

## 信号間相関を考慮した確率的消費電力見積方法

内野 琢 南 文裕 三橋 隆  
(株) 東芝 半導体設計自動化技術開発部  
〒 210 川崎市幸区堀川町 580-1

組み合わせ論理回路の各内部ノードに対する信号確率とスイッチング確率の効率的な見積手法を提案する。本手法の特徴は信号の再収斂による信号間相関の第一次の効果を考慮にいれている点にある。具体的には、2つのBoole式の積の確率をそれぞれのBoole式の確率の積で近似する際に、積をとる操作と確率をとる操作の順序の違いによる誤差に対する一次の補正を行っている。実験によると、本手法は最も精度の高い従来手法よりも数十倍高速であり、精度は同程度であることが示された。本手法による回路全体の消費電力の見積誤差は平均で約0.5%であった。

## Switching Activity Analysis using Boolean Approximation Method

Taku Uchino, Fumihiro Minami, and Takashi Mitsuhashi

DA develop Dept., Semiconductor DA & Test Engineering Center, TOSHIBA Corp.  
580-1, Horikawa-cho, Saiwai-ku, Kawasaki 210, Japan

This paper presents an efficient algorithm, BAM (Boolean Approximation Method), for the signal probability and the switching activity estimation at all nodes in combinational logic circuits under a zero-delay model, taking into account first-order signal correlation effects due to reconvergent fan-out nodes. The main feature of our approach is the systematic algebraic *pull-back* of real number calculation to Boolean calculation. This is an entirely new idea in the field of probabilistic power estimation. The analysis of the time complexity and the experimental results show the running time of our approach to be much shorter than that of the most accurate approach previously proposed and that our approach has comparable accuracy. The error of the total power estimation is about 0.5% on average.

## 1 はじめに

現在のLSIは高速であることの他に低消費電力であることが求められている。この理由として、携帯電話などを始めとする電池駆動型機器市場の拡大や、安価なパッケージの使用によるLSIのコストダウンのための発熱量の低減化などが挙げられる。そのため、LSI設計技術者は低消費電力設計を行なう必要があり、また、その検証用として設計段階で消費電力を見積もるツールが要求されている。さて、そのようなツールの動作原理として近年注目されているものの一つに確率計算に基づく手法がある[1, 2, 3, 4]。しかし、これらの手法は高速度と高精度の双方の要求を満足しているとはいえないものであった。

本稿では、新しい確率的消費電力見積方法を提案する。本手法の特徴は、Taylor展開により、再収斂による信号間相関の効果を取り入れた補正項をつけ加える点にある。実験、および計算複雑度の解析により、本手法が高速度および高精度の双方の性能を満足することを実証した。

以下、第2節で消費電力予測におけるスイッチング確率の役割について述べる。第3節でスイッチング確率の定義、その論理回路内での伝播、信号間相関を考慮することの重要性について述べる。第4節で本稿の提案する新手法を紹介する。第5節で実験による従来手法との比較結果について述べる。

## 2 消費電力とスイッチング確率

CMOS集積回路内で消費される電力のうち最も大きな割合を占めるのはノードの駆動容量の充放電によるものであり、ノード $N$ における消費電力は次の式によって見積もることが出来る。

$$Pow(N) = \frac{1}{2} V_{DD}^2 \cdot C_N \cdot f \cdot P_{Sw}(N). \quad (1)$$

ただし、

- $Pow(N)$  : ノード $N$ で消費される電力
- $V_{DD}$  : 電源電圧
- $C_N$  : ノード $N$ の駆動する容量
- $f$  : クロック周波数
- $P_{Sw}(N)$  : ノード $N$ のスイッチング確率

ノード $N$ のスイッチング確率とは、1クロック周期内にノード $N$ の論理値が0から1、あるいは1から0に遷移する確率である。

以上のパラメーターのうち、 $V_{DD}$ 、 $f$ は明らかに既知である。また、 $C_N$ を見積もることも困難ではない。従って $P_{Sw}(N)$ を見積もることが消費電力予測の中心課題となる。

