

## フロアプランにおける部屋数最小化問題

高島 康裕 村田 洋

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

923-1292 石川県能美郡辰口町旭台 1-1

TEL : 0761-51-1284

マイクロアーク 株式会社

104-0033 東京都中央区新川 2-22-1 能登ビル 2F

TEL : 03-5540-6601

E-mail : takasima@jaist.ac.jp, murta@microark.co.jp

あらまし

本研究では、モジュール数が与えられたときのフロアプランにおける必要となる部屋数に着目する。部屋数最小フロアプランでは (1) 空き部屋は *T-wheel* である, (2) 壁の端点を共有する空き部屋は存在しない, ことを示し, その結果, 一つの壁に隣接する空き部屋は高々 2 個であることを証明する。また, このことを用いてモジュール数と空き部屋数との関係を求める。

キーワード フロアプラン, 部屋数最小化問題, 空き部屋, T-wheel

## The Room Minimization Problem for Floorplan

Yasuhiro Takashima Hiroshi Murata

School of Information Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology

1-1 Asahidai, Tatsunokuchi, Ishikawa, 923-1292, Japan

TEL : +81-761-51-1284

MicroArk Co.,Ltd.

2F Noto Bld., 2-22-1 Sinkawa, Chuo, Tokyo, 104-0033, Japan

TEL : +81-3-5540-6601

E-mail : takasima@jaist.ac.jp, murata@microark.co.jp

Abstract

The room minimization problem on floorplan with give number of module is considered. We show that the minimum rooms floorplan holds that (1) an empty room is *T-wheel*, and (2) no room shares the end point of wall, and prove that the number of rooms incident to a wall is at most two. Given the number of modules, we calculate the minimum number of rooms.

key words

Floorplan, room minimization problem, empty room, T-wheel

## 1 始めに

近年, VLSI レイアウトにおいて, 回路の大規模化にともない, 階層化設計の必要性が主張されている. 階層化設計のもっとも上位の階層設計はフロアプランと呼ばれる. 本研究で考えるフロアプラン問題とはモジュールの集合  $M(|M|=m)$  が与えられたとき, 外壁と呼ばれる 4 本の線分で囲まれた chip と呼ばれる配置領域を壁と呼ばれる線分を用いて  $n$  個の部屋と呼ばれる矩形に分割し, 各部屋に高々 1 個のモジュールを割り当て, そのモジュールが収まるような部屋のサイズを実現するように部屋の位置を決定する問題である.

このフロアプラン問題に類似した問題としてモジュール配置問題が存在する. これは, モジュールの集合が与えられたとき, 重なりなく各モジュールの位置を決定するものである. モジュール配置問題に対する表現手法として Sequence-Pair(SP)[1], BSG[2], O-tree[3], LOT[4] などが提案されている. SP では, モジュール間の相対位置関係をモジュールの順列の対を用いることにより表現する. ここで, モジュール数  $m$  に対し, モジュールの位置を決定するのに  $O(m \log \log m)$  の計算時間が必要である [5].

一方, フロアプラン問題に対しては, スライス構造と呼ばれる特殊な構造であれば, スライス木というデータ構造を用いて表現できる [6]. また, 一般構造に関しては, Polar-Dual グラフや Channel Position Graph(CPG) と呼ばれるグラフ構造で記述できる [7, 8]. また, 近年, Corner Block List (CBL)[9] や Q-sequence (Q-seq)[10] と呼ばれる部屋間の半順序関係を表記する表現手法も提案されている. CBL や Q-seq などは部屋数  $n$  に対し, 各部屋の位置を  $O(n)$  で計算できる.

モジュール数と部屋数に関して, 与えられた SP でのモジュール間の相対関係を崩さないように chip を矩形分割するには, 部屋数は  $O(m^2)$  であることが知られている [11]. しかし, モジュール配置が与えられたとき, その配置を実現できるような部屋数の最小値は未だ知られていない. そこで, 本研究では, モジュール数と部屋数の関係を明らかにする. すな

わち, 本研究で扱う問題は, 以下の通りである.

