

## 待ち行列網解析システムTEDAS-Q

吉野 秀明, 片山 勤

NTT交換システム研究所

通信網, 計算機システム等の複雑なネットワーク型システムにおける呼(ジョブ)の網内総滞在時間やサーバの利用率等を総合的に効率よく評価する待ち行列網解析システム「TEDAS-Q」の開発経緯, 機能概要について報告する。TEDAS-Qは, 分解近似法と呼ばれる非マルコフ型待ち行列網モデルに対する解析法を基に, 優先処理モデル, 複数サーバモデルに対する拡張・改良を行い, さらに, マンマシン・インタフェース等の機能の充実を図って実現したシステムである。本稿では, この解析アルゴリズムの概要を示すと共に, パケット交換網モデル等への応用例を挙げ, その有効性を示す。

QUEUEING NETWORK ANALYSIS SYSTEM : TEDAS-Q

Hideaki YOSHINO and Tsuyoshi KATAYAMA

NTT Communication Switching Laboratories  
9-11, Midori-Cho 3-Chome  
Musashino-Shi, Tokyo 180 Japan

A software tool called TEDAS (Traffic Evaluation and Design Assistant System) has been developed for analyzing the performance of communication and computer systems. Its subsystem TEDAS-Q (Queueing network analysis subsystem) is a new tool that analyzes general non-Markovian queueing network models, such as priority models and multi-server models. This paper presents the main functions and features of TEDAS-Q, and its application to basic queueing network models and a multimedia packet communication network model.

## 1. まえがき

高度化・多様化する通信サービスの要求を満たすべく、新しい交換方式、通信方式の研究・開発が推進されており、これに伴ってシステムのトラヒック処理特性評価・設計の迅速化・効率化が必要とされている。トラヒック評価・設計支援システム「TEDAS(Traffic Evaluation and Design Assistant System)」<sup>[1]</sup>は、このような背景から開発に着手したものであり、既に、各種待ち行列モデルや状態方程式の数値解析機能を有した数値解析サブシステム「TEDAS-N」<sup>[1]</sup>、およびトラヒックモデルの図形入力によりシミュレーションを実行するシミュレーション支援システム「TEDAS-S」<sup>[2]</sup>を開発し実用に供してきた。

今回、通信網、計算機システム等の複雑なネットワーク型システム(Queueing Network Model)における呼(ジョブ)の網内総滞在時間やサーバの利用率等を総合的に効率良く評価することができる待ち行列網解析システム「TEDAS-Q」を開発した。本稿では、TEDAS-Qの機能・構成の概要およびその適用例を報告する。

本稿の構成は以下のとおりである。まず、2章では、TEDAS-Q開発の背景と基本的な開発方針を示す。続いて、3章では、TEDAS-Qのシステム構成と機能概要をその特徴と併せて整理し、4章では、各種機能を実現する上での中心となる解析アルゴリズムの概要を示す。最後に5章において、TEDAS-Qの適用例を示し、その精度検証を行う。

## 2. 開発の背景・狙い

TEDAS-Qに先行し開発したTEDAS-Nは、アーラン損失式や待合せ式等の単一ノード待ち行列システムに対する計算式を用いて数値解析するシステムである。TEDAS-Nを用いてネットワークを構成する基本要素である単一ノードを詳細に解析することは方式設計段階および設備数算出段階において重要である。しかしながら、単一ノードの解析のみでは、ネットワーク内の異なるノード間の強い相関を無視することになるため、対象とするシステムをネットワークとして捉え、総合的にそのトラヒック特性を評価することは不可能である。

このような理論解析が困難である複雑なネットワーク型システムの性能評価にはシミュレーションが使われることが多い。TEDAS-Sは、利用者が対象とするモデルを図形により入力することでシミュレーション実行プログラムを自動的に生成する機能を有するシミュレーション支援システムである。これにより、利用者がシミュレーション言語を知らなくてもシミュレータが作成でき、シミュレーション言語の習得およびモデル作成に要する時間を大幅に削減できる。しかしながら、モデルが大規模、複雑になるにつれて実行時間および所要メモリ量が共に膨大となり、シミュレーションによるシステム評価が困難となる場合がある。

以上に示したような単一ノードモデルおよびシミュレーションモデルでは解析が困難な複雑で大規模なネットワーク型システムに対する性能評価モデルとして、待ち行列網モデルが広く知られており、特に、多重プ

ログラミング・システムに対する優れた解析モデルとして計算機分野において活発に研究されてきた<sup>[3]</sup>。

待ち行列網モデルを解析するソフトウェア・パッケージも国内外で盛んに開発されるようになった<sup>[4]</sup>。これらの待ち行列網解析パッケージのほとんどは、計算機システムの性能評価を主な目的としており、BCMPタイプの閉鎖型待ち行列網に対する解析アルゴリズムに基づくものが多い。一方、通信システム分野では、計算機分野では従来あまり扱われていなかった開放型待ち行列網モデルの解析が必要となる。これに対するパッケージとしては、Bell研究所で開発されたQNA<sup>[5,6]</sup>が広く知られている。

閉鎖型待ち行列網モデルについては20種類以上の解析パッケージが報告されているのに対し、通信網の性能評価モデルである開放型待ち行列網モデルに関しては、理論的および実用的研究の双方とも十分とは言えない。

