計算機向きの様相論理の証明手続き

沢村 一　　前田 隆
富士通国際情報研　　北海道大学工学部

1. はじめに

計算機科学における論理学の中心的役割は対象を的確に表現できる表現能力豊かな言語と必要とされる推論機構を提供することにある（すなわち，公理的方法）． この目的に対して，これまで外延的論理（extensional logic）が主として適用されてきたが，最近内包的論理（intensional logic）あるいは様相論理（modal logic）［1，2，3］の急速な発展と共にそれらの有用性が認識され計算機科学における諸対象に対して適用されてきた［4，5］． 特に，計算言語学では Hobbs & Rosenschein［6］，Schwind［7，8］など，プログラムの検証論では，Burstall［9］，Manna & Pnueli［10］，Pratt［11，12］，Kröger［13］などを上げることができる． これらの分野での対象は自然言語文であり，またプログラムであるがこれらはこれまで絶対物として静的にとらえられてきた． しかしながら，自然言語文の意味は状況などによっていろいろ変わりうるであろうし，プログラムおよびその表明式もプログラムの実行を抜きにしては語れない対象である． したがって，これらの対象とかそれに関連する表明式の真理性の状況依存性，時間依存性などを陽に考慮することは（言い換えれば，それらを動的な対象とみなすことは）単にその方がより自然であるというばかりでなく，それらが本来もっている構造をさらに明確にし，対象のより深い分析を可能にする

様相論理のこのような意義にも拘らずこれまで様相論理の計算機処理に適した証明手続きについては二三の研究［14，15，16］を除いてあまり行なわれていない． 本稿では，命題様相論理ではあるが，極めて計算機処理に向いていると考えられる機械的証明法について述べる．

2. 様相論理体系 S4

体系 L-S4について述べる前に通常の様相論理の体系 S4［1，2，3］，その Gentzen 型の公理系［3］について触れておく．

2.1 言語

2.1.1 記号

1) 命題変数：P，Q，R，・・・（必要に応じて添字をつける），
2) 論理記号：¬，∧，□，
3) 補助記号：（，）．

2.1.2 論理式

1) 命題変数は論理式である，
2) A が論理式なら ¬A，□A は論理式である，
3) A と B が論理式なら（A ∧ B）は論理式である，
4) 1)－3)によって構成されたもののみが論理式である．

2.1.3 定義された記号： $\vee, \supset, \equiv, \Diamond, \prec$

$(A \vee B) = \neg(\neg A \wedge \neg B)$,
$(A \supset B) = \neg(A \wedge \neg B)$,
$(A \equiv B) = (A \supset B) \wedge (B \supset A)$,
$\Diamond A = \neg \Box \neg A$,
$(A \prec B) = \Box(A \supset B)$.

2.1.4 S4のHilbert型の公理系

公理： $(A \vee A) \supset A$, $A \supset (A \vee B)$,
$(A \vee B) \supset (B \vee A)$,
$(A \supset B) \supset ((C \vee A) \supset (C \vee B))$,
$\Box A \supset A$, $\Box A \supset \Box\Box A$,
$\Box(A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$.

推論規則：
Modus Ponens $\dfrac{A \quad A \supset B}{B}$
Necessitation $\dfrac{A}{\Box A}$

2.1.5 S4のGentzen型の公理系

[定義1] 有限個の論理式 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ を ' , ' で区切って並べた $A_1, A_2, \cdots, A_n$ の形の図式をギリシャ文字の大文字 $\Gamma, \Delta, \cdots$ などで表わす．特別な場合 ($n=0$) として空な列も許す． $\Gamma \to \Delta$ のような図式を考え，Sequence と呼ぶ．

[定義2] $\neg\Gamma$, $\Box\Gamma$ は Γ の中のすべての論理式にそれぞれ $\neg$, $\Box$ を前置したSequenceを表わす． 同様に $\neg\Box\Gamma$ は Sequence $\Box\Gamma$ のすべての論理式に $\neg$ を前置したSequenceを表わす．

公理図式： $A \to A$,
推論図式： (付録参照)

[定義3] Sequenceが証明可能であるという概念は次のように帰納的に定義される， 1) 公理は証明可能である， 2) $\dfrac{\Gamma\ (\Lambda)}{\Delta}$ がS4の一つの推論図式でありさらに Γ (および Λ) が証明可能ならば Δ も証明可能である．