**定義 1 (部屋数最小化問題)**  $m$  個のモジュールが与えられたとき, すべてのフロアプランを記述できるための必要な部屋数を求める.

本研究では, 壁は互いに交差しないとする. また, 線分  $a$  の端点が線分  $b$  上に存在するならば, 線分  $a$  は線分  $b$  で止められているという. モジュールが割り当てられていない部屋を空き部屋と呼ぶ. モジュール数が  $m$  ならば, 明らかに部屋数は  $m +$  空き部屋数である. よって, 本研究では, 空き部屋数に着目する.

## 2 空き部屋

この節では, 部屋数最小のフロアプランにおける空き部屋の性質を調べる. その準備として, 次の用語を定義する.

**定義 2 (T-wheel)** ある部屋の 4 本の壁が互いに止めあっているとき, その部屋は *T-wheel* であると呼ぶ.

T-wheel である部屋は図 1 に示す 2 通りしか存在しない.

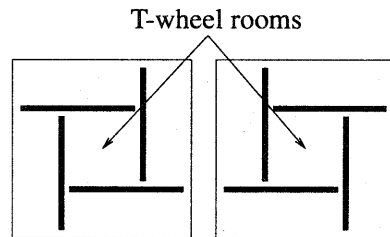


図 1: T-wheel rooms

空き部屋について, 次の補題が成り立つ.

**補題 1** 部屋数最小フロアプランにおいて, 空き部屋は必ず *T-wheel* である.

**証明** 部屋数最小フロアプランにおいて, ある空き部屋  $r$  が T-wheel でなかったとする. すると, その空き部屋の角で両端とも止められている壁  $w$  が必ず存在する (図 2). するとその壁  $w$  を平行移動する

ことにより部屋  $r$  をつぶしてもモジュール配置に影響をおよぼさない。これは部屋数が最小であることに矛盾する。よって、部屋数最小極大フロアプランにおいて、空き部屋は必ず T-wheel である。 □

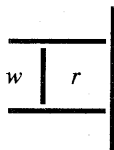


図 2: 両端で止められる壁の例

以上より、次の系が成り立つ。

系 1 空き部屋は chip の外壁に接しない。

また、次の補題について考える。

補題 2 壁の端点を共有する空き部屋は存在しない。

証明 壁の端点を共有する空き部屋が存在すると仮定する。補題 1 より、一般性を失うことなく、図 3 のように  $r_1$  と  $r_2$  が壁  $w$  に隣接するとできる。すると、壁  $w$  を平行移動することにより、 $r_1$ , ないし、 $r_2$  がつぶせることができ、部屋数が最小であることに矛盾する。よって、壁の端点を共有する空き部屋は存在しない。 □

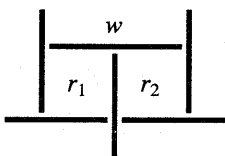


図 3: 空き部屋が端点を共有する場合

補題 1, 2 より、次の定理が成り立つ。

定理 1 一つの壁に隣接する空き部屋は高々 2 個である。

証明 ある壁に着目する。補題 1 より、その壁に隣接する空き部屋は端点を含む。また、一個の壁に端点は 2 個存在し、補題 2 より空き部屋は端点を共有し

ない。よって、一つの壁に隣接する空き部屋は高々 2 個である。 □

### 3 部屋数最小化問題

今、空き部屋数が  $k$  であるような部屋数最小フロアプランが存在するとする。このときの部屋数  $n$  の下限を評価する。

まず、空き部屋を点、壁を共有する空き部屋同士を枝で結ぶグラフ  $G = (V, E)$  を考える。ここで、 $|V| = k$  である。このとき、chip 上に存在する壁は chip の外壁が 4 本存在する。各空き部屋に壁は 4 本ずつ接続し、また、2 個の部屋で共有している壁の数は全部で  $|E|$  である。よって、全壁数は  $4k - |E| + 4$  以上であり、 $n \geq 4k - |E| + 1$  である。

そこで、 $|E|$  の最大値を求める。まず、補題 1 より、空き部屋は上下左右に 1 本ずつ壁が延びている。また、定理 1 より、ある壁を共有する空き部屋は高々 2 個である。すなわち、グラフ  $G$  は格子グラフから  $k$  点を選んだときの誘導部分グラフと考えることができる。ここで、次の定理が成り立つ。