## 3 論理回路の確率論

この節では、スイッチング確率のより厳密な定義と、その論理回路内での伝播、および信号間相関について論じる。

### 3.1 信号確率とスイッチング確率の定義

一般に、組み合わせ論理回路の各ノードのとる論理値はプライマリ・インプットの論理関数となっている。ノード $N$ の論理値を表す論理関数を、ノードの名前と同じ記号をもちいて $N$ と表す。論理関数 $N$ が論理値1をとる確率を $P(N)$ と記し、ノード $N$ の信号確率という。この記号を用いるとノード $N$ のスイッチング確率は

$$P_{Sw}(N) = P(N(\tau) \overline{N(0)}) + P(\overline{N(\tau)} N(0)) \quad (2)$$

と表すことができる。ただし、 $\tau \stackrel{\text{def}}{=} 1/f$ はクロック周期である。

$$P(N(\tau) \overline{N(0)}) = P(\overline{N(\tau)} N(0)) \quad (3)$$

が恒等的に成り立つことが知られているため、スイッチング確率を

$$\begin{aligned} P_{Sw}(N) &= 2P(N(\tau) \overline{N(0)}) \\ &= 2P(\overline{N(\tau)} N(0)) \end{aligned} \quad (4)$$

と表しても良い[4]。

### 3.2 確率の伝播

ここでは、2入力ANDゲートを例にとり、ゲート入力間での信号確率、スイッチング確率の伝播を論じる。

2入力ANDゲートの入力を $A$ 、 $B$ 、出力を $Z$ とする。 $Z = AB$ という論理的関係が存在するため、ノード $Z$ の信号確率は

$$P(Z) = P(AB) \quad (5)$$

となる。一方スイッチング確率は(4)式により、

$$\begin{aligned} P_{Sw}(Z) &= 2P(\overline{Z(\tau)}Z(0)) \\ &= 2(P(Z) - P(Z(\tau)Z(0))) \\ &= 2P(AB) \\ &\quad - 2P(A(\tau)B(\tau)A(0)B(0)) \quad (6) \end{aligned}$$

となる。

もし、ゲート入力  $A$ 、 $B$  が互いに独立であると仮定するならば、上述の式はより簡単に表すことができる。ここで論理関数  $A$ 、 $B$  が互いに独立であるとは、 $F(A)$ 、 $G(B)$  をそれぞれ  $A$ 、 $B$  のみに依存する任意の論理関数であるとしたとき

$$P(F(A)G(B)) = P(F(A))P(G(B)) \quad (7)$$

が成り立つことをいう。従って  $A$ 、 $B$  が独立ならば、特に

$$P(AB) = P(A)P(B), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} P(A(\tau)B(\tau)A(0)B(0)) \\ = P(A(\tau)A(0))P(B(\tau)B(0)) \quad (9) \end{aligned}$$

が成り立つことになり、(5)、(6)式はそれぞれ

$$P(Z) = P(A)P(B), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} P_{Sw}(Z) &= P(A)P_{Sw}(B) + P(B)P_{Sw}(A) \\ &\quad - \frac{1}{2}P_{Sw}(A)P_{Sw}(B) \quad (11) \end{aligned}$$

と表すことができる。

しかし、一般に  $A$ 、 $B$  は必ずしも互いに独立とは限らないので、その場合には(5)、(6)式を用いなければならない。 $A$ 、 $B$  が互いに独立でない場合、それらの間には信号間相関がある、或いは単に、相関がある、という。

### 3.3 信号間相関の影響

信号間相関の影響を調べるために、図1の回路の信号確率を計算する。

プライマリ・インプット(回路全体に対する入力)  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$  は互いに独立であり、それらの信号確率をそれぞれ  $P(x_1) = 0.8$ 、 $P(x_2) = 0.7$ 、 $P(x_3) = 0.6$  とする。

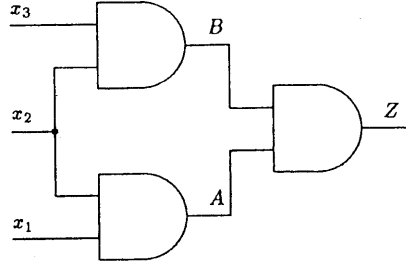


図1: 簡単な回路

まず、 $A$ 、 $B$  の信号確率を計算する。プライマリ・インプットが互いに独立であるため、(10)式を用いることが出来る。結果は

$$P(A) = P(x_1)P(x_2) = 0.8 \times 0.7 = 0.56, \quad (12)$$

$$P(B) = P(x_2)P(x_3) = 0.7 \times 0.6 = 0.42 \quad (13)$$

となる。次に、 $Z$  の信号確率を計算する。 $A$ 、 $B$  が互いに独立でないため、(5)式を用いる必要がある。

$$\begin{aligned} P(Z) &= P(AB) \\ &= P((x_1x_2)(x_2x_3)) \\ &= P(x_1x_2x_3) \\ &= P(x_1)P(x_2)P(x_3) \\ &= 0.9 \times 0.8 \times 0.7 \\ &= 0.504. \quad (14) \end{aligned}$$