TEDAS-Qは、以上に示した背景を考慮した上で、次に挙げる設計思想を掲げて開発を行った。

- (1)通信網の性能評価モデルである開放型待ち行列網モデルを扱えること。さらには、将来のマルチメディア通信への適用を考慮し、到着過程・サービス時間等の異なる複数の呼のクラスを扱え、任意の網形態の非マルコフ型待ち行列網モデルの性能評価が可能なこと。
- (2)トラヒック設計者のみでなく一般利用者にも容易に使えるよう、高度なマンマシン・インタフェースを備え、操作性および応答性に優れていること。

## 3. システム構成・機能

### 3.1 システム構成

TEDAS-Qは、対象とする待ち行列網モデルを定義する入力処理部、入力パラメータをもとにネットワークの性能評価を行う解析処理部、およびスループット、網内総滞在時間等の解析結果を出力、編集する出力処理部からなる(図1)。複雑な待ち行列網モデルをユーザが定義する入力処理部と出力処理部には、高度なマンマシン・インタフェースが要求される。このため、入出

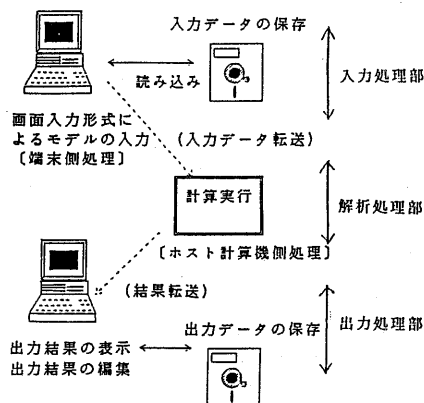


図1 TEDAS-Qのシステム構成

力処理部は操作性・汎用性に優れたパソコンで行い、高速演算(行列演算)を要する解析処理部はホスト計算機で行う構成とした。また、開発言語には、ソフトウェアの開発効率・移植性を考慮して、入力処理部にC言語を採用し、さらに、既存ソフトの流用等を考慮し、解析処理部にFORTRANを採用した。

### 3. 2 主要機能

#### (1) 非マルコフ型モデルが解析可能

QNAと同様、網内の呼(またはジョブ)のフローを2次までのモーメント(到着率, 変動係数)で特徴付け、網内の各ノードを各々独立なノードとして解析する"分解近似法"を採用することにより、ノード間の相関を反映した総合的なネットワークの評価を可能とすると共に、大規模な(100ノードまで)非マルコフ型待ち行列網モデルの解析が可能である。表1にTEDAS-Qで解析可能なモデル条件を示す。

#### (2) 優先処理モデルが解析可能

QNAで解析可能なモデルは、ノードでのサービス規律として到着順規律のみに限られていた。TEDAS-Qでは、通信網や計算機システムで頻繁に見受けられる優先処理に対応するため、呼のクラスとして2クラスまでを許し、2クラスの呼が加わるノードでは非割込み優先処理に従うとする優先権のある待ち行列網モデルの解析を可能としている。このために必要な解析アルゴリズムは独自に開発したものをを用いている<sup>[7]</sup>。

#### (3) パソコン入出力による容易な操作性

データの入力(図2(a),(b))は、パソコン(PC98シリーズ)上の画面入力形式、すなわち、ディスプレイ上の漢字仮名混じりの画面の指定欄にパラメータを入力する形式を採用していることから、極めて操作性が良く、複雑な網モデルも容易に入力することが可能である。図2(b)に示す各ノード・クラス毎のパラメータ入力画面の他に、表形式でモデル全体のパラメータを修正できる画面も用意している。

入力データは、すべてパソコンのフロッピー・ディスク(FD)上に保存することができ、これらの読出し、書込み等のファイル操作は、ポップアップ・メニュー(図2(a),(c)参照)の中からカーソルキーで項目を選択する形式であるため、入力データの修正、変更を容易に行うことができる。

また、計算実行に際してパソコン・ホスト計算機間の入出力データの送受信は自動化されており、通信エミュレータを介しての煩雑な操作がなく、高速な応答性を実現している。

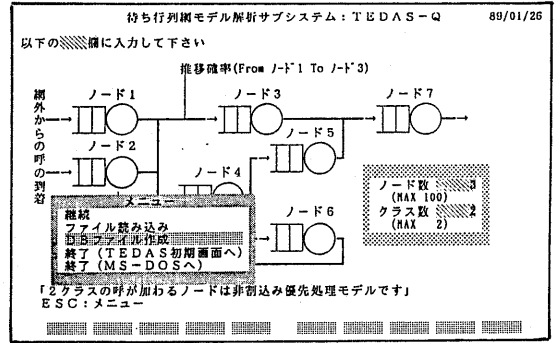
ホスト計算機での計算終了後自動的にパソコン画面に表示される解析結果(図2(c))は、入力データと同様、FD上に保存することができると共に、市販の汎用データベース・ソフト(MULTIPLAN, LOTUS1-2.3等)用ファイルへの変換機能を有し、グラフ、表の作成等、市販ソフトの豊富な編集機能を活用できる。