定理 2 点数  $k$  である格子グラフの誘導部分グラフの枝数は高々  $2k - 2 \lceil \sqrt{k} \rceil + \alpha$  である。ここで、

$$\alpha = \begin{cases} 0 & 0 \leq \lceil \sqrt{k} \rceil - \sqrt{k} \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

証明 枝数最大となるような任意の点集合が与えられたとする。ここで、一般性を失うことなく、すべての点が第 1 象限に存在するとできる。そして、これを  $x$  軸原点方向に詰まるように点を  $y$  座標を保ちながら、平行移動する。この操作をしても、元のグラフからみて新しいグラフの枝数が減少することは無い。なぜなら、 $x$  軸方向の枝は同じ  $y$  座標を持つ点の数  $-1$  本以下しか存在せず、また、 $y$  軸方向の枝は隣接する水平方向の点の小さい方の数以下しか存在しないからである。同様に、 $y$  軸原点方向に平行移動しても枝数が減少することはない。よって、原点方向に詰まったグラフだけを考えれば、十分である。

今、グラフ  $G$  の  $x$  軸方向に  $p$ ,  $y$  軸方向に  $q$  の拡がりがあるとすると (図 4)。ここで、各点の次数は高々

4である。また、ある  $x$  座標での  $y$  座標が最大と最小の点は次数が 1 減り、同様にある  $y$  座標での  $x$  座標の最大と最小も次数が 1 減る。よって、全次数は  $4k - (2p + 2q)$  となり、 $G$  の枝数は  $|E| = 2k - (p + q)$  である。 $k$  は与えられた数なので、 $G$  の枝数は  $p + q$  によって定まる。 $pq \geq k$  より、

$$p + q \geq 2\sqrt{pq} \\ \geq 2\sqrt{k}$$

が成り立つ。また、等号は  $p = q = \sqrt{k}$  のとき成り立つ。また、 $p, q$  は、整数より、

$$p + q \geq \lceil 2\sqrt{k} \rceil \quad (1)$$

が成り立つ。ここで、次のような場合分けを考える。

1.  $0 \leq \lceil \sqrt{k} \rceil - \sqrt{k} \leq \frac{1}{2}$  の場合、

$$\lceil \sqrt{k} \rceil - \sqrt{k} \leq \frac{1}{2} \\ \lceil \sqrt{k} \rceil - \frac{1}{2} \leq \sqrt{k} \\ 2\lceil \sqrt{k} \rceil - 1 \leq 2\sqrt{k} \\ \leq \lceil 2\sqrt{k} \rceil$$

より、 $\lceil 2\sqrt{k} \rceil \geq 2\lceil \sqrt{k} \rceil$  である。よって、式 (1) は、

$$p + q \geq 2\lceil \sqrt{k} \rceil$$

となる。

2.  $\frac{1}{2} < \lceil \sqrt{k} \rceil - \sqrt{k} \leq 1$  の場合、

$$\lceil \sqrt{k} \rceil - \sqrt{k} < 1 \\ \lceil \sqrt{k} \rceil - 1 < \sqrt{k} \\ 2\lceil \sqrt{k} \rceil - 2 < 2\sqrt{k} \\ < \lceil 2\sqrt{k} \rceil$$

より、 $\lceil 2\sqrt{k} \rceil \geq 2\lceil \sqrt{k} \rceil - 1$  である。よって、式 (1) は、

$$p + q \geq 2\lceil \sqrt{k} \rceil - 1$$

となる。

以上より、必要条件は証明された。

また、十分条件に関しては以下の場合分けを考える。

1.  $0 \leq \lceil \sqrt{k} \rceil - \sqrt{k} \leq \frac{1}{2}$  の場合、

まず、 $0 \leq x \leq \lceil \sqrt{k} \rceil - 1$ ,  $0 \leq y \leq \lceil \sqrt{k} \rceil - 2$  の範囲にある格子点すべてに点をおく。残りの点数は  $k - \lceil \sqrt{k} \rceil (\lceil \sqrt{k} \rceil - 1)$  である。ここで、

$$\lceil \sqrt{k} \rceil - \sqrt{k} \leq \frac{1}{2} \\ \lceil \sqrt{k} \rceil - \frac{1}{2} \leq \sqrt{k} \\ \lceil \sqrt{k} \rceil^2 - \lceil \sqrt{k} \rceil + \frac{1}{4} \leq k$$