一方、信号間相関の影響を無視して、 $A$ 、 $B$  が独立であるとして計算した  $Z$  の信号確率を  $P(Z)'$  とすると、

$$P(Z)' = P(A)P(B) = 0.4032 \quad (15)$$

となり、20%の誤差を生じる。

以上から、信号間相関を無視した確率計算は、一般に正しい結果を与えないことがわかる。しかし、信号間相関を完全に考慮に入れて確率計算を行うことはNP困難であることが知られている。これが確率計算に基づく消費電力見積方法の困難の原因の一つとなっている。

### 3.4 信号間相関を考慮した従来手法

信号間相関を完全に扱うことは事実上、不可能であるため、近似的にその効果を考慮に入れることにより、精度の向上をはかった方法が提案されている。

例えば[3]で初めて紹介され、[4]で確立された方法であるCCM (Correlation Coefficient Method) では、

ノード間の信号間相関の度合いを相関係数という量で表し、3つ以上のノード間の相関係数をノードの対の相関係数の積で近似することによって信号間相関の影響を考慮に入れている。この方法は、ゲート入力を全て独立とみなして計算する方法 (COP) に比べ、倍近く精度が良いが、計算時間が長いのが欠点である。

一方、[2]で提案されたWAA (Weighted Averaging Algorithm) の計算時間はCCMに比べると数十分の程度であるが、精度的にはCOPと大差がない。この方法については次節でも言及する。

#### 4 ブール近似法

ここでは、提案手法であるブール近似法 (以下、BAM (Boolean Approximation Method)) を説明する。この名前の由来は、後に示されるように、実数計算である確率計算において部分的にBoole代数的な計算を行うことによる。

##### 4.1 信号間相関による誤差の原因

BAMの解説の導入として、ここでは、信号間相関を無視した場合に生じる誤差の原因について述べる。

$x_1, x_2, \dots, x_n$  を互いに独立な論理変数とし、 $A, B$  をそれらの論理関数とする。 $A, B$  の論理積  $AB$  の確率  $P(AB)$  と、その信号間相関を無視した近似  $P(AB)' \stackrel{\text{def}}{=} P(A)P(B)$  の違いは次のように述べることができる。 $P(AB)$  では論理積をとってから確率をとっているのに対し、 $P(AB)'$  では確率をとってから実数である確率の積をとっている。つまり、 $P(AB)$  と  $P(AB)'$  の違いは、積をとる操作と確率をとる操作の順序の違いにあるといえる。

以上のことをより具体的に見るためにShannon展開を用いる。論理関数  $N$  の  $x_i$  のまわりでのShannon展開とは、

$$N = \bar{x}_i N[\bar{x}_i] + x_i N[x_i] \quad (i = 1, \dots, n) \quad (16)$$

という表現のことをいう。ここで、 $N[\bar{x}_i], N[x_i]$  は  $x_i$  以外の論理変数の論理関数であり、それぞれ  $N$  の  $\bar{x}_i, x_i$  に関するcofactorと呼ばれる。

$A, B$  をShannon展開して、 $P(AB)$  と  $P(AB)'$  の違いを調べる。まず、 $A, B$  の論理積のShannon展開を計算する。

$$AB = (\bar{x}_i A[\bar{x}_i] + x_i A[x_i])(\bar{x}_i B[\bar{x}_i] + x_i B[x_i])$$

$$= \bar{x}_i A[\bar{x}_i] B[\bar{x}_i] + x_i A[x_i] B[x_i]. \quad (17)$$

従って、

$$P(AB) = P(\bar{x}_i)P(A[\bar{x}_i]B[\bar{x}_i]) + P(x_i)P(A[x_i]B[x_i]) \quad (18)$$

