計算機アーキテクチャ　63－7
（1986・11・20）

伝送線路上の入射，反射および透過波に関する一検討

A Study on Incident, Reflected and Transmission Waves for Transmission Lines

永井信夫
Nobuo NAGAI
北海道大学　応用電気研究所
Research Institute of Applied Electricity, Hokkaido University

1. まえがき

伝送線路は回路網理論およびシステム理論の最も基礎となるものであり，その解析は波の反射および透過で行なわれる。すなわち，入射波と反射波を定義し，その２つの波の比が反射係数であるから，伝送線路は反射係数で解析される。

伝送線路の解析に用いられる反射係数を例えば「電気工学ハンドブック」[1]で調べてみると，接続点での反射係数として２種線路の特性インピーダンスのみで与えられるものと，負荷側を見込んだインピーダンスと特性インピーダンスで与えられるものとの２種類がある。文献(2)では，前者は波形の瞬時的な反射係数（文献(2)では過渡状態のものと述べたので誤解をまねいたので，ここで訂正させていただく）であり，後者は定常状態の反射係数と考えられることを述べている。

電源の内部インピーダンスが複素数なら負荷インピーダンスが内部インピーダンスの共役複素数に等しいとき，負荷が電源の最大有効電力を取り出すことができ，電源と負荷が共役整合しているという。共役整合は電力反射係数から求められ，電力反射係数は（正規化された）複素スキャタリング行列（複素S行列）[3]から導出される。

S行列はエネルギーあるいは電力の反射および透過を表わすので，入射波，反射波および透過波は電圧あるいは電流ではなく，それらを正規化して直接電力に関係させる必要がある。その正規化を何でするかについてはまだ問題として残っているため，文献(2)では正規化しない複素S行列を電圧S行列ということにして，その電圧S行列で解析を試んでいる。すなわち，伝送線路上の任意の点での反射係数を電圧S行列から求めることを文献(2)で提案している。そのとき，任意の点から負荷側を見込んだインピーダンスと電源側を見込んだ等価電源の内部インピーダンスとで表わされる電力反射係数である。この反射係数はS行列に関係するため定常状態の解析に用いることができ，伝送線路上の任意の点における電圧および電流を求めることもできる。また不均一線路解析に用いられるリカッチ方程式の解の物理的意味も説明できる。

本文では文献(2)で定義された反射係数（電力反射係数と呼ばれるが，電圧あるいは電流反射係数にもなりうるため，以下S形反射係数ということがある）の特徴をなお一層検討する。その一つは反射係数はS行列の(1，1)要素に等しく，S行列はBounded Real（BR)条件を満足するから，反射係数の絶対値は１以下になるという条件が成立つはずであり，S形反射係数はその条件を満足することが示される。このことはS形反射係数の入射波が最大有効電力に関係していることを示している。そこで，S形反射係数以外の反射係数の入射波が何になっているかについても検討する。なお，S形反射係数の定義は文献(3)に既に述べてある。

S行列は伝送線路上の波すなわち入射波および反射波から導出されたにもかかわらず，特性インピーダンスが複素数の伝送線路には複素S

行列を用いていない。本文で定常状態では複素S行列から導出されるS形反射係数を使うと都合のよいことを示すから，その結果，伝送線路にS形反射係数を使えるけれども，瞬時的解析にはどうしてS形反射係数を使えないのかの疑問が残る。

5.では伝送線路の伝送方程式が瞬時的にはS形反射係数を用いることができないようになっている理由を示し，瞬時的にもS形反射係数を用いることができる擬似伝送線路を6.において提案する。

2. 伝送線路の反射係数

ここでは従来からよく知られている一様伝送線路の解析[(1),(4)]について簡単に述べ，そこで用いられる電圧反射係数なども述べる。

2.1 損失をもつ一様伝送線路

ここでは次の一次定数をもつ一様伝送線路を考える。

$$z = R + j\omega L \quad (R \geq 0) \qquad (1.1)$$

$$y = G + j\omega C \quad (G \geq 0) \qquad (1.2)$$

伝送線路上の過渡現象を一般的に求める場合はラプラス変換を用いるのがよいが，ここでは角周波数がω_0の正弦波交流のみを考える。そのため，伝送線路上の電圧$V(x)$および$I(x)$は次式を満たす。

$$-dV(x)/dx = (R + j\omega_0 L)I(x) \qquad (2.1)$$

$$-dI(x)/dx = (G + j\omega_0 C)V(x) \qquad (2.2)$$

上式を解くために，伝搬定数および特性インピーダンスZ_0を次のように定義する。

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega_0 L)(G + j\omega_0 C)} = \alpha + j\beta \quad (\alpha \geq 0) \qquad (3.1)$$

$$Z_0 = \sqrt{(R + j\omega_0 L)/(G + j\omega_0 C)} = R_0 + jX_0 \quad (R_0 > 0) \qquad (3.2)$$

