目標ベクトル $\mathbf{x}_{i,g}$ の交叉により、試行ベクトル \mathbf{u} を生成する。

手順4 $f(u) < f(x_{i,g})$ ならば $x_{i,g} := u$ とする。

手順5 $g := g + 1$ とする。

手順6 終了条件を満たせば、最良の $x_{i,g}$ を出力して終わる。そうでなければ、手順2に戻る。

つぎに、連続世代モデルの最悪選択による DE では、試行ベクトル u を集団内で最悪の個体 w と比較し、 u が勝れば w を u で置き換える。

〔最悪選択による DE〕

手順1 初期集団 $x_{i,g}$ ($i = 1, \dots, N_P$) をランダムに生成し、 $g := 0$ とする。

手順2 $i = 1, \dots, N_P$ について、以下の手順3から手順5を繰り返し実行する。

手順3 所定の戦略に基づき、変異ベクトル v を生成し、変異ベクトル v と目標ベクトル $x_{i,g}$ の交叉により、試行ベクトル u を生成する。

手順4 集団内で最悪の個体 w を求める。

手順5 $f(u) < f(w)$ ならば $w := u$ とする。

手順6 $g := g + 1$ とする。

手順7 終了条件を満たせば、最良の $x_{i,g}$ を出力して終わる。そうでなければ、手順2に戻る。

4 分散分析

4.1 テスト問題

以下の特徴的な4問を選び対象とする。

- Sphere 関数: $f_1(x)$ は単峰性で変数間に依存関係がない。最適解と最小値は $f_1(0) = 0$ 。

$$\left[\begin{array}{l} f_1(x) = \sum_{j=1}^{10} x_j^2 \\ -100 \leq x_j \leq 100, j = 1, \dots, 10 \end{array} \right.$$

- Ridge 関数: $f_2(x)$ は単峰性で変数間に依存関係がある。最適解と最小値は $f_2(0) = 0$ 。

$$\left[\begin{array}{l} f_2(x) = \sum_{j=1}^{10} \left(\sum_{k=1}^j x_k \right)^2 \\ -64 \leq x_j \leq 64, j = 1, \dots, 10 \end{array} \right.$$

- Rastrigin 関数: $f_3(x)$ は多峰性で変数間に依存関係がない。最適解と最小値は $f_3(0) = 0$ 。

$$\left[\begin{array}{l} f_3(x) = \sum_{j=1}^{10} (x_j^2 - 10 \cos(2\pi x_j) + 1) \\ -5.12 \leq x_j \leq 5.12, j = 1, \dots, 10 \end{array} \right.$$

- Griewank 関数: $f_4(x)$ は多峰性で変数間に依存関係がある。最適解と最小値は $f_4(0) = 0$ 。

$$\left[\begin{array}{l} f_4(x) = 1 + \sum_{j=1}^{10} \frac{x_j^2}{4000} \\ \quad + \prod_{j=1}^{10} \left(\cos\left(\frac{x_j}{\sqrt{j}}\right) \right) \\ -512 \leq x_j \leq 512, j = 1, \dots, 10 \end{array} \right.$$

4.2 分析方法

完全無作為化法による3因子実験⁵⁾により、連続世代モデルによる DE の特性を解析する。

まず、母数因子は世代モデル、戦略、集団サイズとする。世代モデル A は3水準 A_a ($a = 1, 2, 3$) であり、 A_1 は離散世代モデル、 A_2 は連続世代モデルの親子選択、 A_3 は連続世代モデルの最悪選択とする。戦略 B は4水準 B_b ($b = 1, \dots, 4$) であり、 B_1 は「DE/rand/1/exp」、 B_2 は「DE/rand/1/bin」、 B_3 は「DE/best/1/exp」、 B_4 は「DE/best/1/bin」とする。集団サイズ H は3水準 H_h ($h = 1, 2, 3$) であり、文献3)の推奨値を考慮し、 H_1 は $N_P = 100$ 、 H_2 は $N_P = 80$ 、 H_3 は $N_P = 60$ とする。

誤差因子としては、確率的な DE の挙動のほか、スケール係数 F_S と交叉率 C_R の影響を考える。すなわち、 F_S と C_R は文献3)の推奨値の範囲から、DE の試行回ごとにランダムに決定する。