となる。一方、

$$P(AB)' = P(\bar{x}_i)P(\bar{x}_i)P(A[\bar{x}_i])P(B[\bar{x}_i]) + P(\bar{x}_i)P(x_i)P(A[\bar{x}_i])P(B[x_i]) + P(x_i)P(\bar{x}_i)P(A[x_i])P(B[\bar{x}_i]) + P(x_i)P(x_i)P(A[x_i])P(B[x_i]) \quad (19)$$

である。(18)式の右辺と(19)式の右辺の最も大きな違いは  $P(\bar{x}_i), P(x_i)$  に関する部分である。上述したように、この違いは積をとる操作と確率をとる操作の順序の違いにより生じる。具体的に述べると次のようになる。(18)式では、Boole代数の計算  $x_i \bar{x}_i = 0, x_i x_i = x_i$  などを行ったあとに確率をとっている。それに対し(19)式では、確率を計算してから積をとったために、 $P(x_i)$  となるべきである項  $P(x_i)P(x_i)$  や、本来なら消えるはずの項  $P(x_i)P(\bar{x}_i)$  などが残っている。つまり、信号間相関を無視することにより、本来Boole代数で行うべき計算が実数計算で代用されるために誤差が生じるのである。

##### 4.2 信号間相関による誤差の一次補正

上述の考察から次のような改良方法を考えることができる。 $x_i$  に関してはBoole代数の計算をおこない、残ったcofactorに関しては、それらを独立であるとして計算する。すなわち、 $P(AB)$  を次の式で表される  $P(AB)_i$  で近似する。

$$P(AB)_i \stackrel{\text{def}}{=} P(\bar{x}_i)P(A[\bar{x}_i])P(B[\bar{x}_i]) + P(x_i)P(A[x_i])P(B[x_i]). \quad (20)$$

この操作により、少なくとも  $x_i$  に関する信号間相関の影響を考慮に入れたことになる。さらに、この操作を各  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) について行い、それらの結果を何らかの方法で統合すれば  $P(AB)$  のよりよい近似値が得られると推測される。[2]で提案された手法であるWAAでは、この統合操作として平均操作を選んでいる。しかし実験によると、精度の点においてWAAはゲートの各入力を独立とみなす方法 (COP) と大差がない。

### 4.3 BAM のデータ構造と計算アルゴリズム

BAM では COP の結果を補正することにより計算精度の向上をはかる。そのために次の 2 つの工夫を行った。

第一の工夫は各ノードにおける情報量の増加である。精度を向上するために、(20)式のように部分的に Boole 代数的な計算をするには次の情報が必要である。

各論理関数の信号確率および cofactor の確率

具体的には論理関数  $A$  の信号確率  $P(A)$  と、cofactor の確率  $P(A[\bar{x}_i])$ 、 $P(A[x_i])$  ( $i = 1, \dots, n$ ) のことである。

第二の工夫は精度を保証する計算アルゴリズムである。情報量を増やすだけで計算アルゴリズムが不適當であると、精度の良い結果が得られない。BAM では

Taylor 展開による精度保証付き計算アルゴリズム

を確立した。ここでの Taylor 展開とは、 $P(AB)$  と  $P(AB)'$  の差の Taylor 展開のことである。この展開による BAM の基本式の具体的な導出法は付録に示す。また、一般に、Taylor 展開の精度は、その展開パラメータの値の大きさにより見積もることができる。これが上述の精度保証という意味である。以下では BAM の基本式とその特徴について述べる。

付録で示したように、BAM では論理積  $AB$  の信号確率  $P(AB)$  および、その cofactor の確率を次のように近似する。

$$P(AB) \simeq P(A)P(B) + \sum_{i=1}^n P(x_i)P(\bar{x}_i) \times (P(A[\bar{x}_i]) - P(A[x_i])) \times (P(B[\bar{x}_i]) - P(B[x_i])), \quad (21)$$

$$\begin{aligned} P((AB)[\bar{x}_i]) &\simeq P(A[\bar{x}_i])P(B[\bar{x}_i]), \\ P((AB)[x_i]) &\simeq P(A[x_i])P(B[x_i]) \end{aligned} \quad (i = 1, \dots, n). \quad (22)$$

(21)式を BAM の第一基本式、(22)式を BAM の第二基本式と呼ぶことにする。BAM の第一基本式の右辺第一項は  $A$ 、 $B$  を独立だとして計算した値  $P(AB)'$  に他ならない。右辺第二項は信号間相関の影響を考慮にいたした補正項であると解釈できる。BAM の第二基本式は  $AB$  を変数としてもつ論理関数の信号確率を計算するために必要である。具体的には例えば、 $A$ 、 $B$  を入力とするような 2 入力 AND ゲートの出力を入力とする別のゲートの出力の信号確率の計算に必要である。