より、 $k > \lceil \sqrt{k} \rceil (\lceil \sqrt{k} \rceil - 1)$  である。よって、残りの点数は 1 以上である。次に残った点を  $y = \lceil \sqrt{k} \rceil - 1$  に  $x = 0$  から詰めて置く (図 5)。このとき、高々  $x = \lceil \sqrt{k} \rceil - 1$  ですべての点は置くことができる。なぜなら、このときの置くことができる点の最大数は  $\lceil \sqrt{k} \rceil^2$  であり、 $0 \leq \lceil \sqrt{k} \rceil - \sqrt{k}$  より、 $\lceil \sqrt{k} \rceil^2 > k$ 。よって、成り立つ。

2.  $\frac{1}{2} < \lceil \sqrt{k} \rceil - \sqrt{k} \leq 1$  の場合、

まず、 $0 \leq x \leq \lceil \sqrt{k} \rceil - 2$ ,  $0 \leq y \leq \lceil \sqrt{k} \rceil - 2$  の範囲にある格子点すべてに点をおく。残りの点数は  $k - (\lceil \sqrt{k} \rceil - 1)^2$  である。ここで、

$$\lceil \sqrt{k} \rceil - \sqrt{k} < 1 \\ \lceil \sqrt{k} \rceil - 1 < \sqrt{k} \\ (\lceil \sqrt{k} \rceil - 1)^2 < k$$

より、残りの点数は 1 以上である。次に残った点を  $y = \lceil \sqrt{k} \rceil - 1$  に  $x = 0$  から詰めて置く。このとき、高々  $x = \lceil \sqrt{k} \rceil - 2$  ですべての点は置くことができる。なぜなら、このときの置くことができる点の最大数は  $\lceil \sqrt{k} \rceil (\lceil \sqrt{k} \rceil - 1)$  である。また、

$$\frac{1}{2} < \lceil \sqrt{k} \rceil - \sqrt{k} \\ \sqrt{k} < \lceil \sqrt{k} \rceil - \frac{1}{2} \\ k < \lceil \sqrt{k} \rceil^2 - \lceil \sqrt{k} \rceil + \frac{1}{4}$$

より,  $k$  は整数なので,  $k \leq \lceil \sqrt{k} \rceil (\lceil \sqrt{k} \rceil - 1)$ . よって, 成り立つ.

以上より, 十分性も証明された. よって, 定理は成り立つ.  $\square$

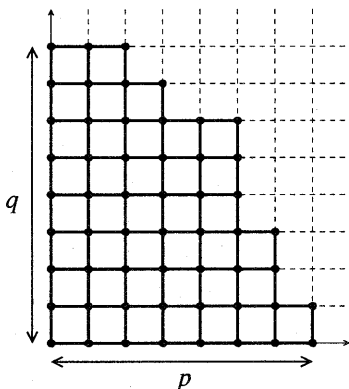


図4:  $x$  軸方向に  $p$ ,  $y$  軸方向に  $q$  の拡がりをもつグラフ  $G$

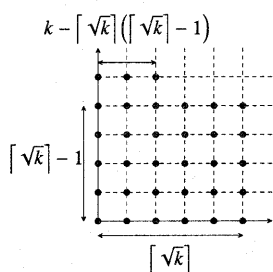


図5: 33 点のグリッドグラフ

よって, 次の定理が成り立つ.

**定理3** 空き部屋数が  $k$  であるような最小部屋数フロアプランの全部屋数は  $2k + 2 \lceil \sqrt{k} \rceil - \alpha + 1$  以上である. ただし,

$$\alpha = \begin{cases} 0 & 0 \leq \lceil \sqrt{k} \rceil - \sqrt{k} \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

である.