#### (4) 豊富な入出力

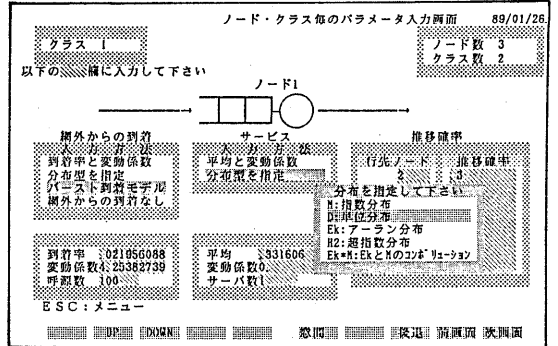
モデルの入力パラメータである網外からの呼の到着間隔および各ノードでのサービス時間の入力方法とし

表1 TEDAS-Qの対象モデル

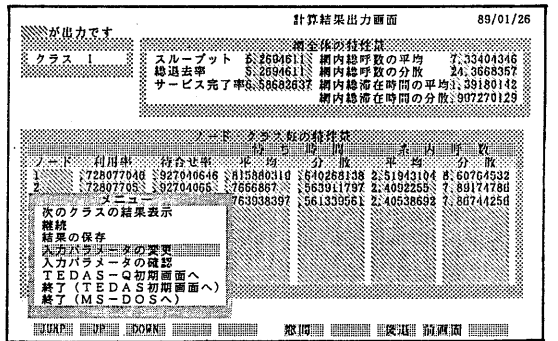
① 網形態	開放型で任意の網形態
② ノード数	最大100ノード(端末側のメモリ制約)
③ 呼種	クラス1, クラス2の2呼種
④ 呼の到着	網外から各ノードへのクラス毎の呼の到着過程は再生過程
⑤ サービス	各ノードは、待ち室無限、サービス時間が一般分布に従う複数サーバ。1クラスの呼のみが加わるノードは到着順規律、2クラスの呼が加わるノードはクラス1の呼に優先権を与える非割込み優先規律
⑥ 呼のフロー	サービス終了後の行き先ノードはクラス毎の推移確率で表される。



(a) 初期画面



(b) 入力画面



(c) 出力画面

図2 TEDAS-Qの入出力画面例

て、平均(到着率)および変動係数を入力する方法と分布を指定する方法の2通りを用意している。選択可能な分布型として、指数分布、単位分布、アーラン分布、超指数分布、指数分布とアーラン分布のコンボリューション(たたみこみ)の5種類があり、各々パラメータを入力することにより、変動係数がパソコン側で計算される。さらに上記2通りの入力の他に、網外からの到着過程としてパケット化音声の発生過程モデルとして知られるバースト到着モデル(図3)<sup>[9]</sup>の入力が可能である。

出力項目には、図2(C)に示すとおり、待合せ率、待ち時間の平均・分散等の各ノード・クラス毎の特性量とスループット・網内総呼数の平均・分散等の網全体の特性量の2種類を用意している。

#### 4. 解析アルゴリズム

本章では、TEDAS-Qの各種機能を実現する上での中心となる解析アルゴリズムについて概説する。前節に示したとおり、この解析アルゴリズムは、QNAで用いられている非マルコフ型待ち行列網モデルに対する分解近似法を基に、優先処理モデルを扱えるよう拡張し、さらには複数サーバモデルの待ち特性量の近似に改良を加えたものである。そこで以下では、これらの改良・拡張点を中心に本近似解析アルゴリズムの概要を示す。なお、QNAの分解近似法の詳細に関しては、文献[5,6]を参照されたい。

##### 4.1 優先処理モデルに対する近似解法

優先権のある待ち行列網モデルは、割込み継続型後着順サービスに従うBCMP型モデルを除いては積形式が成立しない。このため、優先権のある待ち行列網モデルに対する既存研究では近似解析による検討が行われており、その中心をなす近似解法として仮想サーバ法と呼ばれる手法が知られている<sup>[9]-[13]</sup>。

TEDAS-Qでは、この優先権のある待ち行列網モデルに対する仮想サーバ法と単一クラスの非マルコフ型待ち行列網モデルに対する分解近似法の2つを併用した近似解法により、網内の各ノードが非割込み優先処理を行う単一サーバからなる非マルコフ型待ち行列網モデルの解析を可能としている。以下では、これら2種類の近似解法の概要を示す。

##### (1) 仮想サーバ法

優先処理ノードを優先呼(クラス1)、非優先呼(クラス2)を別々にサービスする2つの仮想的なサーバ(仮想サーバ)に分離することで、2クラスの呼が加わる待ち行列網モデルを解析の容易な2つの単一クラス待ち行列網モデルに分離する。

割込み継続型待ち行列網に対する既存の仮想サーバ法では、そのほとんどが仮想サーバへの到着間隔およびサービス時間分布として指数分布を仮定している。これは、分離後のクラス毎のモデルを積形式の成立するマルコフ型モデルとして解析を容易にするためである。TEDAS-Qでは、到着間隔およびサービス時間の2次元モーメントまでを考慮した新たな仮想サーバ法<sup>[17]</sup>を用いることで、非マルコフ型の優先権のある待ち行列網