### 4.4 BAM の精度と計算複雑度

最初に、BAM の精度について述べる。Taylor 展開をする際の実質的な変数である  $P(\bar{x}_i)P(x_i)$  を書き直すと  $P(x_i) - P(x_i)^2$  であり、 $0 \leq P(x_i) \leq 1$  であることを考慮するとその絶対値の最大値は 0.25 である。従って、Taylor 展開で無視した二次以上の項の大きさは、 $0.25^2 = 0.0625$  のオーダーであり、これが BAM の誤差の目安となる。

次に、BAM の計算複雑度について述べる。後に示される BAM のアルゴリズムを解析すると、BAM の計算複雑度は最悪でも  $\mathcal{O}(nN)$  である。ただし、 $n$  は回路のプライマリ・インプットの個数、 $N$  は回路のネット数である。通常の回路では  $N \simeq n^2$  の関係が成り立つと考えられるため、BAM の計算複雑度は  $\mathcal{O}(N^{1.5})$  である。

### 4.5 BAM による確率伝播のメカニズム

ここでは論理ゲートを通過する際の BAM による確率伝播の計算方法を示す。

論理回路のプライマリ・インプットを  $x_1, \dots, x_n$  とし、それらは互いに独立であると仮定する。回路中の任意の論理ゲートの入力ノードを  $A_1, \dots, A_m$ 、出力ノードを  $Z$  とする。このとき  $Z$  は  $A_1, \dots, A_m$  の論理関数であると同時に  $A_a$  ( $a = 1, \dots, m$ ) を通じてプライマリ・インプットの論理関数でもある。

$Z$  を  $A_a$  ( $a = 1, \dots, m$ ) のまわりで Shannon 展開すると

$$Z = \bar{A}_a Z[\bar{A}_a] + A_a Z[A_a] \quad (23)$$

となるため、その信号確率は

$$P(Z) = P(\bar{A}_a Z[\bar{A}_a]) + P(A_a Z[A_a]) \quad (24)$$

となる。 $P(\bar{A}_a Z[\bar{A}_a])$ 、 $P(A_a Z[A_a])$  に対して BAM を適用すれば  $P(Z)$  の BAM による近似値が得られる。この際、論理関数  $Z[\bar{A}_a]$ 、 $Z[A_a]$  に対し、 $P(Z[\bar{A}_a])$ 、 $P(Z[A_a])$  および  $x_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) に関する cofactor の確率をあらかじめ計算しておかねばならない。そのためには  $Z[\bar{A}_a]$ 、 $Z[A_a]$  を  $A_a$  とは異なるゲート入力  $A_b$  に関して Shannon 展開し、(24)式で  $A_a \rightarrow A_b$ 、 $Z \rightarrow Z[\bar{A}_a]$  または  $Z \rightarrow Z[A_a]$  と置き換えて計算すればよい。この操作を繰り返すことにより、最終的に  $P(Z)$  を計算することができる。

#### 4.6 BAM を用いた計算アルゴリズム

組み合わせ論理回路の全てのノードの信号確率を計算するために BAM を適用するアルゴリズムは次のようになる。

- 1° プライマリー・インプットの信号確率と cofactor の確率を与える。
- 2° 入力信号確率の計算が終了しており、かつ出力信号確率の計算が未終了であるゲートを取り出す。そのようなゲートがなければ終了。
- 3° 2° で取り出されたゲートの出力信号確率、cofactor の確率を BAM により計算。その後、2° へ。

以上のアルゴリズムを図 1 の回路に対して適用すると厳密な結果が得られる。

#### 4.7 BAM によるスイッチング確率の計算方法

スイッチング確率に対する BAM の基本式を求めるためには、信号確率の場合と同様、厳密なスイッチング確率と信号間相関を無視したスイッチング確率の差を Taylor 展開すればよい。確率伝播の計算方法や、計算アルゴリズムは信号確率の場合と同質的である。ただし各ノードに対して、 $x_i(\tau) x_i(0)$ 、 $x_i(\tau) \overline{x_i(0)}$ 、 $\overline{x_i(\tau)} x_i(0)$ 、 $\overline{x_i(\tau)} \overline{x_i(0)}$  ( $i = 1, \dots, n$ ) のそれぞれに関する cofactor の確率を計算する必要がある。従って計算量は信号確率の場合の約 2 倍になる。一方、計算精度は信号確率の場合とほぼ同じである。