また, 明らかに次の系が成り立つ.

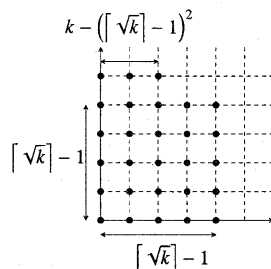


図6: 28 点のグリッドグラフ

系2 モジュール数  $m$  とそのときにすべてのフロアプランを表現するのに必要な空き部屋数  $k$  との関係は,  $k + 2 \lceil \sqrt{k} \rceil - \alpha + 1$  である.

また, 図7のように, 空き部屋数  $k$  で, 全部屋数が  $2k + 2 \lceil \sqrt{k} \rceil - \alpha + 1$  であるようなフロアプランが存在する. よって, 空き部屋数  $k$  では, 全部屋数が  $2k + 2 \lceil \sqrt{k} \rceil - \alpha + 1$  は必要十分条件である.

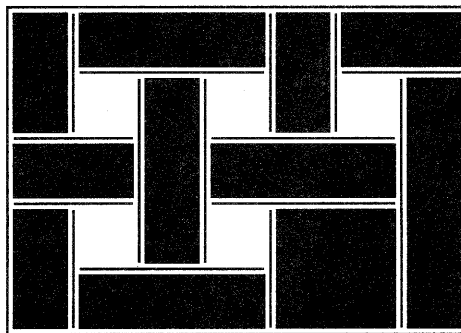


図7: 空き部屋数5, 全部屋数16の例

## 4 実験

第3節では空き部屋数と全部屋数, すなわち, モジュール数と必要な空き部屋数について必要十分条件を示した. この節では, 実験を行い, 先ほど述べた必要十分条件との比較を行う.

今回, フロアプランを表す表現手法として, CPG を拡張したものを用いる. CPG とは部屋と壁の関係を水平関係と垂直関係を表す有向2部グラフの対で

表現するものである。水平関係グラフでは各部屋と垂直壁を点とし、接続する部屋と壁の間に左側にあるものから右側にあるものへ有向枝を張る。垂直関係グラフも同様である。6 部屋から成るフロアプラン (図 8) を表現する CPG を図 9 に示す。

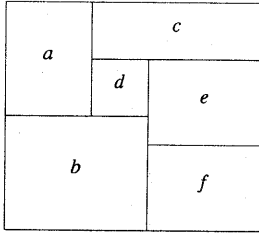


図 8: 6 部屋から成るフロアプランの例

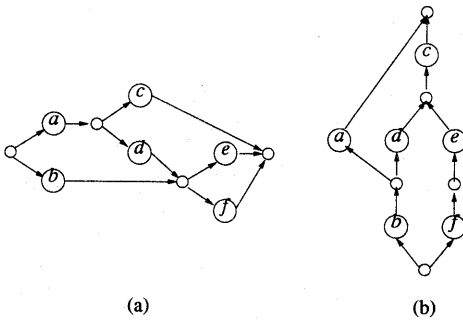


図 9: CPG : (a) 水平関係グラフ (b) 垂直関係グラフ

この表現手法を用いた場合、各壁の位置はそれぞれのグラフの最長パスを求めることにより得られる。各グラフは有向無閉路であるのでこの問題は枝数に比例した計算時間で求まり、また各グラフの枝数は部屋数に比例する。よって、各壁の位置は  $O(n)$  で求まる。

本研究では最適化手法として simulated annealing を採用し、move としては [12] で提案された Rotate と Bend を用いる。これらの move を用いると任意の構造から任意の構造へ変更可能であることが示されている。また、各壁に接続する入枝、出枝、それぞれを双方向リンクで結ぶことにより、各 move は定数時間で実現できる。

実験は乱数でつくったモジュール数 100 のデータ 10 個で行った。初期配置はモジュールが含まれる部屋と空き部屋を乱数で横一列にレイアウトしたものをを用いた。各データはそれぞれ 10 個の初期配置で空き部屋数を 0 ~ 100 で 10 刻みの 11 種類で実験した。SA は初期温度を 0.3、最終温度を 0.0001、スケジューリングは 0.99 倍、各温度で 1000 回の move を行った。また、面積はモジュールの面積の合計で正規化した。