[定義4] 唯一つの論理式AからなるSequenceが証明可能のとき単に論理式AがS4で証明可能であるといい $\vdash A$ と書く．

[定理1] S4のHilbert型の公理系とGentzen型の公理系は演繹的に同等である (deductively equivalent) ． (証明はFeys[17]などを見よ)

[定理2] S4のGentzen型の体系においてCut Elimination theoremが成立する． (証明は松本[3]を見よ) ．

2.2 モデル

[定義5] 順序対 (W, R) をKripkeフレームという，ここでWは空でない集合とし，RはW上の二項関係である．

[定義6] 命題変数AとWの要素wの任意の対 (A, w) に対しtかfのいずれかを対応させる写像Vを (W, R) 上の付値という．

ここで付値Vを次のように論理式PとW∈Wの任意の対 (P, w) に対しtかfを対応させるような写像に拡張する，

1) $V(\neg P, w) = t \Leftrightarrow V(P, w) = f$
2) $V(P \wedge Q, w) = t \Leftrightarrow V(P, w) = t$ かつ $V(Q, w) = t$
3) $V(\Box P, w) = t \Leftrightarrow wRw'$ となるすべての w' に対し $V(P, w') = t$

[定義7] Kripkeフレーム (W, R) とその上の付値Vからなる組 (W, R, V)

をKripkeモデルという．

Kripkeは種々の様相論理体系が二項関係Rの性質によりうまく特徴づけられることを示した[1,2]．　S4はRを反射的かつ推移的な関係とすることにより特徴づけられる．

[定義8]　Pを論理式としたときすべてのw∈Wに対しV(P,w)=tとなるならばPはKripkeモデル(W,R,V)で正しいという．　また任意のKripkeモデルで正しいとき妥当であるといい⊨Pと書く．

[定理3]　S4は完全である(complete)　(証明はCresswell[1]などを見よ)．

3. Sequence Calculus L-S4

体系L-S4は2.1.5で述べたCutを除去したGentzenのSequentialな方法に基づく様相論理体系[3]から得られる．　その方法はGentzenのLKから一階述語論理の証明手続きを得るさいに用いられた考えに基づいている[18,19]（この方法はさらに，K.Schütteの，GentzenのLKの変形としての，正，負論理式という考え方によっている）．　すなわち，Gentzen型の様相論理体系における図式$A_1, A_2, \cdots, A_n \to B_1, \cdots, B_m$を(¬右)によって$\to \neg A_1, \neg A_2, \cdots, \neg A_n, B_1, \cdots, B_m$と書き，今後すべてこの形の図式を用いることにし，さらに記号→をも省略することにする．　そして，LKの構造に関する推論規則を省き，公理図式$A \to A$の代わりに，

$$\Pi,\ A,\ \Delta,\ \neg A,\ \Lambda$$

の形式の図式を用い，さらに省いたことによる影響を他の推論図式に負担させるようにする．　このとき，L-S4の推論図式は次のものからなる，

$$(\neg\neg)\ \frac{\Gamma, A, \Delta}{\Gamma, \neg\neg A, \Delta},\quad (\wedge)\ \frac{\Gamma, A, \Delta \qquad \Gamma, B, \Delta}{\Gamma, A\wedge B, \Delta},\quad (\neg\wedge)\ \frac{\Gamma, \neg A, \neg B, \Delta}{\Gamma, \neg(A\wedge B), \Delta}$$

$$(\Box)\ \frac{\neg\Box\Gamma,\ A,\ \neg\Box\Delta}{\neg\Box\Gamma, \Box A, \neg\Box\Delta},\quad (\neg\Box)\ \frac{\Gamma, \neg A, \Delta}{\Gamma, \neg\Box A, \Delta}$$

[定理4]　Cutなしの様相論理体系でSequence $\Gamma \to \Delta$が証明可能であることと$\neg\Gamma, \Delta$がL-S4で証明可能であることは同値である．　(証明略)

[定義9]　論理式の列$A_1, \cdots, A_n$がKripkeモデル(W,R,V)で正しいというのはすべてのw∈Wに対してあるA_i $(1 \leq i \leq n)$があって$V(A_i, w)=t$が成り立つときをいう．

[定理5]　L-S4の任意の論理式Aに対し，AがL-S4で証明可能であればAはすべてのKripkeモデルで正しい(soundness)　(証明は沢村・前田[20]を見よ)．