### 5 実験結果

#### 5.1 実験条件

実験は SUN SPARC 10 ワークステーション上で行った。実験に使用した回路は、ISCAS85 のベンチマークデータである。実験の手続きは次の通りである。

COP、BAM、CCM をインプリメントし、それらによるスイッチング確率の見積値を求め、ランダム・シミュレーション (SIM) の見積値からの二乗平均誤差の平方根 (Root Mean Square (RMS) Error) を算出する。また、それぞれのプログラムの CPU タイムも測定する。SIM で流したテスト・ベクトルの数は 100000 である。ただし全てのプライマリー・インプットの信号確

Circuit	SWT ERR.(RMS)		
	COP	BAM	CCM
C17	0.007	0.001	0.000
C432	0.075	0.051	0.052
C499	0.004	0.004	0.002
C880	0.020	0.012	0.016
C1355	0.056	0.037	0.024
C1908	0.018	0.011	0.013
C2670	0.064	0.049	0.041

表 1: スwitching 確率の見積り誤差の比較

Circuit	NPDM ERR.(%)		
	COP	BAM	CCM
C17	0.0	0.0	0.0
C432	-2.79	-1.99	-0.71
C499	0.01	0.01	0.05
C880	-0.21	0.07	0.64
C1355	2.73	-0.32	-2.31
C1908	-0.94	0.09	-0.10
C2670	0.88	1.18	-2.10

表 2: NPDM の見積り誤差の比較

率とスイッチング確率を共に 0.5 とした。また、Normalized Power Dissipation Measure (NPDM) の SIM に対する誤差を測定した。NPDM とは、各ノードのファンアウト数にスイッチング確率を乗じたもの全体の和である。従って、1 ファンアウトあたりの容量が一定ならば、NPDM は回路全体の消費電力に比例する。

#### 5.2 実験結果および考察

実験の結果を表 1、表 2、表 3 にまとめる。

表 1 から BAM と CCM は COP よりも倍近く精度が良いことがわかる。BAM によるスイッチング確率見積誤差は、精度の解析の項で見積もった 0.0625 に収まっており、解析の正当性を支持している。また、表 2 によると BAM による NPDM 見積値の誤差は平均で約 0.5% である。一方、CCM の精度は再規格化によってもたらされたものである。再規格化の手続きを信号確率計算を例にとって説明する。CCM ではノード  $N$  の信号確率を計算するために  $P(N)$  と  $P(\overline{N})$  をそれぞれ独立に計算する。一方の計算だけでは誤差が大きすぎるためである。場合によっては 1 以上になることもあり、確率とし

Circuit	TIME (sec)			
	SIM	COP	BAM	CCM
C17	2.58	0.09	0.09	0.09
C432	57.9	0.08	0.62	131
C499	65.4	0.13	0.87	41
C880	146	0.12	0.87	25
C1355	199	0.18	1.66	85
C1908	272	0.17	1.73	944
C2670	506	0.21	3.17	367

表 3: 計算時間の比較

て意味をなさない。そのため、独立に計算した  $P(N)$  と  $P(\bar{N})$  に共通の因数を乗じるにより

$$P(N) + P(\bar{N}) = 1 \quad (25)$$

が成り立つように調整する。一方、スイッチング確率の再規格化はより複雑であり、再規格化の方法によっては異なる結果を生じる可能性がある。その意味で CCM の結果は再現性がない。事実、表 1 の結果は CCM を提案した論文 [4] の結果とは異なっている（信号確率については曖昧性がないため論文 [3] と一致している）。これに対し BAM では再規格化を行う必要がない。従って BAM の結果は再現性がある。

