アルゴリズム 37−2
(1994. 1. 25)

茨大型ライフゲーム

加納幹雄
佐々木哲也　藤田宏明　星　誠司
茨城大学 工学部 情報工学科

ライフゲーム (Life game) は平面を格子に分割し、この格子のいくつかに石を置き、これを決まった規則で次々に変化させ、その生物の生死を連想させる石の配置の変化を楽しむゲームである。ここではこれを次のように3つの観点から一般化する。これにより元のライフゲームとはかなり違う動きをする興味深い新しいライフゲームがいくつか見つかった。(*i*) 平面は合同な3、5、6角形に分割することもできる。これらの分割においても同様なゲームができる。(*ii*) 4角形の格子分割においても、また他の分割においても、各セルにおいてこれに隣接するセルにはいくつか接し方がある。接し方によって異なる影響を与えるとしてセルの受ける影響を評価する。(*iii*) ある、ないの2状態から、ない、子、親の3状態があるとしてゲームのルールを定める。

Life game of Ibadai type

Mikio KANO
Tetsuya SASAKI　Hiroaki FUJITA　and　Seiji HOSHI
Department of Computer and Information Sciences
Faculty of Engineering
Ibaraki University
Hitachi 316 Japan

Life game can be generalized by combining the following three new ways: (*i*) The plane can be partitioned into not only squares but also triangles, quadrilaterals, pentagons and hexagons. We play new life games on these partitions. (*ii*) Suppose that the plane is partitioned into n-gons. Then we call each n-gon a cell. For every cell C, some cells D touch C in several ways. So we estimate influence upon C from the touching cells under the assumption that the infuence of D depends on how to touch C. These new estimation give us new life games. (*iii*) In life game, at any time each cell is live or dead. Instead of this, we consider that in new life games, at any time each cell is child, adult or dead.

By combining these three new idea, we can define a lot of new life games, which are called *Life games of Ibadai type.* We found some interesting life games of Ibadai type.

1　茨大型ライフゲーム

ライフゲームは良く知られたゲームであるが、簡単にこれを紹介する。まず図1のように無限に広がった格子のいくつかのセル(枡目)にかってに石を置き、これを初期状態として次に述べるルールでこれを次々に変えて行く。ライフゲームはこの状態の変化を楽しむゲームである。そしてこの変化の様子が生物の生存、死滅を連想させることからライフゲームと名付けられた。まず各セルの周りの8つのセルにある石の数を数える(図1)。そして

- 石のあるセルに対しては、周りに2個または3個石があればそのまま生き残り、これ以外では死んでなくなる。
- 石のないセルに対しては、周りに3個石があるときに限りこのセルに新しく石が生まれ、これ以外ではないままである。

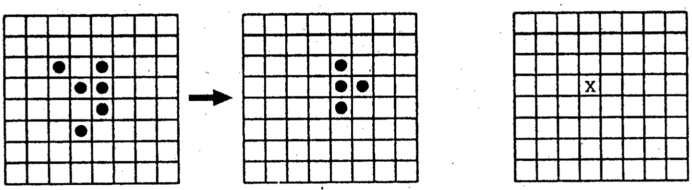


図 1: ライフゲームの例　と　セル x の周りの8個のセル

最初の状態を与えると、以降は上のルールに従って自動的に状態が次々に変化して行く。多くの場合、数十回から数百回程度状態を変化させると安定状態となり、状態が全く変化しないか又は2つの状態を交互にとることになる。しかし、どのような状態になって安定するか、また何回程度で安定するかを最初の状態とか途中の状態から推測することはほとんど不可能である。簡単なルールにもかかわらず複雑で奥の深いゲームである。