γ, Z_0を用いれば，積分定数A, Bを用いて式(2)は次のように表される。

$$V(x) = Ae^{-\gamma x} + Be^{\gamma x} \qquad (4.1)$$

$$I(x) = Z_0^{-1}(Ae^{-\gamma x} - Be^{\gamma x}) \qquad (4.2)$$

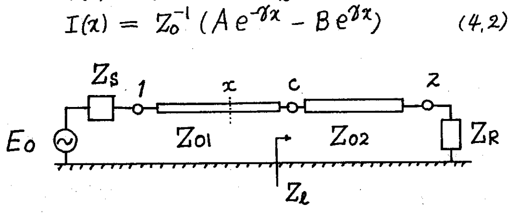


図1. 2種の伝送線路が接続している回路

上式のA, Bは端末条件により定まるので，送電端($x=0$)および受電端($x=l$)の電圧，電流をそれぞれV_1, I_1およびV_2, I_2とすれば次式を満たす。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\gamma l & Z_0 \sinh\gamma l \\ Z_0^{-1} \sinh\gamma l & \cosh\gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \qquad (5)$$

この式は伝送線路を2ポート回路と見なしたときの縦続行列である。

2.2 電圧反射係数

伝送線路には電圧反射係数といわれるものが2種類定義されていると考えられるので，それを述べるために，図1に示す2種の損失を含む一様伝送線路を含む回路を考える。ここでE_0は正弦波電源の電圧を表わし，Z_Sはその電源の内部インピーダンスであり，

$$Z_S = R_S + jX_S, \ (R_S > 0) \qquad (6.1)$$

なる複素数とする。またZ_Rは負荷インピーダンスであり，これも

$$Z_R = R_R + jX_R, \quad (R_R \geq 0) \qquad (6.2)$$

なる複素数とする。

ここで図1に示す点Cすなわち2種の線路の接続点における反射係数の定義を「電気工学ハンドブック」で調べてみると，

① 34編 7章（伝送および線路）での電圧反射係数は次のように定義されている。

$$\Gamma_c^V = \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}} \qquad (7)$$

② 3編6章（分布定数回路）での電圧反射係数はポートCから負荷側を見込んだインピーダンスZ_lとZ_{01}とで与えられ，

$$\gamma_c^V = \frac{Z_l - Z_{01}}{Z_l + Z_{01}} \qquad (8)$$

ここに　Z_l　は

$$Z_l = Z_{02} \frac{Z_R \cosh\gamma l_2 + Z_{02} \sinh\gamma l_2}{Z_R \sinh\gamma l_2 + Z_{02} \cosh\gamma l_2} \qquad (9)$$

式(7),(8)は2種線路の接続点における電圧反射係数であるが，一様伝送線路上xにおける電圧反射係数も定義されていて，点xと点Cとの間の距離を$(c-x)$とすれば，式(7)に対応するものは零，すなわち

$$\Gamma_x^V = 0 \qquad (7')$$

であり，式(8)に対応するものは次式のように与えられる。

$$\gamma_x^V = \frac{Z_l - Z_{01}}{Z_l + Z_{01}} e^{-2\gamma(c-x)} \qquad (8')$$

Γ^V と γ^V との違いについて考えておこう。今は単一周波数f_0の波を考えているが，その波形は時間とともに動いている。$\Gamma_\alpha^V=0$は一様伝送線路上では反射がないことを示しており，接続点のみに反射があるから，Γ^Vは瞬時的な反射係数であると考えられる。

それに対して，式(8),(8')のγ^VのZ_ℓはポートCに到達した波がポートCとポート2とで反射，透過を繰り返えし，そのたびにポートCから左に戻る波があり，それらを合成したものに相当するインピーダンスを表わしているから，γ^Vは定常状態の電圧反射係数と考えられる。