特性値は DE の処理時間と解の質(最良解の目的関数値)とする。ただし、対象とする問題に依存しない DE の本質的な特性を評価するため、前述の4種類のテスト問題ごと20個のデータを測定し、標準化した後、平均化して特性値とする。

4.3 処理時間の分析結果

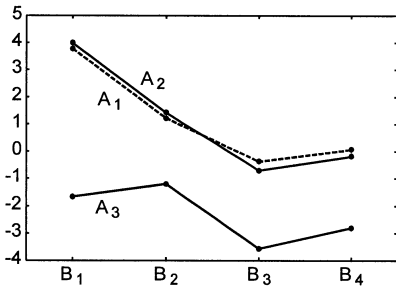
DE の処理時間に関する分散分析表を Table 1 に示す。Table 1 において、世代モデル A 、戦略 B 、集団サイズ H の F 値は大きく、各因子の主効果は危険率が 0.1[%] でも有意である。したがって、こ

Table 1 分散分析表 (処理時間)

factor	S	ϕ	V	F
A	1917.685	2	958.842	431.424
B	1385.860	3	461.953	207.852
H	867.970	2	433.985	195.268
$A \times B$	247.425	6	41.237	18.554
$A \times H$	120.251	4	30.062	13.526
$B \times H$	94.578	6	15.763	7.092
$A \times B \times H$	63.050	12	5.254	2.364
e	1520.192	684	2.222	
Total	6217.011	719		

Table 2 分散分析表 (解の質)

factor	S	ϕ	V	F
A	207.323	2	103.661	29.149
B	279.606	3	93.202	26.208
H	49.157	2	24.578	6.911
$A \times B$	723.027	6	120.504	33.885
$A \times H$	38.921	4	9.730	2.736
$B \times H$	29.427	6	4.904	1.379
$A \times B \times H$	86.574	12	7.214	2.028
e	2432.431	684	3.556	
total	3846.466	719		

Fig. 3 要因 $A \times B$ の母平均 (処理時間)

これらの因子が DE の処理時間に影響することは間違いない。一方、3 因子交互作用 $A \times B \times H$ の F 値は小さく、その帰無仮説は棄却できない。

Table 1 から、2 因子交互作用 $A \times B$ と $A \times H$ は危険率 0.1[%] で有意であり、世代モデルと戦略、および、世代モデルと集団サイズには、DE の処理時間に対して相乗や相殺の効果がある。そこで、 $A \times B$ の各水準の組合せについて母平均の点推定 (特性値の平均) を Fig. 3 に示す。ただし、特性値は標準化しているため、全体の平均値は 0 であり、小さいほど DE の処理時間が短く優れている。

Fig. 3 から、世代モデルの水準 A_3 は、何れの戦略と組合せても DE の処理時間が最も短く、ほかの水準の半分以下である。一方、水準 A_1 と水準 A_2 の処理時間に大差は見られない。また、何れの世代モデルも、複製選択で最良の個体を選ぶ戦略 B_3 , B_4 と組合せると、処理時間が短縮する。さらに、処理時間の最適水準は $A_3 \times B_3$ である。

4.4 解の質の分析結果

解の質に関する分散分析表を Table 2 に示す。Table 2 の F 値から、危険率を 0.1[%] として有意な要因は、世代モデル A と戦略 B の主効果と、2 因子交互作用 $A \times B$ の効果のみである。そこで、Fig. 3 と同様に、 $A \times B$ の各水準の組合せについて母平均の点推定を行った。その結果、最も良い解が求まる最適水準は $A_2 \times B_1$ であるが、最悪の水準 $A_3 \times B_3$ を除き、水準 $A_a \times B_b$ の違いによる解の質の差は小さいことが明らかとなった。

参考文献

- 1) 北野宏明：遺伝的アルゴリズム，産業図書，1993。
- 2) G. Syswerda: "A study of reproduction in generational and steady-state genetic algorithms," *Foundations of Genetic Algorithms*, pp. 94–101, 1991.
- 3) R. Storn and K. Price: "Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous space," *Journal of Global Optimization*, Vol. 11, pp. 341–359, 1997.
- 4) K. V. Price and R. M. Storn and J. A. Lampinen: *Differential Evolution – A Practical Approach to Global Optimization*, Springer, 2005.
- 5) 安藤貞一，田坂誠男：実験計画法入門，日科技連，1986。