次に、表 3 から COP と BAM は CCM よりも数十倍高速であることがわかる。その理由を計算複雑度を解析することにより示す。明らかに、COP の計算複雑度は  $O(N)$  である。ここで  $N$  は回路の全ネット数である。それに対し、BAM の計算複雑度は既に述べたとおり、 $O(N^{1.5})$  である。一方、CCM では必要に応じてノードの対の相関係数を計算する必要があるため、場合によっては  $O(N^2)$  に近い計算複雑度になる。これは殆ど全てのノードの対の相関係数を計算することに相当する。また、ゲート入力数を  $M$  とすると、一つのゲートに関する CCM の計算複雑度は  $O(M^2)$  である。これに対し、BAM では  $O(M)$  である。従って入力ピン数の多いゲートが多数存在する回路での CCM の使用は不適当である。さらに、CCM では上述の再規格化を行うために、信号確率計算では 2 倍の、スイッチング確率計算では 4 倍の計算時間を必要とする。これら諸般の事情により CCM の計算時間は膨大なものになる。

以上、総合すると BAM は COP や CCM よりも効率的であると結論できる。

## 6 まとめ

論理回路の消費電力を精度良く高速に見積もるために、信号間相関を考慮にいたれた信号およびスイッチング確率計算の新技术法 (BAM) を開発した。この方法の特徴は、実数計算である確率計算において部分的に Boole 代数的な計算を行うことによる信号間相関の影響の補正を、Taylor 展開を用いることにより効率的に統合した点にある。この方法は、精度的に優れた方法である CCM よりも数十倍高速であるにもかかわらず、同程度の精度、つまりスイッチング確率の見積絶対誤差 0.02 程度、をもつことが実験および解析の両面において確認された。

特に回路全体の消費電力見積誤差は約 0.5% である。この方法の理論構造は非常に単純であるため、応用の範囲が広いことが予想される。そのような応用例としては、順序回路に対する適用や、デレイを考慮に入れる場合への適用などが考えられる。また、ダイナミックな消費電力見積や、高位レベルでの消費電力見積にもその威力を発揮する可能性もある。今後は以上のような場合への BAM の適用を考えていくつもりである。

## 付録 A 信号確率計算における BAM の基本式の導出

$A$ 、 $B$  を論理変数  $x_1, \dots, x_n$  の論理関数であるとする。 $A$  をこれらの論理変数のまわりに次々と Shannon 展開することにより最終的に次の式が得られる。

$$A = \sum_{\alpha_1=0}^1 \cdots \sum_{\alpha_n=0}^1 x_1^{\alpha_1} \cdots x_n^{\alpha_n} A[x_1^{\alpha_1} \cdots x_n^{\alpha_n}]. \quad (26)$$

ただし、 $x^0 \stackrel{\text{def}}{=} \bar{x}$ 、 $x^1 \stackrel{\text{def}}{=} x$  と定義した。また、co-factor  $A[x_1^{\alpha_1} \cdots x_n^{\alpha_n}]$  は恒真関数、或いは恒偽関数であり、恒等的に 1 または 0 の値をとる。 $B$  についても同様の表現が可能である。(26) 式を  $A$ 、 $B$  に対して適用し、 $P(AB)$  の表現を求めると次のようになる。

$$P(AB) = \sum_{\alpha_1=0}^1 \cdots \sum_{\alpha_n=0}^1 \sum_{\beta_1=0}^1 \cdots \sum_{\beta_n=0}^1 P(x_1^{\alpha_1} x_1^{\beta_1}) \cdots P(x_n^{\alpha_n} x_n^{\beta_n}) \times A[x_1^{\alpha_1} \cdots x_n^{\alpha_n}] B[x_1^{\beta_1} \cdots x_n^{\beta_n}]. \quad (27)$$

一方、 $P(AB)' \stackrel{\text{def}}{=} P(A)P(B)$  は次のように表現される。

$$P(AB)' = \sum_{\alpha_1=0}^1 \cdots \sum_{\alpha_n=0}^1 \sum_{\beta_1=0}^1 \cdots \sum_{\beta_n=0}^1$$

$$P(x_1^{\alpha_1})P(x_1^{\beta_1}) \cdots P(x_n^{\alpha_n})P(x_n^{\beta_n}) \\ \times A[x_1^{\alpha_1} \cdots x_n^{\alpha_n}]B[x_1^{\beta_1} \cdots x_n^{\beta_n}]. \quad (28)$$

ここで、

$$\chi_i^{\alpha\beta} \stackrel{\text{def}}{=} P(x_i^\alpha x_i^\beta), \quad (29)$$

$$\eta_i^{\alpha\beta} \stackrel{\text{def}}{=} P(x_i^\alpha)P(x_i^\beta) \quad (30)$$