3. 共役整合に関係する反射係数

反射係数は入射波と反射波から求まり，反射波はインピーダンスの不整合で生じるから，反射係数は整合と関係する。電源の内部インピーダンスが複素数の場合には共役整合というインピーダンス整合があり，それは複素S行列に関係するので，複素S行列について簡単に述べる。また図1に示す回路において，点Cおよび点αにおける反射係数として共役整合に関係するものを提案する[2]。なおこの反射係数は文献(3)で既に述べられており，共役整合の観点からの定在波についても述べられている。

3.1 最大有効電力と共役整合

図2に示すように内部インピーダンスが複素数Z_g（$Z_g=R_g+jX_g$，$R_g>0$）と正弦波電圧E_gの電源に負荷としてインピーダンスZ_ℓ（$=R_\ell+jX_\ell$，$R_\ell\geq 0$）を接続して，Z_ℓで消費される有効電力を計算すると，Z_ℓがZ_gの共役複素数に等しいとき最大値

$$P_{max}=|E_g|^2/4Re[Z_g]=|E_g|^2/4R_g \qquad (10)$$

をとる。ここに示したP_{max}のことを内部インピーダンスZ_gをもつ電圧源E_gから取出しうる最大有効電力という。またZ_gの共役複素数が負荷として接続されているとき，その接続点で共役整合しているという。

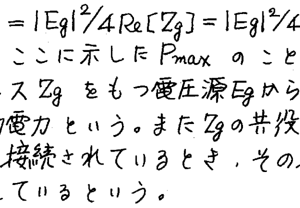


図2 電源と負荷が接続された回路

図2に示す回路において，Z_gに関係するZ_ℓの反射係数γ_1^Pは次のように与えられる[5]。

$$\gamma_1^P=\frac{Z_\ell-Z_g^*}{Z_\ell+Z_g} \qquad (11)$$

ここに　Z_g^*はZ_gの共役複素数

なお，γ_1^Pのことを電力反射係数と呼ぶこともあるが，文献(5)では電流の反射係数として式(11)を求めている。

3.2 複素S行列と電圧複素S行列

反射係数はS行列に関係し，正実関数に関するS行列はBR（Bounded Real）条件があり，電力およびエネルギーと関係する。

2.での反射係数は電圧反射係数であり，S行列とは対象が違うとも考えられるが，S行列も入射波と反射波から導びかれるのであるから，S行列と電圧反射係数との関係を検討する必要があろう。そこで図2に示す回路についてポート1におけるS行列，ここでは特に複素S行列を考察する。

ポート1の左側に生じている入射波a_gおよび反射波b_gは文献(3)の定義によると次のように表される。

$$a_g=\{V_1+Z_gI_1\}/2\sqrt{R_g} \qquad (12.1)$$

$$b_g=\{V_1-Z_g^*I_1\}/2\sqrt{R_g} \qquad (12.2)$$

同様に，ポート1の右側に生じている入射波a_ℓおよび反射波b_ℓは

$$a_\ell=\{V_1-Z_\ell I_1\}/2\sqrt{R_\ell} \qquad (13.1)$$

$$b_\ell=\{V_1+Z_\ell^*I_1\}/2\sqrt{R_\ell} \qquad (13.2)$$

従って，次の複素S行列が求まる。

$$\begin{bmatrix} b_g \\ b_\ell \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} S_{11}^P & S_{12}^P \\ S_{21}^P & S_{22}^P \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_g \\ a_\ell \end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{Z_\ell+Z_g}\begin{bmatrix} Z_\ell-Z_g^* & 2\sqrt{R_\ell R_g} \\ 2\sqrt{R_\ell R_g} & Z_g-Z_\ell^* \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_g \\ a_\ell \end{bmatrix} \qquad (14)$$

上の複素S行列は式(12)は$\sqrt{R_g}$で正規化され，式(13)は$\sqrt{R_\ell}$で正規化されている。S行列は一般に電圧，電流そのものではなく，エネルギーの流れを表わすために正規化した波を取り扱うが，複素S行列は何で正規化すべきか必ずしも統一されている訳ではない。例えば文献(6)では$\rho_g\rho_g^*=R_g$となる複素数ρ_gが$\sqrt{R_g}$の代りをしている。そこで本文では正規化しない波を用いて解析を行ない，正規化を何でするのが物理的に見て妥当かをも検討する。