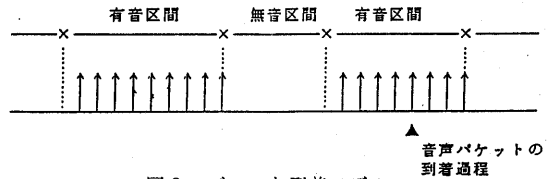


図3 バースト到着モデル

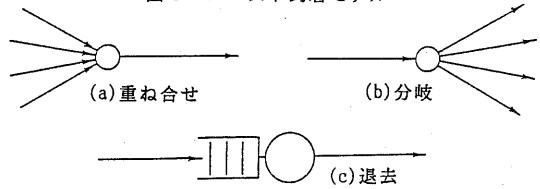


図4 基本的ネットワークオペレーション

モデルの解析を可能としている。

##### (2) 分解近似法

仮想サーバ法を適用することで得られるクラス毎の待ち行列網モデルは積形式解を持たない単一クラスの非マルコフ型待ち行列網モデルとなる。これに対する近似解法として、待ち行列網解析パッケージQNAに採用されている分解近似法を適用する。

分解近似法の基本となる手法は、各ノードへの呼の到着過程および各ノードでのサービス過程を2つのパラメータ、平均と変動係数によって特徴付けることにより、各ノードを独立な待ち行列モデルとして近似解析を行う点にある。

網内の呼のフローを特徴付けるパラメータは、図4において示される、重ね合せ・分岐・退去の3種類の基本的なネットワークオペレーションの各々に対する近似を組み合わせて導かれた「トラヒック率方程式」、「トラヒック変動方程式」を解くことによって得られる。これにより、各ノードへの呼の到着過程は、到着率と変動係数の2つのパラメータで近似される。これらのパラメータおよびサービス時間の平均と変動係数を用いて各ノードを独立なGI/G/1待ち行列モデルとして、待ち時間の平均・分散等の特性量が評価される。

以上の仮想サーバ法、分解近似法の2種類の、近似解法の併用により、優先権のある非マルコフ型待ち行列網モデルの解析が可能となる。本アルゴリズムの解析フローを図5に示す。

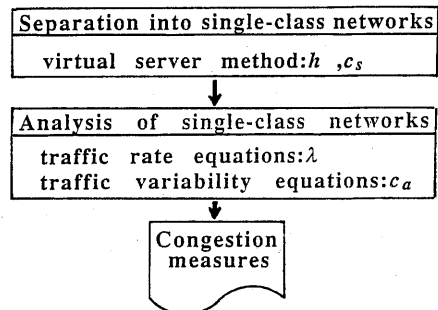


図5 TEDAS-Qの解析フロー

#### 4. 2 複数サーバモデルに対する近似解析

優先処理モデルでは、2クラスの呼が加わるノードは単一サーバモデルに限られていたのに対し、1クラスの呼のみが加わる場合は、各ノードが複数サーバであるモデルを扱うことが可能である。

QNAにおいても複数サーバノードを含む網モデルの解析が可能であるが、複数サーバノードに対して採用されている近似は、単一サーバノードに対する近似と比較して、十分な検討がなされていない。特に、重要な特性量である平均待ち時間の近似にはM/M/sモデルの平均待ち時間(EW(M/M/s))と記す。以下同様)に重負荷近似を考慮した項を乗じた

$$EW(GI/G/s) = \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} EW(M/M/s) \quad (1)$$

$c_a^2$ : 到着過程の変動係数,

$c_s^2$ : サービス時間の変動係数

を用いており、十分な精度が得られないと考えられる。

一方、GI/G/sモデルの平均待ち時間に対する近似は、Page<sup>[14]</sup>、逆瀬川<sup>[15]</sup>、木村<sup>[16, 17]</sup>らにより検討され、上記(1)式と比較し、より精度の優れている近似式がいくつか提案されている。

そこで、TEDAS-Qでは、これらの近似のうち近似精度の点で優れている木村の近似<sup>[16]</sup>：

$$EW = EW(GI/G/1) \prod_{n=2}^s \left[ \frac{1 - c_a^2}{c_a^2 + c_s^2} \cdot \frac{EW(D/M/n)}{EW(D/M/n-1)} + \frac{1 - c_s^2}{c_a^2 + c_s^2} \cdot \frac{EW(M/D/n)}{EW(M/D/n-1)} + \frac{2(c_a^2 + c_s^2 - 1)}{c_a^2 + c_s^2} \cdot \frac{EW(M/M/n)}{EW(M/M/n-1)} \right] \quad (2)$$

をもとに、EW(D/M/s)、EW(M/D/s)にCosmetatosによる近似を用いて簡略化を図った以下の近似式を採用することにより近似精度の向上を図っている。

$$EW(GI/G/s) = \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \cdot f \cdot EW(M/M/s) \quad (3)$$

ここで、

$$f = \frac{g}{(c_a^2 + c_s^2)^{s-1}} \prod_{n=2}^s \left[ (1 - c_a^2) \frac{1 - 4\gamma(n, \rho)}{1 - 4\gamma(n-1, \rho)} + (1 - c_s^2) \frac{1 + \gamma(n, \rho)}{1 + \gamma(n-1, \rho)} + 2(c_a^2 - c_s^2 - 1) \right] \quad (4)$$

$$g = \exp \left[ -\frac{2(1 - \rho^*) (1 - \min(c_a^2, 1))^2}{3\rho^* (c_a^2 + c_s^2)} \right] \quad (5)$$

$$\gamma(n, \rho) = (1 - \rho)(n-1) \frac{\sqrt{4+5n-2}}{16\rho n} \quad (6)$$

#### 5. 適用例

本章では、TEDAS-Qの適用例を示し、解析アルゴリズムの近似精度を検証する。まず、5.1節において、基本モデルを対象として、優先処理モデルに対する解析アルゴリズム、および複数サーバモデルに対する近似に関して精度検証を行う。続いて、5.2節において、網形態がより複雑なバケット交換網モデルに対する応