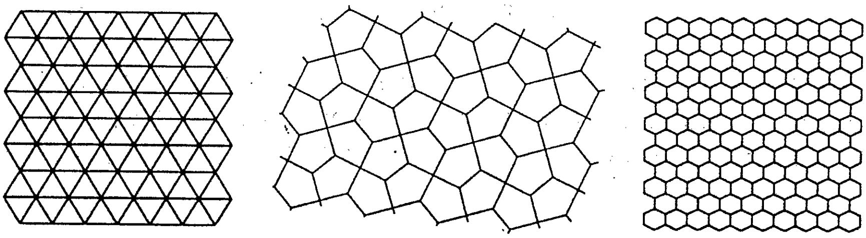
なお、石の生存と誕生に関する条件は、この他にもいろいろ考えられるが、実際に試してみるとこの他の条件では面白くないことがすぐに確認できる。つまり、他の条件では、急激に石の数が増えたり、逆に死滅したり、またすぐに安定状態になったりする。上の条件の元でだけ石の集団は実に複雑な動きをする。ライフゲームの詳細については [1] を参照して欲しい。

さてこのライフゲームは次のように4つの方法で変形、一般化することができる。

(1)　平面は4角形だけでなく、合同な3角形、5角形、6角形に分割することもできる(図2)。また分割の方法は各多角形に対して多種ある。この各分割に対して、いくつかの多角形に石を置き同様なルールでゲームができる。

(2)　平面が元のライフゲームのように正方形で分割されているとする。各セル x に対して、x の周りには8個のセルが接しているが、辺を共有して接しているものが4個、点だけで接しているものが4個ある。これらのセルの x に対する影響は、辺で接するものと点で接するものとでは異なる、と考えることも自然である。つまり、平面の多角形による分割が与えられたとき、各セル x に対して、x との接し方を $a(1), a(2), \ldots, a(k)$ とするとき、$a(i)$ の接し方をするセルにある石の数を n_i で表わす。そして k 個の変数からなる関数 $f(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ と実数の集合 I と J を考え、石の生存と誕生に関するルールを次のように決める。

- セル x に石があるときには、$f(n_1, n_2, \ldots, n_k) \in I$ のときに限りセル x には石がそのまま残り、その他のときには無くなる。



三角形　　五角形　　六角形

図 2: 平面の 3 角形、5 角形、6 角形分割の例

- セル x に石がないときには、$f(n_1, n_2, \ldots, n_k) \in J$ のときに限りセル x に新しく石が生まれ、その他のときには無いままである。

元のライフゲームでは、

$$a(1) := \text{辺で接する} \qquad a(2) := \text{点で接する}$$

と 2 つの接し方があり、関数 f および集合 I, J は

$$f(x_1, x_2) := x_1 + x_2, \qquad I := \{2, 3\}, \qquad J := \{3\}$$

である。

一般には関数値は実数であるが、ここでは整数係数の 1 次関数だけを扱う。そして集合 I, J も共に連続した整数の集合の場合だけを考え、このような制限の元で良いルールを捜す。制限を緩くしてもっと多種類のゲームを考察の対象に入れることは今後の問題である。

(3)　元のライフゲームでは各セルに対して、石がある、ないの 2 つの状態が考えられていたが、これを

ない、　子供（状態A）、　成人＝親（状態B）

の 3 つの状態に拡張する。もちろんこの時には、接し方の他に、セルに子供がいるか、成人がいるによって与える影響が違ってくる。一般的なルールは複雑になるので、詳細についてはこのゲームの例を扱う 4 節で述べる。

(4)　ここでは例を述べないが、次のような方向への拡張も考えられる。セル x に対して、x に接するセルだけでなく、たとえば x からの距離が 2 のセルも x に影響を与えるとすることもできる。一般には距離がある定数以下のセルすべてから影響が来ると想定することになる。このような拡張はたとえば、平面を正 6 角形に分割したときは意味があると思われる。

このような 4 つの変形、拡張およびこれらの組み合わせによって定義されるライフゲームを茨大型ライフゲーム (Life Game of Ibadai type) と名付ける。2 節以降では、具体的な 3 つの分割に対して調べた結果を述べる。元のライフゲームとは動きの違う、つまり石の変化の状況がもっと複雑なものとか、変化の動きがかなり違うものもあり新型ライフゲームと呼んでもよいものも見つかっている。また生物の生存、死滅と言ったものから離れ、単に模様の変化を楽しむと言う観点からみてもおもしろいものが見つかっている。これは別の機会に報告するが、今後はこちらの方がより重要というか、意味があるかも知れない。