式(12)を正規化しないで，次のように表わす。

$$\alpha g = \{V_1 + Z_g I_1\}/2 \quad (15.1)$$
$$\beta g = \{V_1 - Z_g^* I_1\}/2 \quad (15.2)$$

同様に式(13)を次のように表わす。

$$\alpha \ell = \{V_1 - Z_\ell I_1\}/2 \quad (16.1)$$
$$\beta \ell = \{V_1 + Z_\ell^* I_1\}/2 \quad (16.2)$$

上の $\alpha g, \alpha \ell$ は入射波，$\beta g, \beta \ell$ は反射波であり，次元はすべて電圧を表わしているので，式(15),(16)から導びかれる次の行列を電圧複素S行列と名付ける。

$$\begin{bmatrix} \beta g \\ \beta \ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^V & S_{12}^V \\ S_{21}^V & S_{22}^V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha g \\ \alpha \ell \end{bmatrix}$$
$$= \frac{1}{Z_\ell + Z_g} \begin{bmatrix} Z_\ell - Z_g^* & Z_g + Z_g^* \\ Z_\ell + Z_\ell^* & Z_g - Z_\ell^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha g \\ \alpha \ell \end{bmatrix} \quad (17)$$

前に述べたように，式(14)は電力に関係し，式(17)は電圧に関係している。それらの式の中の S_{11}^P と S_{11}^V とは同一であり，しかも式(11)で与えられる電力反射係数 γ_1^P とも等しい。すなわち，γ_1^P は電力反射係数とよばれているけれども，電圧の反射係数 S_{11}^V にも等しいことに注意する必要があろう。そこで，γ_1^P をS形反射係数と呼ぶことにする。

3.3　伝送線路上のS形反射係数

2.では図1に示す伝送線路上の電圧反射係数には瞬時的なものと定常状態のものと2種類定義されることを示した。複素S行列を基にすればもう1つの反射係数を求められる[3]。すなわち，例えば図1のポートCにおける反射係数を複素S行列から求めるには，ポートCから負荷側を見込んだインピーダンスは式(9)の Z_ℓ であり，ポートCから左側の電源側はテブナンの定理を用いて等価電源を求め，その電圧を E_g，その内部インピーダンスを Z_g とする。そのときの E_g および Z_g は次のようになる。

$$E_g = E_0 \frac{Z_{01}}{Z_s \sinh \gamma l_1 + Z_{01} \cosh \gamma l_1} \quad (18.1)$$

$$Z_g = Z_{01} \frac{Z_s \cosh \gamma l_1 + Z_{01} \sinh \gamma l_1}{Z_s \sinh \gamma l_1 + Z_{01} \cosh \gamma l_1} \quad (18.2)$$

これらの E_g, Z_g, Z_ℓ を用いるとポートCでの等価回路は図2に示す回路となり，そのS形反射係数は式(17)より，式(11)に示す γ_1^P となる。すなわち，

$$\gamma_c^P = \frac{Z_\ell - Z_g^*}{Z_\ell + Z_g} \quad (19)$$

この式は見込んだインピーダンス Z_ℓ および Z_g を用いているので定常状態の反射係数であり，しかも共役整合と関係する式となっている。一方，式(8)もポートCにおける定常状態の反射係数である。式(8)と(19)は同じポートにおいての定常状態の式であるにもかかわらず，異なる式となっているのはどうしてであるかが問題である。そこで，式(8)と(19)との違いが現われる一つの例を示す。

3.4　反射係数の絶対値

図1に示す回路において，Z_s および Z_{01} が等しくしかも実数であり，Z_ℓ が正実関数なら，その反射係数はBounded Realとなり，実周波数では絶対値が1以下になる。

このことを Z_s および Z_{01} が複素数になった場合も考えることができ，式(19)はその絶対値は常に1以下になる[3]。すなわち文中に述べたように

$$Z_g = R_g + jX_g \quad , \quad R_g > 0 \quad (20.1)$$
$$Z_\ell = R_\ell + jX_\ell \quad , \quad R_\ell \geqq 0 \quad (20.2)$$

とすれば，式(19)の γ_c^P は

$$\gamma_c^P = \frac{(R_\ell - R_g) + j(X_\ell + X_g)}{(R_\ell + R_g) + j(X_\ell + X_g)} \quad (21)$$
$$\therefore \quad |\gamma_c^P| \leqq 1$$