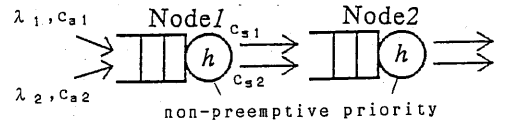


図6 優先処理モデル

表2 優先処理行の入力データ

case	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$c_{a1}^2$	$c_{a2}^2$	$c_{s1}^2$	$c_{s2}^2$
1	0.2	0.4	1.0	1.0	1.0	1.0
2	0.4	0.4	1.0	1.0	1.0	1.0
3	0.2	0.4	2.0	2.0	1.0	1.0
4	0.4	0.4	2.0	2.0	1.0	1.0
5	0.2	0.4	1.0	1.0	0.0	0.0
6	0.4	0.4	1.0	1.0	0.0	0.0
7	0.2	0.4	2.0	2.0	0.0	0.0
8	0.4	0.4	2.0	2.0	0.0	0.0

用例を示す。なお、呼のクラスが1種類で網内の各ノードが単一サーバである網モデルに対しては、QNAと同一の精度となる。QNAの精度検証については、文献[18]において詳細に検討されているので参照されたい。

#### 5. 1 精度検証

##### (1) 優先処理モデル

図6に示すような2クラスの呼が加わる2ステージのタンデム型待ち行列網モデルを考える。ノード1、ノード2への各クラスの呼の到着間隔は一般分布とし、到着率と変動係数をそれぞれ、クラス1に対して $\lambda_1, c_{a1}$ 、クラス2に対して $\lambda_2, c_{a2}$ とする。また、平均サービス時間hは各クラス、各ノード共等しく $h=1$ とし、ノード1におけるサービス時間の変動係数をクラス1、クラス2に対して、それぞれ $c_{s1}, c_{s2}$ 、ノード2におけるサービス時間分布は指数分布とする。

表2に示す8ケースに対して、ノードiにおけるクラスkの呼の平均待ち時間 $E[W_{ki}]$ およびクラスkの呼に対する網内総滞在時間 $E[T_k]$ の解析結果とシミュレーション結果との比較を表3に示す(シミュレーションには、シミュレーション支援システムTEDAS-Sを使用)。これより、外部からの到着間隔の変動係数が高い場合(ケース3, 4, 7, 8)には、ノード2における平均待ち時間に対して過大評価を与えていることが判る(但し、ケース4の $E[W_{22}]$ については、シミュレーションの精度に問題があると考えられる)。このことは、到着過程の変動係数が高い場合には、仮想サーバ法から得られるノード1からの退去過程に対する近似の精度が十分では無いことに起因すると考えられる。しかしながら、ノード1での平均待ち時間および外部からの到着間隔が指数分布に従う場合(ケース1, 2, 5, 6)のノード2での平均待ち時間に関しては、ある程度の精度が得られている。

##### (2) 複数サーバモデル

初めに、平均待ち時間に対する近似式(式(3))のみの精度を検証するため、単一ノードモデルに対して精度検証を行う。PH/E<sub>2</sub>/5モデルの平均待ち時間に対する厳密解との比較を表4に示す。この表より、式(3)を

表3 優先処理モデルに対する精度検証

case	Sim./Approx.	E[W <sub>11</sub> ]	E[W <sub>21</sub> ]	E[W <sub>12</sub> ]	E[W <sub>22</sub> ]	E[T <sub>1</sub> ]	E[T <sub>2</sub> ]
1	simulation	0.758	1.880	0.737	1.952	3.486	5.814
	(95% confidence)	±0.043	±0.183	±0.064	±0.208	±0.139	±0.409
	TEDAS-Q	0.750	1.87	0.770	2.11	3.520	5.987
2	simulation	1.320	6.533	1.277	6.429	4.582	14.95
	(95% confidence)	±0.056	±1.223	±0.096	±0.738	±0.187	±1.967
	TEDAS-Q	1.33	6.67	1.44	8.98	4.773	17.64
3	simulation	0.886	2.102	1.148	1.736	4.060	5.831
	(95% confidence)	±0.051	±0.084	±0.062	±0.098	±0.138	±0.173
	TEDAS-Q	0.875	2.19	0.890	2.51	3.765	6.694
4	simulation	1.673	8.456	1.779	3.490	5.461	13.93
	(95% confidence)	±0.118	±1.730	±0.084	±0.275	±0.218	±2.019
	TEDAS-Q	1.67	8.33	1.72	11.3	5.387	21.60
5	simulation	0.386	0.982	0.607	1.410	2.984	4.375
	(95% confidence)	±0.010	±0.012	±0.044	±0.138	±0.080	±0.179
	TEDAS-Q	0.375	0.937	0.755	1.79	3.130	4.725
6	simulation	0.693	3.538	1.111	5.590	3.804	11.12
	(95% confidence)	±0.021	±0.542	±0.114	±1.343	±0.162	±1.893
	TEDAS-Q	0.667	3.33	1.33	6.67	4.000	12.00
7	simulation	0.443	1.047	0.695	1.531	3.149	4.575
	(95% confidence)	±0.018	±0.039	±0.051	±0.083	±0.066	±0.076
	TEDAS-Q	0.500	1.25	0.875	2.19	3.375	5.437
8	simulation	0.873	4.563	1.277	5.888	4.157	12.44
	(95% confidence)	±0.029	±0.439	±0.149	±1.445	±0.175	±1.896
	TEDAS-Q	1.00	5.00	1.61	8.96	4.613	15.96