最後にお願いがあります。茨大型ライフゲームには非常に多くの、ほとんど無数と言ってよほど多種類のゲームがあります。

興味ある人は、これはと思うものをぜひ調べて下さい。そして、もし運良くいい動き、変化をするゲームが見つかれば、そのルール、おもしろい例、発見者などをお知らせ下さい。こちらで登録、管理したいと思います。

計算速度を上げる1方法　一般に空白のセルが非常に多いので、ルール通りに各セル x に対して x の周りの石の数を数えるのではなく、石のあるセル y に対して、y の周りのセルに y の影響分だけ数値を与える。そしてすべての石に対してこの処理が終わってから生存、誕生を判別する。この方が計算スピードが2倍以上早くなることが多い。

2　重み付き正方形分割ライフゲーム

ここでは、元のライフゲームと同様、平面を図1のように正方形で分割する。このとき、各セルに対して、周囲のセルは辺で接しているセル $a(1)$ と、点で接しているセル $a(2)$ の2種類があり、関数は $f(x) := 2x_1 + x_2$、つまり辺で接しているセルは、点で接しているセルの2倍の影響を与える場合を考える。

2.1　$f(x_1, x_2) := 2x_1 + x_2$　　$I := \{2, 3\}, J := \{4, 5\}$

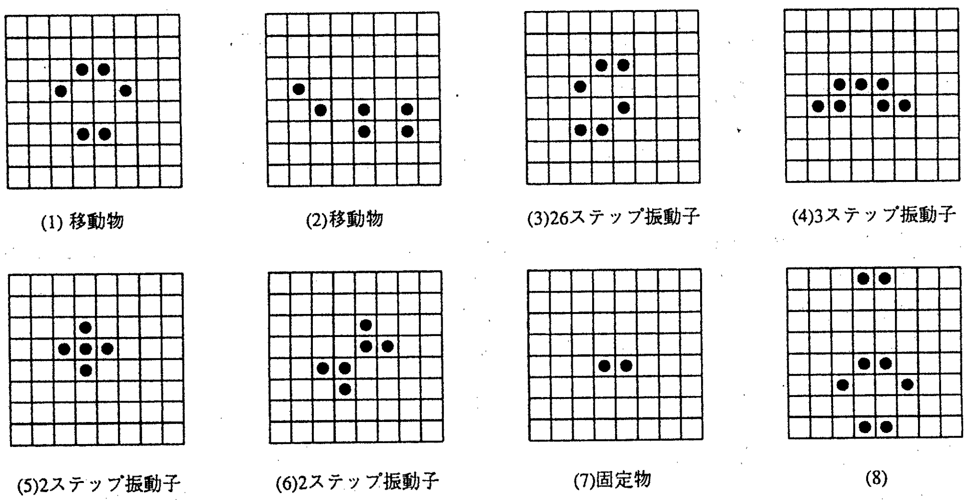


図 3: パターンの例

このルールでは、固定物の種類が少ないので、最終的な形は2から3周期のパターンが多く存在する。そのため、振動した状態で安定状態となることが多い。

安定しないときもあり、このときにゆっくりと石の数は増えていく。

面白い例としては、図3の (8) のように (7) の固定物と (1) の移動物を置くと、移動物が上に進み、固定物にぶつかる。そして、約20回の変化後、再び移動物が現れ下へ進む。また、(8) において、移動物と固定物の距離を1つずらすと、約70回の変化後、すりぬけるように移動物が現れ上へ進む。移動物が現れた後も、残された石で展開が進み、始めから約940ステップで安定する。