[定理6]　L-S4は無矛盾である(consistent)．　(証明は容易)

[定理7]　L-S4は完全である(completeness)．　(定理1,4,3より)

4. L-S4に基づく証明手続き

3.で与えた公理系は証明手続きを作るのに都合のよい形式となっている．なぜなら，推論図式の下側にくる式が与えられると使われる推論も，その上側に

くるべき式もほとんど一意的に決められるからである．ここでは，体系L-S4の任意の論理式がこの体系で証明可能か否かを有限回の手順で判定する手続きについて述べる．

［定義10.］ 様相論理式のdegreeを次のように定める，

1) 命題変数のdegreeは0，

2) A,Bのdegreeをそれぞれ m, n とするとき

$\neg A$ のdegreeは m

$\Box A$ のdegreeは $m+1$

$A \wedge B$ のdegreeは $\max(m, n)$

［定理8.］ L-S4は決定可能である（decidable）．

証明） 次の手続きが決定手続きになっていることを示せば十分である．決定手続きは逆向き（backward）に行なわれるものとし，最初に証明すべき論理式を要素とする集合Sを作る． 二重否定が現われたときはいつでも取り除いておくものとする（推論図式（¬¬）の適用）．

<u>ステップ1.</u>： $(\wedge)$ が適用可能なSの要素がなければステップ2.へ， そうでなければ適用可能なすべての $\Gamma, A\wedge B, \Delta$ という形をしたSequenceをSから除去し，Γ, A, Δ および Γ, B, Δ のうち公理でないもののみをSに加える．

<u>ステップ2.</u>： $(\neg\wedge)$ が適用可能なSの要素がなければステップ3.へ，そうでなければ，適用可能なすべての $\Gamma, \neg(A\wedge B), \Delta$ という形をしたSequence をSから除去し，$\Gamma, \neg A, \neg B, \Delta$ が公理でなければSに加えステップ1.へ．

<u>ステップ3.</u>： $(\Box)$ が適用可能なSの要素がなければステップ4.へ，そうでなければ，適用可能なすべての $\neg\Gamma, \Box A, \neg\Box\Delta$ という形をしたSequenceをSから除去し，$\neg\Gamma, A, \neg\Box\Delta$ が公理でなければSに加えステップ1.へ．

<u>ステップ4.</u>： $(\neg\Box)$ が適用可能なSの要素がなければステップ5.へ，そうでなければ適用可能なすべての $\Gamma, \neg\Box A, \Delta$ という形をしたSequenceをSから除去し $\Gamma, \neg A, \Delta$ が公理でなければSに加えステップ1.へ．

<u>ステップ5.</u> Sが空であれば証明可能，Sが空でなければ証明可能でない．

この手続きが有限回のステップで停止することは，$(\wedge)$ が適用可能なSequenceには $A\wedge B$ という形の部分論理式は有限個しか含まれていないのでSの要素の数は有限であることと，$(\Box)$，$(\neg\Box)$ が適用されたとき様相論理式のdegreeは必ず1だけ減少することからわかる． （証明終り）

次のページにこの証明手続きのブロックチャートを掲げる．

今後この証明手続きをDL-S4と呼ぶことにする。 次にL-S4とDL-S4を基にして他の様相論理体系T, S5（付録参照）と同等な公理系 L-T, L-S5とそれらの証明手続きについて考える。

Tと同等な公理系L-Tと対応する証明手続きDL-Tを得るにはL-S4の(□)とDL-S4のステップ3を

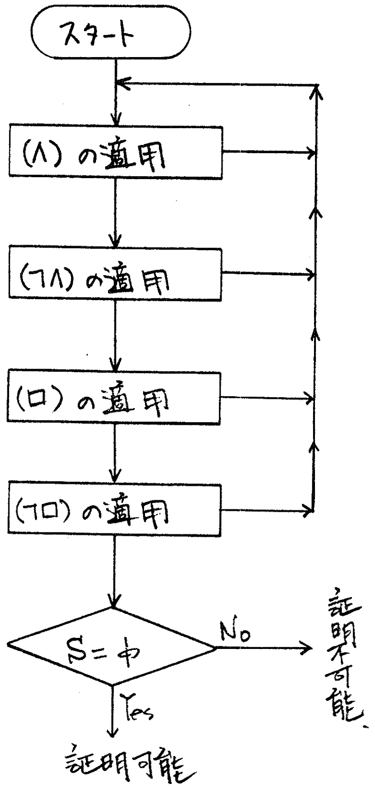
$$\frac{\neg\Gamma,\ A,\ \neg\Delta}{\neg\Box\Gamma,\ \Box A,\ \neg\Box\Delta}$$