とおき、シンボリックな変数  $\xi_i^{\alpha\beta}$  により、関数  $F(\xi)$  を

$$F(\xi) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{\alpha_1=0}^1 \cdots \sum_{\alpha_n=0}^1 \sum_{\beta_1=0}^1 \cdots \sum_{\beta_n=0}^1 \\ \xi_1^{\alpha_1\beta_1} \cdots \xi_n^{\alpha_n\beta_n} \\ \times A[x_1^{\alpha_1} \cdots x_n^{\alpha_n}]B[x_1^{\beta_1} \cdots x_n^{\beta_n}] \quad (31)$$

と定めると  $P(AB) = F(\chi)$ 、 $P(AB)' = F(\eta)$  となる。 $P(AB)$  と  $P(AB)'$  の差  $F(\chi) - F(\eta)$  を Taylor 展開し、その第一項までの項をとると、

$$P(AB) - P(AB)' \\ \simeq \sum_{i=1}^n \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{\beta=0}^1 (\chi_i^{\alpha\beta} - \eta_i^{\alpha\beta}) \frac{\partial F}{\partial \eta_i^{\alpha\beta}}(\eta) \quad (32)$$

となる。

式 (32) の右辺を変形する。 $A$ 、 $B$  を  $x_i$  のまわりに Shannon 展開することにより、

$$F(\eta) = P(A)P(B) \\ = \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{\beta=0}^1 P(x_i^\alpha)P(x_i^\beta)P(A[x_i^\alpha])P(B[x_i^\beta]) \\ = \sum_{\alpha=0}^1 \sum_{\beta=0}^1 \eta_i^{\alpha\beta} P(A[x_i^\alpha])P(B[x_i^\beta]) \quad (33)$$

となるので、

$$\frac{\partial F}{\partial \eta_i^{\alpha\beta}}(\eta) = P(A[x_i^\alpha])P(B[x_i^\beta]) \quad (34)$$

であることがわかる。また、

$$\chi_i^{\alpha\beta} - \eta_i^{\alpha\beta} = P(x_i^\alpha x_i^\beta) - P(x_i^\alpha)P(x_i^\beta) \\ = \delta^{\alpha\beta} P(x_i^\alpha) - P(x_i^\alpha)P(x_i^\beta) \\ = (-1)^{\alpha+\beta} P(x_i)P(\bar{x}_i) \quad (35)$$

である。以上から、(32)式は

$$P(AB) \simeq P(A)P(B) + \sum_{i=1}^n P(x_i)P(\bar{x}_i) \\ \times (P(A[\bar{x}_i]) - P(A[x_i])) \\ \times (P(B[\bar{x}_i]) - P(B[x_i])) \quad (36)$$

となる。式 (36) によれば、 $P(AB)$  の近似値を計算するためには論理関数  $A$ 、 $B$  に対して、その信号確率  $P(A)$ 、 $P(B)$ 、および各々  $2n$  個の cofactor の確率  $P(A[x_i^\alpha])$ 、 $P(B[x_i^\alpha])$  ( $i = 1, \dots, n; \alpha = 0, 1$ ) が与えられていれば良い。

一方、 $AB$  の cofactor の確率は、

$$P((AB)[x_i^\alpha]) \simeq P(A[x_i^\alpha])P(B[x_i^\alpha]) \\ (i = 1, \dots, n; \alpha = 0, 1) \quad (37)$$

によって与えられる。ただし、(37)式では Taylor 展開の第 0 次の項までとっている。式 (37) は  $AB$  を変数とするような論理関数の信号確率を計算するために必要である。

## 参考文献

- [1] F.N.Najm, "Transition Density, A Stochastic Measure of Activity in Digital Circuits", Design Automation Conference, pp.644-649, 1991.
- [2] B.Krishnamurthy and I.G.Tollis, "Improved Techniques for Estimating Signal Probabilities", Proceeding 1986 International Test Conference, pp.244.
- [3] S.Ercolani, M.Favalli, M.Damiani, P.Olivo, B.Riccó, "Estimate of Signal Probabilily in Combinational Logic Networks", European Test Conf., pp.132-138, 1989.
- [4] R.Marculescu, D.Marculescu, M.Pedram, "Switching Activity Analysis Considering Spatiotemporal Correlations", Internatinonal Conference on CAD-94, pp.294-299, 1994.