2.2　$f(x_1, x_2) := 2x_1 + x_2$　　$I := \{3, 4, 5, 6\}, J := \{4\}$

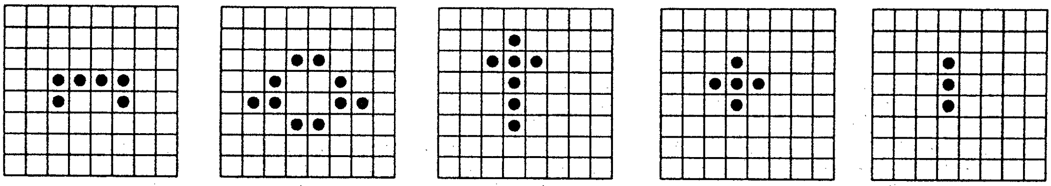


図 4: パターンの例

このルールでは、前のルールに比べ、生き残る変数の数が多いので、石の集まりの中心部は固定され、その周囲だけで展開が続く。そのため、大きい固定部分が存在することが特徴である。また、固定した部分の周囲の数個のみが振動するものもあり、固定物、振動子の種類は無数にある。

元のライフゲームのように「シュシュポッポ列車」が存在し、石の数が4のブロックを生成しながら移動していくので、このときは無限増殖していく。

3 三角形分割ライフゲーム

ここでは、平面を合同な正三角形に分割した場合について考える。この場合、各セルは12個のセルと隣接することになるが、その接し方は、

- $a(1)$:=セル x と辺で接する
- $a(2)$:=セル x とは点で接するが、$a(1)$ のセルとは辺で接する
- $a(3)$:=セル x、$a(1)$ のセルとも点で接する

の3通りである。

以下に、この三角形分割ライフゲームで見つかった面白そうなルールと、それがどのような動きをするかについて、具体的に述べる。

3.1 $f(x_1, x_2, x_3) := 3x_1 + 2x_2 + x_3$, $I := \{4, 5, 6, 7\}$, $J := \{4\}$ のとき

このルールでは、ランダムな初期状態は、ほとんどすぐに小さな固定物になって安定する。活動的な部分があっても、やがてはいくつかの固定物になって安定するので、一般的に収束はとても速い。ところが増殖パターンも存在する。このパターンは単独で無限増殖することができ、その様子は結晶の成長を見ているようである。ほとんどの小さなパターンが安定に向かうこのルールにおいて、この増殖パターンだけが成長できる点が興味深い。他には、3ピクセルの小さなパターンが移動物となっている点も興味深い(図5)。

3.2 $f(x_1, x_2, x_3) := 3x_1 + 2x_2 + x_3$, $I := \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $J := \{7, 8\}$ のとき

このルールでは、ランダムな初期状態はすぐに収束してゆき、やがて固定物1が多く発生する。また、その他の活動的な部分のほとんどから移動物1が生まれる。移動物1を生んだ活動的な部分は、急速に活力を失い、消滅するか固定物になる。その結果、かなり早い時刻で固定物1と移動物1が散りばめられた安定な世界となってしまう(たまに、振動子1やシュシュポッポ列車も発生する)。この後の変化は、移動物(シュシュポッポ列車を含む)と他の物体との衝突によって引き起こされるしかないが、その衝突によって新たに活動的な部分が生まれることは稀である(図6)。