一方式(8)で与えられる γ_c^V は必ずしもそうなるとは限らないことを例題で示す。

［例題1］

$$Z_s = Z_{01} = R_g + jX_g \quad (22.1)$$
$$Z_\ell = -jX_g \quad (22.2)$$

とすれば，

$$\gamma_c^V = \frac{-j2X_g - R_g}{R_g} \quad (23)$$

この場合 γ_c^V の絶対値は1より大きくなる。なおこの場合，γ_c^P の絶対値は1である。［例題終］

γ^P と γ^V とでこのような違いが生じるのは，入射波の定義の違いによると考えられるので，次章以後で検討する。

4.　定常状態の反射係数

通信工学ではインパルスあるいはインパルスに極く近い波形をパルス伝送に用いるため，特性インピーダンスが異なる線路の接続点で反射，透過が行なわれることを観測することができる。一方，搬送波のように単一周波数に近い波のみの伝送の場合には，過渡状態が終れば定常状態となり，線路，負荷のインピーダンスに違いがあるときは定在波が生じる。定常状態では定在

波が生じているのみであるから，入射波や反射波を観測できないので，定在波から入射波および反射波を定めている。すなわち定常状態の入射波および反射波の定義が何になっているのかが問題となろう。そこで，伝送回路が無損失の場合と損失のある場合とに分けて検討する。

4.1　伝送回路が無損失の場合

伝送回路が無損失のときの反射係数を検討するために，まずS形反射係数 γ^P について考察する。すなわち図3(a)に示す回路を考え，ポート i および $(i+1)$ のS形反射係数について考えてみよう。図3(a)に示す回路のポート i および $(i+1)$ における見込んだインピーダンスとテブナンの定理を用いて得られる等価回路が図3(b)および(C)のように表されるとしよう。

もし，図3(a)に示す回路で，伝送回路 N_i が無損失であるならば，ポート i および $(i+1)$ におけるS形反射係数は次式を満足することが知られている[3]。

$$|\gamma_i^P| = |\gamma_{i+1}^P| \tag{24}$$

ここに

$$\gamma_i^P = \frac{Z_{l(i)} - Z_{g(i)}^*}{Z_{l(i)} + Z_{g(i)}}$$

$$\gamma_{i+1}^P = \frac{Z_{l(i+1)} - Z_{g(i+1)}^*}{Z_{l(i+1)} + Z_{g(i+1)}}$$

すなわち，伝送回路全体が無損失なら，その回路の中のどの γ^P の絶対値も等しくなり，送電端の γ^P も同様である。送電端は最大有効電力と関係し，負荷で最大有効電力を取り出しているかどうかが送電端のS形反射係数で知ることができることを示している。ところで，回路が正実関数であれば，抵抗終端のリアクタンス回路で表わされるから，電源の内部インピーダンスは抵抗となり，送電端でのS形反射係数は共役複素数が関係しなくなる。

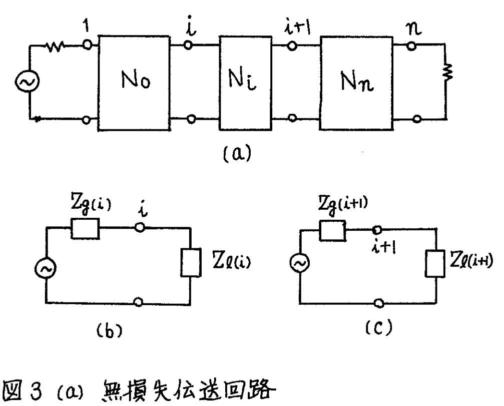


図3 (a) 無損失伝送回路
(b),(c) ポート i, $i+1$ における等価回路

伝送回路中の任意の点における特性インピーダンスは集中定数回路には定義されていないと考えられる。なお影像インピーダンスが特性インピーダンスに似てはいるが、特性インピーダンスと異なるところがあるので，伝送線路の電圧反射係数 γ^V は分布定数回路のみで考えることにする。

無損失伝送回路を分布定数回路すなわち1/4波長線路とした1/4波長インピーダンス変成器を考えた場合，線路上の任意の点でS形反射係数 γ^P は共役整合から零になるのに対し，γ^V は送電端のみで零となることが示されるが，他のどの点でも零になるようには設計されていない。