表4 PII/E2/5サーバに対する精度検証

c <sub>a</sub> <sup>2</sup>	ρ	EXACT	TEDAS-Q eq.(3)	QNA eq.(1)	Kimura eq.(2)
0.25	0.7	0.058	0.057	0.094	0.056
	0.9	0.515	0.507	0.572	0.507
0.5	0.7	0.099	0.103	0.126	0.102
	0.9	0.719	0.727	0.762	0.728
1.0	0.7	0.195	0.193	0.189	0.193
	0.9	1.153	1.151	1.144	1.151
2.0	0.7	0.365	0.363	0.315	0.364
	0.9	1.991	1.973	1.906	1.971
4.0	0.7	0.727	0.707	0.567	0.710
	0.9	3.718	3.619	3.431	3.612

表5 複数サーバ・タンデム型サーバに対する精度検証

utilization node1	node2	Simulation (95% conf. int.)	TEDAS-Q eq.(3)	QNA eq.(1)	Kimura eq.(2)
0.4	0.6	0.334(±0.033)	0.314*	0.443	0.314*
	0.7	0.919(±0.065)	0.900*	1.102	0.896*
	0.8	2.481(±0.112)	2.477*	2.771	2.476*
	0.9	8.044(±0.266)	8.176*	8.578	8.188*
0.8	0.6	0.156(±0.010)	0.157*	0.221	0.157*
	0.7	0.445(±0.026)	0.450*	0.551	0.448*
	0.8	1.238(±0.045)	1.238*	1.385	1.238*
	0.9	4.034(±0.214)	4.088*	4.289	4.094*

\* means within 95% confidence interval

用いることにより、QNAと比較してかなりの精度の向上が期待できる。また、EW(D/M/S)、EW(M/D/S)に対してCosmetatosの近似を用いることによる近似精度の劣化はほとんど無いことが木村の近似(式(2))との比較により確認できる。

続いて、2ステージのタンデム型モデルに対して、シミュレーションとの比較により近似精度の検証を行う。ここでは、第1ステージへの呼の到着間隔分布、および各ステージでのサービス時間分布が共に2次のアーラン分布に従い、第1ステージが単一サーバ、第2ステージのサーバ数が5であるモデル(E<sub>2</sub>/E<sub>2</sub>/1→/E<sub>2</sub>/5)を対象に、第2ステージでの平均待ち時間に関して精度検証を行った。第1ステージにおける平均サービス時間を1に固定し、第2ステージにおけるサービス時間を変化させたときのシミュレーションとの比較を表5に示す。ここで、シミュレーションの95%信頼区間内に入る評価値に対しては\*を付してある。同表より、QNAでは、シミュレーションとの相対誤差が最大41%となっているのに対し、式(3)を採用することで相対誤差が6%以内に収まっていることが判る。このことから、TEDAS-Qを用いることにより、複数サーバノードを含む網モデルに対しても満足できる精度で評価を行うことが可能であると考えられる。

### 5.2 応用例

本節では、音声・データ統合パケット交換網モデルに対するTEDAS-Qの適用例を示す。図7に示すような、5個のパケット交換機と14本のリンクからなるパケット交換網モデルを考える。これは、文献[19, pp.122-126]、およびQNAの性能評価<sup>[18]</sup>で扱われているパケット交換網モデルをもとに、音声・データの2呼種が加わる優先処理モデルに拡張したものである。

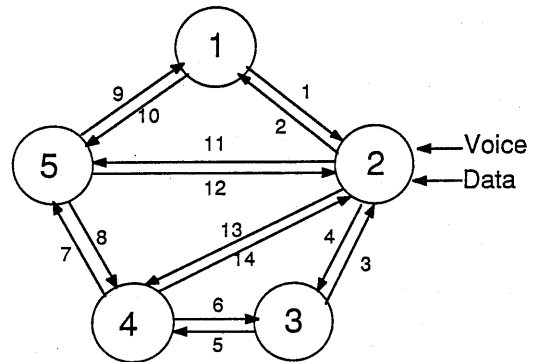


図7 音声・データ統合パケット交換網モデル

上記文献での定義と同様、網内のパケットのフローを目的地行列D≡(d<sub>ij</sub>)、およびルーチング行列R≡(r<sub>ij</sub>)により表す。すなわち、d<sub>ij</sub>は、外部から交換ノードiに到着したパケットが交換ノードjを目的地とする割合を示し、r<sub>ij</sub>は、目的地がjであるパケットが交換ノードiから次に経由するリンク番号を表す。ここで、ルーチング方式には確率ルーチングを仮定し、確率pでルーチング行列R<sub>1</sub>に従うルートを選択し、確率1-pでルーチング行列R<sub>2</sub>に従うルートを選択するものとする。ここでは、これらのパラメータとして次の値を用いる。

$$D \equiv (d_{ij}) = \begin{pmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.6 \\ 0.3 & 0.0 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 0.0 & 0.5 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.0 & 0.6 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 & 0.5 & 0.0 \end{pmatrix}$$