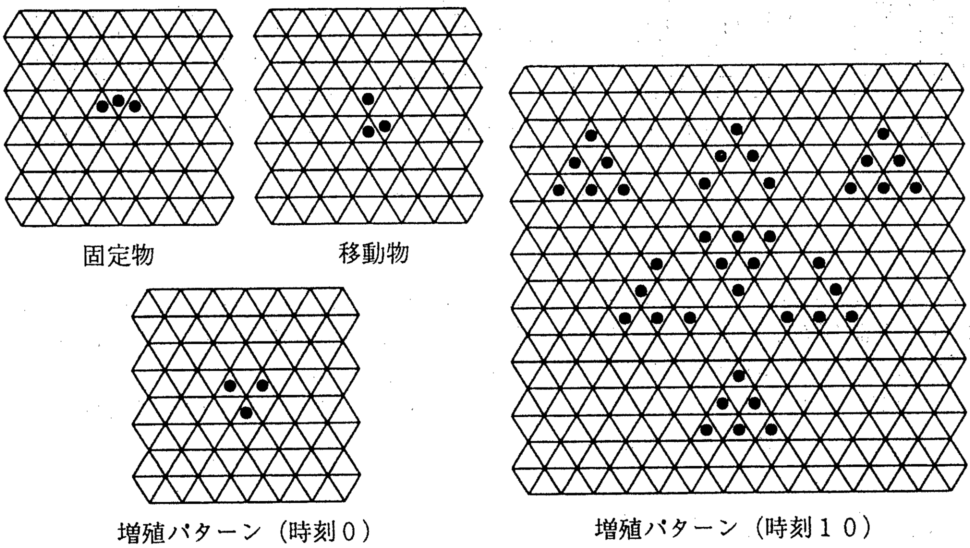


図 5: よく発生するパターン

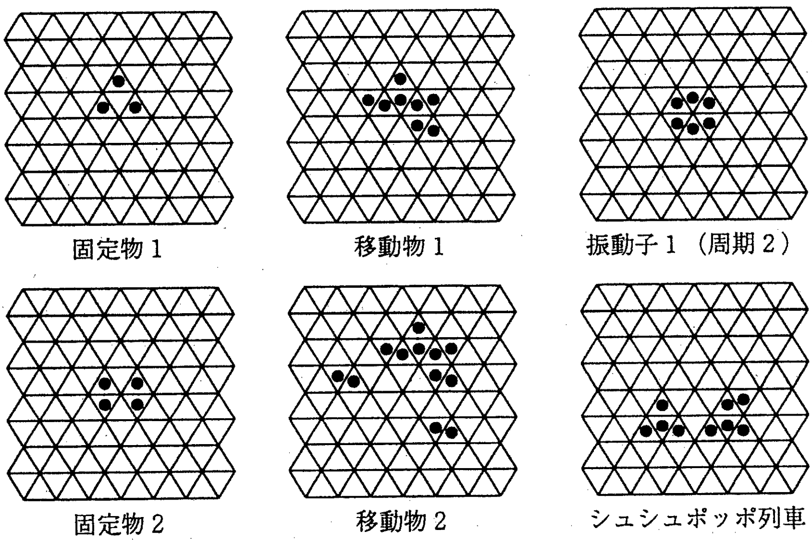


図 6: よく発生するパターン

4 正六角形分割による三状態ライフゲーム

4.1 三状態のライフゲームにした理由

まず、正六角形分割による二状態ライフゲーム（石がある、ない）について述べる。セルの接し方は一通りだから、$f(x_1) = x_1$となる。また石の集団が移動したり無限に増加したりする可能性をもたせるためには、$I \ni 2$としなければならない。また石があるとき、生存条件をもっとも厳しくするためには、$J := \{a\}$とすればよい。しかし、$I = \{2\}, J = \{2\}$のもとで、多くの場合は石の集団無限に増殖を続け、動きも鈍い。よって面白いものはない。

以下3つの状態、「ない」、「子供」、「大人＝親」、のある場合について述べる。このときには一般に次のようにルールが定められる。接する状態を$a_1, a_2 \cdots a_i$とし、セルxに対し、xとa_iの状態で接する子供の数をn_i、大人の数をm_iとする。もっとも一般には3つの$2n$変数の関数$f(x_1, y_1, x_2, y_2, \cdots x_k, y_k)$、$g(x_1, y_1, x_2, y_2, \cdots x_k, y_k)$、$h(x_1, y_1, x_2, y_2, \cdots x_k, y_k)$と4つの実数集合、$I, J, K, L$, を考え、