実験結果として、図 10 に各データの空き部屋毎の平均を図 11 にそのときの実行時間を示す。ここで横軸は空き部屋数を示す。

モジュール数は 100 であるので、系 2 より、空き部屋数は最大 81 である。しかし、実験結果を見ると空き部屋数が 20 を越えるとあまり差は出ない。これは、実際上は空き部屋が 20 を越えて必要となることは少ないからだと考えられる。一方、実行時間はモジュール数の線形形である。これは各壁の座標を決定するのが部屋の線形時間であり、また、アルゴリズム中で座標を決定する部分が支配的であるからだと考えられる。

図 12、図 13 にそれぞれ、同じ入力データによる空き部屋数が 0 個の場合と 80 個の場合の結果を示す。

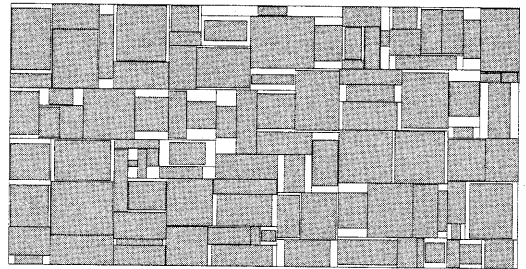


図 12: 空き部屋数 : 0 の例

## 5 終りに

本研究ではモジュール数が与えられたときに必要となる部屋数を評価した。これにより、フロアプラン問題を解くときに必要な部屋数の指針を与えるこ

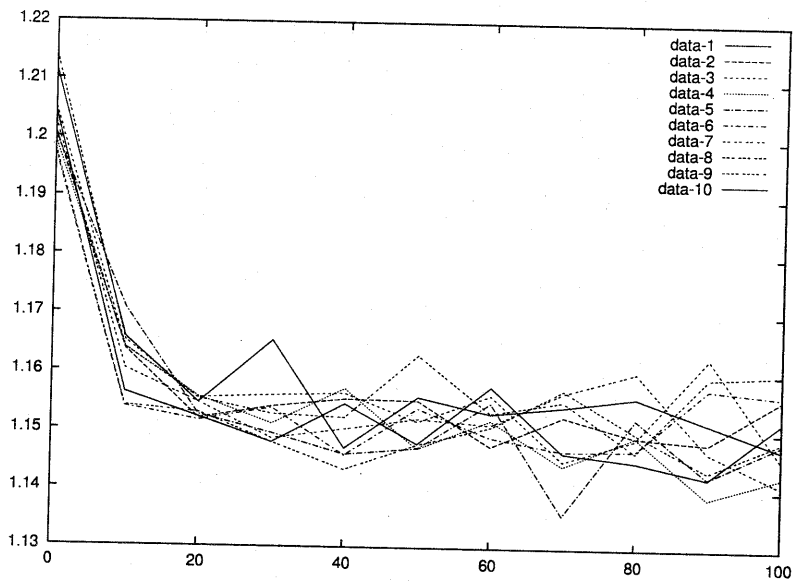


図 10: 実験結果

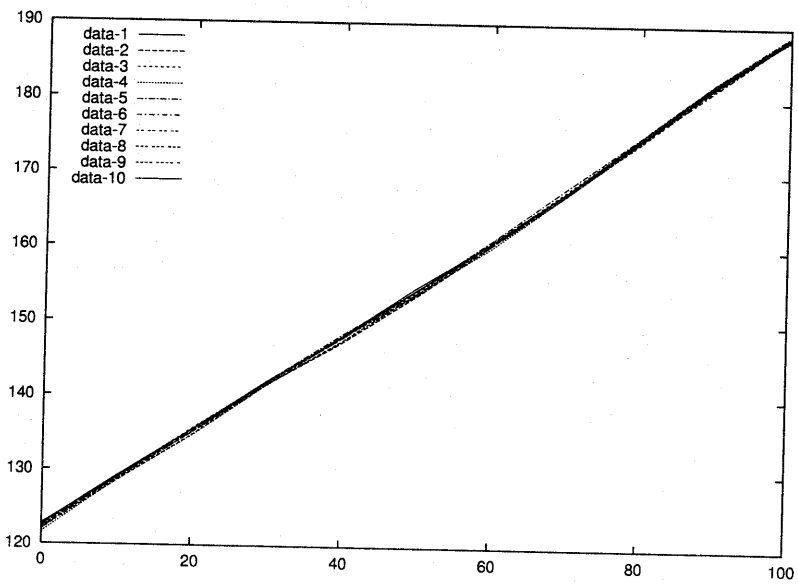


図 11: 実行時間

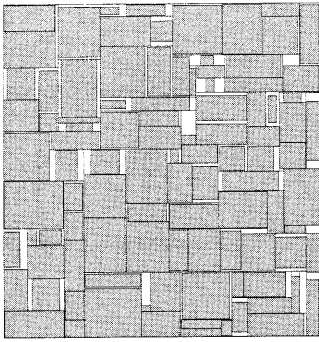


図 13: 空き部屋数 : 80 の例

とができると考えられる。また、ここで求められた部屋数が理論上の最大値であり、実際にはより少ない数で同等の面積をより短い時間で得られることを実験で確かめた。

今後の課題としては、

- 面積性能をほとんど落とさない最小の部屋数をフロアプランの表現手法によって異なるのかを確かめる。
- 配線を考えたモデルでの部屋数を考える。

などがあげられる。

本研究は CAD21 プロジェクトの一部である。

## 参考文献

[1] H. Murata, K. Fujiyoshi, S. Nakatake, and Y. Kajitani. VLSI Module Placement Based on Rectangle-Packing by the Sequence-Pair. *IEEE Trans. on Computer-Aided Design*, 15(12):1518–1524, Dec. 1996.

[2] S. Nakatake, K. Fujiyoshi, H. Murata, and Y. Kajitani. Module Packing Based on the BSG-Structure and IC Layout Applications. *IEEE Trans. on Computer-Aided Design*, 17(6):519–530, Jun. 1998.

[3] P. N. Guo, C. K. Chen, and T. Yoshimura. An O-tree representation of non-slicing floorplans and