$$R \equiv (r_{ij}) = pR_1 + (1-p)R_2$$

表6 ネット交換機の入力データ

ノード (リンク #)	外部到着*		先行ノード (リンク#)	推移確率
	音声	データ		
1	12	0.30	3	0.5
2	46	0.45	-	-
3	61	0.60	-	-
4	18	0.45	2	0.667
5	43	1.05	7,14	0.286p, 0.286(1-p)
6	17	0.30	-	-
7	30	0.53	9	0.115
8	37	0.45	6	0.136
9	37	0.45	-	-
10	49	1.20	8,12	0.250p, 0.250(1-p)
11	15	0.15	9	0.12(1-p)/(0.12+1.04(1-p))
12	49	0.60	13	1.1(1-p)/(0.15+1.1(1-p))
13	30	0.30	6	0.15(1-p)/(0.35+1.1(1-p))
14	38	0.68	11	1.04(1-p)/(0.12+1.04(1-p))

\*音声:端末数; データ:到着率

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 10 & 10 \\ 2 & 0 & 3 & 13 & 11 \\ 4 & 4 & 0 & 5 & 5 \\ 7 & 14 & 6 & 0 & 7* \\ 9 & 12 & 8 & 8* & 0 \end{pmatrix}, R_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 10 & 10 \\ 2 & 0 & 3 & 13 & 11 \\ 4 & 4 & 0 & 5 & 5 \\ 7 & 14 & 6 & 0 & 14* \\ 9 & 12 & 8 & 12* & 0 \end{pmatrix}$$

ただし、行列  $R_1$ ,  $R_2$  の差 (上記\*) は、ノード4-ノード5間の経路として、確率pで直通リンク(リンク番号7,8)を選択し、確率1-pでノード2への迂回経路をとることを意味する。

外部到着トラヒックとしては、音声・データの2呼種のパケットを考え、リンクへのパケット送出に際し、実時間性の厳しい音声に非割込み優先権を付与するものとする。

音声パケットの到着過程には、3章で述べたバースト到着モデルを仮定し、有音区間・無音区間を各々1860[ms], 2850[ms], 有音時のパケット発生間隔を16[ms]とする<sup>[20]</sup>。また、データパケットはポアソン過程に従って到着するものとする。ここでは、各交換ノードに加わる音声端末数(呼源数)を、交換ノード1から順に61,152,61,85,122端末とし、データパケットの到着率は全交換ノードに対して1500[pkt/s]とする。

また、パケット長は、音声・データ共に固定長で64[Byte], リンク速度は1.536[Mb/s]とする。このとき、平均サービス時間は、1/3[ms], サービス時間の変動係数は0となる。

以上に示した網モデルを規定する目的地行列、ルーチング行列、交換ノードへの外部到着トラヒックの3種のパラメータより、TEDAS-Qでの入力データを表6のように求めることができる。

表7は、ルーチング選択確率をp=0.5としたときの上記モデルに対するTEDAS-Qの出力結果例である。特性量として、音声・データ各々の各リンクでの利用率および平均待ち時間を示している。また、TEDAS-Qの出力結果との比較を行うため、各リンクへのパケットの到着が各々独立であると仮定した場合(例えば、交換ノード

表7 ネット交換機における平均待ち時間の解析結果

ノード (リンク#)	利用率		TEDAS-Q		$\bar{M}/\bar{D}/1$ 優先モデル		$\bar{G}/\bar{D}/1$ 優先モデル	
	音声	データ	音声	データ	音声	データ	音声	データ
1	0.10	0.10	0.078	0.098	0.037	0.046	0.078	0.098
2	0.48	0.23	0.378	1.268	0.224	0.752	0.425	1.427
3	0.55	0.25	0.589	2.964	0.298	1.497	0.614	3.089
4	0.15	0.15	0.107	0.152	0.058	0.083	0.107	0.152
5	0.35	0.35	0.289	0.975	0.182	0.613	0.289	0.975
6	0.24	0.15	0.102	0.168	0.085	0.140	0.152	0.249
7	0.30	0.22	0.172	0.362	0.124	0.259	0.207	0.432
8	0.35	0.20	0.215	0.484	0.143	0.322	0.250	0.561
9	0.38	0.20	0.224	0.533	0.155	0.369	0.276	0.657
10	0.40	0.40	0.360	1.829	0.224	1.139	0.360	1.829
11	0.42	0.27	0.297	0.998	0.198	0.644	0.347	1.129
12	0.45	0.25	0.352	1.192	0.215	0.724	0.389	1.309
13	0.60	0.30	0.713	7.267	0.378	3.762	0.821	7.977
14	0.36	0.28	0.243	0.672	0.167	0.462	0.278	0.766

3から交換ノード1へのパスを通るパケットは、リンク4とリンク2に、それぞれ独立に加わるとする)の平均待ち時間を以下の2通りに対して求めた値を同表に併記する。

- ①  $\bar{M}/\bar{D}/1$ 優先モデル:各リンクへの到着過程を音声・データ共にポアソン過程で近似し、 $M_1, M_2/D_1, D_2/1$ 非割込み優先モデルにより算出
- ②  $\bar{G}/\bar{D}/1$ 優先モデル:各リンクへの到着過程を、音声はバースト到着モデルの重畳過程、データはポアソン過程とし、 $G_1, G_2/G_1, G_2/1$ 非割込み優先処理モデルに対する拡散近似解析<sup>[20]</sup>により算出