- xに何もないとき：もし$f(n_1, m_1, n_2, m_2, \cdots n_k, m_k) \in I$なら子供が生まれ、その他のときはないま
- xに子供がいるとき、：もし$g(n_1, m_1, n_2, m_2, \cdots n_k, m_k) \in J$なら子供のまま、$g(n_1, m_1, n_2, m_2, \cdots n_k, m_k) \in K$なら親になり，その他のときは死滅する。
- xに大人がいるとき、もし$h(n_1, m_1, n_2, m_2, \cdots n_k, m_k) \in L$なら大人のまま、その他では死滅する。

六角形分割では接し方が一通りなので上の3つの関数が$f(x_1, y_1)$、$g(x_1, y_1)$、$h(x_1, y_1)$となる。また3つの関数は整数係数で、集合I, J, K, Lは連続な整数の集合の場合だけを考える。面白い動きをするものを次に述べる。

4.2 ルール1

- $f(x_1, y_1) := x_1 + 2y_1,\qquad I := \{4\}$
- $g(x_1, y_1) := f(x_1, y_1),\qquad J := \{\}, K := \{4, 5, 6, 7\}$
- $h(x_1, y_1) := f(x_1, y_1),\qquad L := \{4, 5, 6, 7\}$

このルールは他のものに比較して収束がやや速く収束し終った状態ではほとんどの場合何も残らない。しかし非常に長い周期で安定しているものや移動しているものが存在している。（図8）

4.3 ルール2

- $f(x_1, y_1) := 2y_1,\qquad I := \{4\}$
- $g(x_1, y_1) := x_1 + 2y_1,\qquad J := \{3, 4\}, K := \{5, 6, 7\}$
- $h(x_1, y_1) := g(x_1, y_1),\qquad L := \{4, 5, 6, 7\}$

このルールは収束がやや遅めであり、固定物が存在するので収束した状態はたいてい何か残っている。ある程度集団が大きいと長生きする場合が多く、親の動きが少ないので面白い動きをする。（図9）

参考文献

[1] W. パウンドストーン著 （有澤 誠 訳）「ライフゲイムの宇宙」、日本評論社 (1990)

● 状態1:子供　　● 状態2:大人(親)

図 7:

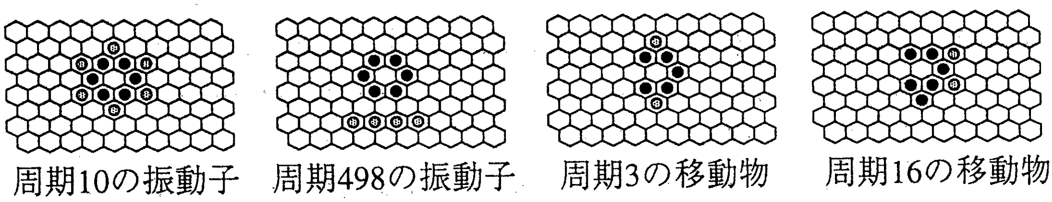


図 8: ルール 1 における代表的な図形

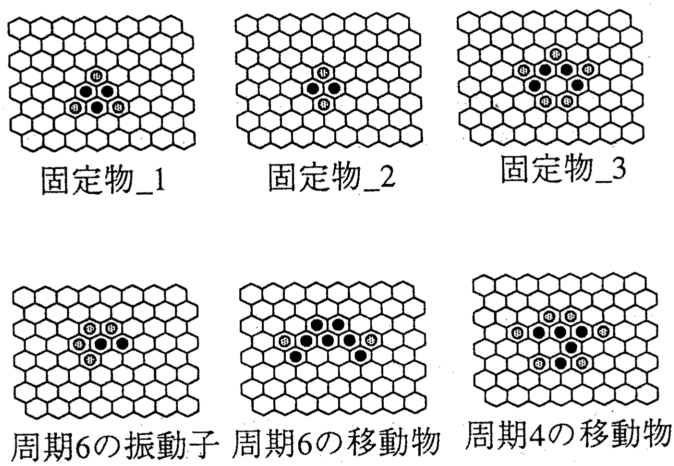


図 9: ルール 2 における代表的な図形