its applications. In *Proc. DAC-99*, pages 268–273, 1999.

- [4] T. Takahashi. A New Encoding Scheme for Rectangle Packing Problem. In *Proc. of ASP-DAC 2000*, pages 175–178, 2000.
- [5] X. Tang and D. F. Wong. FAST-SP: A Fast Algorithm for Block Placement Based on Sequence Pair. In *Proc. of ASP-DAC 2001*, pages 521–526, 2001.
- [6] D. F. Wong and K. Teh. A new algorithm for floorplan design. In *Proc. of the 23rd DAC*, pages 101–107, 1986.
- [7] T. Ohtsuki, N. Suzigama, and H. Hawanishi. An optimization technique for integrated circuit layout design. In *Proc. of ICCST*, pages 67–68, 1970.
- [8] Sadiq M Sait and Habib Youssef. *VLSI PHYSICAL DESIGN AUTOMATION, Theory and Practice*, chapter 3, page 101. World Scientific, 1999.
- [9] X. Hong, G. Huang, Y. Cai, J. Gu, S. Dong, C.-K. Cheng, and J. Gu. Corner Block List: An Effective and Efficient Topological Representation of Non-Slicing Floorplan. In *Proc. of ICCAD-2000*, pages 8–12, 2000.
- [10] K. Sakanushi and Y. Kajitani. The Quater-State Sequence (Q-sequence) to Represent the Floorplan and Applications to Layout Optimization. In *Proc. of APCCAS 2000*, pages 829–832, 2000.
- [11] H. Murata, K. Fujiyoshi, T. Watanabe, and Y. Kajitani. A Mapping from Sequence-Pair to Rectangle Dissection. In *Proc. of ASP-DAC '97*, pages 625–633, 1997.
- [12] 大戸 友博, 高橋 篤司, and 梶谷 洋司. 疑似気圧モデルに基づく VLSI フロアプランの局所修正. *99-SLDM-93*, pages 127–134, 1999.