で置き換えればよい。

S5に対しては，Cut Elimination Theoremが成立しないために単にL-S4の推論図式を他のもので置き換えるだけでは不十分である。 しかしながら，S5の任意の論理式に対しこれと同値でたかだかdegree 1の論理式が存在する[1,3]ことと，S5の各推論図式に現われる論理式がすべてたかだかdegree 1のものに限るように制限されたS5ではCut Elimination Theoremが成立する[3]ということから，S5をL-S4のように公理化することができ，対応する証明手続きDL-S5を考えることができる。そのためにはL-S4の(□)とDL-S4のステップ3を

$$\frac{\neg\Box\Gamma,\ \Box\Delta,\ A}{\neg\Box\Gamma,\ \Box\Delta,\ \Box A}$$

で置き換えればよい。



— 証明手続きのブロックチャート —

今までの諸体系は論理記号として¬, ∧, □だけに制限されていたが，∨, ⊃, ≡, ◇, ∃をも許した同等な体系を得るにはこれらの論理記号に関する推論図式を加えればよい。 また，証明手続きはこれらの論理記号に関する推論図式の適用可能性のステップをこれまでの証明手続きに加えることによって得られる。

5. 証明例

上の証明手続きはまだ計算機上で実現されていないが，ここでは二三のマニュアルプルーフの例を上げる。

(1) $\vdash\Box\mathfrak{P}\supset\Box\Diamond\Box\mathfrak{P}$ の *L-S4* における証明

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\neg\Box\mathfrak{P},\ \Box\mathfrak{P}}{\neg\Box\mathfrak{P},\ \neg\Box\neg\Box\mathfrak{P}}(\neg\Box)}{\neg\Box\mathfrak{P},\ \Box\neg\Box\neg\Box\mathfrak{P}}(\Box)}{\neg(\Box\mathfrak{P}\land\neg\Box\neg\Box\neg\Box\mathfrak{P})}(\land)}{\Box\neg(\Box\mathfrak{P}\land\neg\Box\neg\Box\neg\Box\mathfrak{P})}(\Box)$$

(2)　$\vdash$ Sometime At (End) $\wedge$ Always (At (End) $\supset \mathfrak{P}$) $\supset$ Sometime (At (End) $\wedge\, \mathfrak{P}$)

'Always' と 'Sometime' をそれぞれ，□と◇のように interdefinable な様相概念とすれば上の論理式の L-S4 での証明は次のようになる，

$$
\dfrac{\dfrac{\neg\text{At(End)}, \neg\text{Always}\neg(\text{At(End)}\wedge\neg\mathfrak{P}), \neg\text{Always}\neg(\text{At(End)}\wedge)\mathfrak{P}}{\text{Always }\neg\text{At(End)}, \neg\text{Always}\neg(\text{At(End)}\wedge\neg\mathfrak{P}), \neg\text{Always }\neg(\text{At(End)}\wedge\mathfrak{P})}\,(\Box)}{\neg(\neg\text{ Always }\neg\text{At(End)}\wedge\text{Always }\neg(\text{At(End)}\wedge\neg\mathfrak{P})\wedge\text{Always }\neg(\text{At(End)}\wedge\mathfrak{P}))}\,(\neg\wedge)
$$

where the premise of $(\Box)$ is obtained by

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\neg\text{At(End)}, \text{At(End)}, \text{At(End)}\wedge\mathfrak{P} \qquad \dfrac{\neg\text{At(End)}, \neg\mathfrak{P}, \text{At(End)} \quad \neg\text{At(End)}, \neg\mathfrak{P}, \mathfrak{P}}{\neg\text{At(End)}, \neg\mathfrak{P}, \text{At(End)}\wedge\mathfrak{P}}\,(\wedge)}{\neg\text{At(End)}, \text{At(End)}\wedge\neg\mathfrak{P}, \text{At(End)}\wedge\mathfrak{P}}\,(\wedge)}{\neg\text{At(End)}, \neg\text{Always}\neg(\text{At(End)}\wedge\neg\mathfrak{P}), \text{At(End)}\wedge\mathfrak{P}}\,(\neg\Box)}{\neg\text{At(End)}, \neg\text{Always}\neg(\text{At(End)}\wedge\neg\mathfrak{P}), \neg\text{Always}\neg(\text{At(End)}\wedge)\mathfrak{P}}\,(\neg\Box)
$$