表7より、平均待ち時間に対する上記①の場合の評価結果は、TEDAS-Qによる結果と比較し、かなりの過小評価を与えることが判る。このことは、音声パケット発生過程のバースト性が、平均待ち時間に与える影響が大きいことを示しており、TEDAS-Qのように、呼の到着過程としてバースト到着モデル等の非マルコフ型モデルを扱えることが待ち行列網解析パッケージには必要であることを示唆している。

また、上記②のモデルは、TEDAS-Qと比較して過大評価を与えることが判る。このことは、上記②のモデルが、各リンクに加わるパケットをリンク毎に各々独立としており、リンク間にわたる呼のフロー(例えば、リンク4からリンク2への呼のフロー)、すなわち、リンク通過後の退去過程が特性量に反映されていないためである。TEDAS-Qの解析アルゴリズムには、優先処理ノードからの退去過程も考慮した近似が含まれており、これにより、複雑な網モデルに対しても、ある程度の精度で性能評価を行うことが可能である。

## 6. むすび

待ち行列網解析システム「TEDAS-Q」の開発の背景、機能概要、およびその精度検証について報告した。TEDAS-Qは、分解近似法と呼ばれる非マルコフ型待ち行列網モデルに対する解析法を基に、優先処理モデル、複数サーバモデルに対する拡張・改良を行い、さらにマンマシン・インタフェース等の機能の充実を図って実現した

システムである。現在、社内利用を通して使用経験を蓄積している段階であり、利用者の意見および新たな理論的成果を吸収しながら、さらに、改良・拡張を進めていく必要があると考える。今後の改良・拡張の方向としては、以下のものが挙げられる。

- (1) 3クラス以上の優先処理モデルへの拡張
- (2) 閉鎖型待ち行列網モデルへの拡張
- (3) ノードからの退去過程に対する近似の改良

#### 参考文献

- (1) 戸田, 林: トラヒック評価・設計支援システム T E D A S - S 数値解析サブシステム, 通研実報, 35, pp. 1159-1169(1986).
- (2) 住田, 稲守: シミュレーション支援システム T E D A S - S, 情報ネットワークのトラヒック評価に関する基礎的研究シンポジウム, pp. 145-156(1989).
- (3) 例えば, 橋田: 最近のネットワーク手法, オペレーションズ・リサーチ, 26, pp. 205-212(1981).
- (4) 例えば, オペレーションズ・リサーチ: 特集 待ち行列網のパッケージとシミュレータ, 30(1985).
- (5) Whitt, W., "The queueing network analyzer", Bell System Tech. J., 62, pp. 2779-2815(1983).
- (6) 木村: QNA: Queueing Network Analyzer について (1)/(2)/(3), オペレーションズ・リサーチ, 29, No. 6/7/8(1984).
- (7) Yoshino, H., "An approximation method for queueing networks with nonpreemptive priority", Proc. International Seminar on Performance of Distributed and Parallel Systems, pp. 231-240(1988).
- (8) Sriram, K. and W. Whitt, "Characterizing superposition arrival processes in packet multiplexers for voice and data", IEEE J. Select. Areas Commun., SAC-4, 6, pp. 847-855(1986).
- (9) Reiser, M., "Interactive modeling of computer systems", IBM Sys. J., 15, 283-294(1976).
- (10) Sevcik, K. C., "Priority scheduling disciplines in queueing network models of computer systems", Information Processing 77, IFIP, North-Holland, Amsterdam(1977).
- (11) Kaufman, J. S., "Approximate analysis of priority scheduling disciplines in queueing network models of computer systems", Proc. ICC '82, 955-961(1982).
- (12) Schmitt, W., "Approximate analysis of markovian queueing networks with priorities", Proc. ITC10, Session 1.3.3(1983).
- (13) Ikehara, S. and M. Miyazaki, "Approximate analysis of queueing networks with nonpreemptive priority scheduling", Proc. ITC11, Session 3.4A.2(1984).
- (14) Page, E., "Tables of waiting times for M/M/n, M/D/n and D/M/n and their use to give approximate waiting times in more general queues", Journal of the Operational Research Society, 33, 453-473(1982).
- (15) Sakasegawa, H., "An approximation formula  $L_q = \alpha \rho^2 / (1 - \rho)^n$ ", Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 29, Part A, 67-75(1977).
- (16) Kimura, T., "Heuristic approximations for the mean waiting time in the GI/G/s queue", Research Report on Information Sciences, No. B-155, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan(1984).
- (17) Kimura, T., "Approximation for waiting time in the GI/G/s queue", 情報ネットワークのトラヒック評価に関する基礎的研究シンポジウム(1988).
- (18) Whitt, W., "Performance of the queueing network analyzer", Bell System Tech. J., 62, 2817-2843(1983).
- (19) Gelenbe, E. and I. Mitrani(秋丸, 橋田監訳), 計算機システムの解析と設計, オーム社(1988).
- (20) 田中, 井上, 秋山, "日本語会話音声時間分布のモデル化", 信学技報, IN88-68(1988).
- (21) Takahashi, Y., "Mean-delay approximation for a single-server priority queue with batch arrivals of two classes", Trans. IEICE. Vol. E72. .1, 29-36(1989).