この論理式は停止性についての表明である Sometime At(End) と弱正当性についての表明である Always (At(End) ⊃ p) が成り立つならば強正当性についての表明 Always (At(End) ∧ p) が成立することを意味している[9]．

6. あとがき

本稿で考えた命題様相論理の証明手続きは，証明の過程でモデル (W,R,V) の概念を導入する様相論理のための Cancellation アルゴリズム[21] や Tableau システム[16,21,23]，関係Rの代りに述語を導入することによって様相論理式を一階述語論理の言語に変換し，一階述語論理のための証明手続き，例えば導出原理 (resolution principle) などを用いて証明しようとする方法[14,15] に比べて極めて簡単なものとなっている． したがってこの方法は計算機による完全な自動証明法としては優れていると考えられる． 他方，人と計算機が対話によって証明を作り上げていくためのシステムにとっては Tableau などによるものの方が適していると思われる．

謝辞 日頃御指導，御討論いただく富士通国際情報社会科学研究所北川敏男所長ならびに諸兄氏に感謝いたします．

参考文献

1) G. E. Hughes and M. J. Cresswell : An introduction to modal logic, Methuen and Co. Ltd., 1968.
2) B. F. Chellas : Modal logic : An introduction, Cambridge Univ. Press, 1980.
3) 松本和夫：数理論理学，共立出版，1970．
4) J. McCarthy and P. J. Hayes : Some philosophical problems from standpoint of artificial intelligence, Machine Inteligence 4, pp.463-502,1969.
5) F. M. Brown : A sequent calculus for modal quantificational logic, Proc. 3rd AISB/GI Conf.,1978.
6) J. R. Hobbs and S. J. Rosenschein : Making computational sense of Montague's intensional logic, Artificial Intelligence, Vol.9, No.3, pp.287-306, 1977.
7) C. Schwind : A formalism for the description of question answering systems, Lect. Notes in Comp. Sci.63, Natural language communication with computers, pp. 1-48,1978.
8) ---------- : Representing actions by state logic, Proc. 3rd AISB/GI Conf.,1978.
9) R. M. Burstall : Program proving as hand simulation with a little induction,

IFIP 74, pp.308-312, 1974.

10) Z. Manna and A. Pnueli : The modal logic of programs, Lect. Notes in Comp. Sci. 71, Automata, Languages and Programming, pp.385-409, 1979.

11) V. R. Pratt : Semantical considerations on Floyd-Hoare logic, 17th IEEE Symp. on Found. of Comp. Sci., pp.109-121, 1976.

12) ----------- : Applications of modal logic to programming, MIT/LCT/TM-116, 1978.

13) F. Kröger : LAR : A logic of algorithmic reasoning, Acta Informatica, Vol.8, Fasc.3, pp.243-266, 1977.

14) C. G. Morgan : Methods for automated theorem proving in nonclassical logics, IEEE Transactions on computers, Vol.C-25, No.8, pp.852-862, 1976.

15) 鈴木淳之，中松和己：一階様相述語論理の機械的定理証明について，京大数理解析研究所講究録，1978.

16) G. Wrightson : A proof procedures for higher-order modal logic, Proc. 4th Workshop on Automated Deduction, pp.148-154, 1979.

17) R. Feys : Modal logics, Louvain : E. Nauwelaerts, 1965.

18) 島内剛一：証明のプログラミング，数学15巻，pp.48-55，1963.

19) ----------：数学の形式化，電気通信学会雑誌，第46巻11号，1963.

20) 沢村一，前田隆：計算機向きの様相論理の公理化，北大工研究報告88号，1978.

21) D. Snyder : Modal logic and its applications, Van Nostrand Reinhold, 1971.

22) R. L. Slaght : Modal tree constructions, Notre Dame J. Formal Logic, Vol.18, No.4, pp.517-526, 1977.

23) M. Fitting ; Tableau methods of proof for modal logic, ibid. Vol.13, No.2, pp.237-247, 1977.

付　　録

Gentzen の命題論理体系 LK を拡大して得られる様相命題論理体系 T, $S4$, $S5$ [3]

(i) 構造に関する推論図式

$$\frac{\Gamma\to\Theta}{\mathfrak{D},\Gamma\to\Theta} \qquad \frac{\Gamma\to\Theta}{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{D}}$$

$$\frac{\mathfrak{D},\mathfrak{D},\Gamma\to\Theta}{\mathfrak{D},\Gamma\to\Theta} \qquad \frac{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{D},\mathfrak{D}}{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{D}}$$

$$\frac{\Delta,\mathfrak{D},\mathfrak{E},\Gamma\to\Theta}{\Delta,\mathfrak{E},\mathfrak{D},\Gamma\to\Theta} \qquad \frac{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{D},\mathfrak{E},\Delta}{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{E},\mathfrak{D},\Delta}$$

$$\frac{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{D}\quad \mathfrak{D},\Delta\to\Lambda}{\Gamma,\Delta\to\Theta,\Lambda}\ (\mathrm{Cut})$$

(ii) 論理記号に関する推論図式

$$(\neg\text{-右})\ \frac{\mathfrak{A},\Gamma\to\Theta}{\Gamma\to\Theta,\neg\mathfrak{A}} \qquad (\neg\text{-左})\ \frac{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{A}}{\neg\mathfrak{A},\Gamma\to\Theta}$$

$$(\wedge\text{-右})\ \frac{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{A}\quad \Gamma\to\Theta,\mathfrak{B}}{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{A}\wedge\mathfrak{B}} \qquad (\wedge\text{-左})\ \frac{\mathfrak{A},\Gamma\to\Theta}{\mathfrak{A}\wedge\mathfrak{B},\Gamma\to\Theta}$$

$$(\wedge\text{-左})\ \frac{\mathfrak{B},\Gamma\to\Theta}{\mathfrak{A}\wedge\mathfrak{B},\Gamma\to\Theta}$$

$$(\vee\text{-右})\ \frac{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{A}}{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{A}\vee\mathfrak{B}} \qquad (\vee\text{-左})\ \frac{\mathfrak{A},\Gamma\to\Theta\quad \mathfrak{B},\Gamma\to\Theta}{\mathfrak{A}\vee\mathfrak{B},\Gamma\to\Theta}$$

$$(\vee\text{-右})\ \frac{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{B}}{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{A}\vee\mathfrak{B}}$$

$$(\supset\text{-右})\ \frac{\mathfrak{A},\Gamma\to\Theta,\mathfrak{B}}{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{A}\supset\mathfrak{B}} \qquad (\supset\text{-左})\ \frac{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{A}\quad \mathfrak{B},\Delta\to\Lambda}{\mathfrak{A}\supset\mathfrak{B},\Gamma,\Delta\to\Theta,\Lambda}$$

$$(\Box\text{-右})\ \left\{\begin{array}{ll} \dfrac{\Gamma\to\mathfrak{A}}{\Box\Gamma\to\Box\mathfrak{A}} & (T) \\[2ex] \dfrac{\Box\Gamma\to\mathfrak{A}}{\Box\Gamma\to\Box\mathfrak{A}} & (S4) \\[2ex] \dfrac{\Box\Gamma\to\Box\Theta,\mathfrak{A}}{\Box\Gamma\to\Box\Theta,\Box\mathfrak{A}} & (S5) \end{array}\right. \qquad (\Box\text{-左})\ \frac{\mathfrak{A},\Gamma\to\Theta}{\Box\mathfrak{A},\Gamma\to\Theta}$$

$$(\Diamond\text{-右})\ \frac{\Gamma\to\Theta,\mathfrak{A}}{\Gamma\to\Theta,\Diamond\mathfrak{A}} \qquad (\Diamond\text{-左})\ \left\{\begin{array}{ll} \dfrac{\mathfrak{A}\to\Theta}{\Diamond\mathfrak{A}\to\Diamond\Theta} & (T) \\[2ex] \dfrac{\mathfrak{A}\to\Diamond\Theta}{\Diamond\mathfrak{A}\to\Diamond\Theta} & (S4) \\[2ex] \dfrac{\mathfrak{A},\Diamond\Gamma\to\Diamond\Theta}{\Diamond\mathfrak{A},\Diamond\Gamma\to\Diamond\Theta} & (S5) \end{array}\right.$$