1/4波長インピーダンス変成器は無損失線路のみを伝送回路に用いているので，線路の特性インピーダンスはすべて実数であり，電源の内部インピーダンスおよび負荷も純抵抗であるから複素数は用いていない。しかし，定常状態の線路上の任意の点から見込んだインピーダンスは複素数になる。けれども線路の接続点での見込んだインピーダンスは実数である。

例えば，図4に示す回路は100Ωを25Ωに変換する最大平坦の2段の1/4波長インピーダンス変成器であり，2種の線路の特性インピーダンスは図4に示すように $50\sqrt{2}\,\Omega$ と $25\sqrt{2}\,\Omega$ である。また見込んだインピーダンスは図4に示す通りである。従って γ^V なる反射係数は送電端のみで零になり，他では零とはならない。それに対して，線路上の任意の点で共役整合し，$\gamma^P = 0$ となる。

γ^P と γ^V との相異は入射波と反射波の定義の相異から起こると考えられる。無損失回路で入射波および反射波の定義を検討する前に，4.2において伝送回路が損失をもつ場合を検討し，伝送回路が有損失のとき無損失との違いを検討しておく。

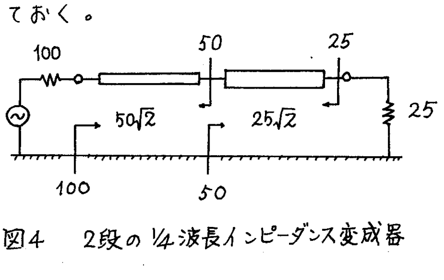


図4　2段の1/4波長インピーダンス変成器

4.2 伝送回路が有損失の場合

伝送回路が損失をもつ場合で最も簡単な回路は，図5に示す抵抗回路である。図5では電源は直流電圧源で電圧はEとし，その内部抵抗はR_sとする。伝送回路は直列抵抗rがn個直列に接続している。また負荷抵抗はR_Rとする。

この電源に対して，伝送回路も負荷の一部分として電源の最大有効電力を負荷回路全体で取り出すためには，送電端の共役整合性より

$$R_s = nr + R_R \qquad (25)$$

上式を満足することが本来の意味における最大有効電力を取り出すための負荷抵抗値である。

図5の回路で式(25)を満足するとき，各ポートi $(i=1,2,\cdots,n+1)$におけるS形反射係数を求めることができ，

$$\gamma_i^P = -(i-1)r/R_s \qquad (26)$$

すなわち，ポート1（送電端）のみで零になり，他では零とはならない。例えばポート$(n+1)$（受電端）でのS形反射係数γ_{n+1}^Pは

$$\gamma^P_{n+1} = -nr/R_s \qquad (27)$$

となり，すべてのポートの中で絶対値は最大になる。

以上のことを言い換えると，伝送回路が損失を持つなら送電端でS形反射係数が零になっていても，実際の負荷抵抗が接続している受電端においてはそのS形反射係数が零になるとは限らない。従って，S形反射係数が零になるというのはどうゆうことを意味するのかを改めて考える必要がある。そのために，図6に示すように送電端と受電端のみを取り出した抵抗回路を考えよう。

この電源固有の最大有効電力を負荷回路で取り出すためには送電端での反射係数が零であるから，

$$R_s = R_a + R_R \qquad (28)$$

このとき，受電端の反射係数は

$$\gamma_2^P = -R_a/R_s \qquad (29)$$

となり，零ではない。式(28)を満足するときの

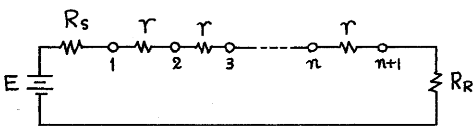


図5　直列抵抗を伝送回路とする多ポート直流回路

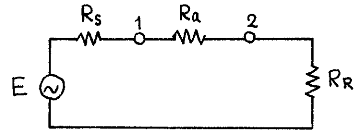


図6　抵抗伝送回路

受電端における実際の電圧V_2は

$$V_2 = ER_R/2R_s \qquad (30)$$

になるが，これが式(29)のγ_2^Pとどのような関係を満足するかを考えておこう。

受電端から電源側を見ると電源の内部抵抗がR_s+R_aに見えるので受電端のS形反射係数が零になるのはR_RがR_s+R_aに等しいときであり，そのときの受電端の電圧は

$$E/2 \qquad (31)$$

であり，そのとき負荷R_sで最大の電力を消費する。

式(28)～(31)を組み合せると，

$$\frac{ER_R}{2R_s} = \frac{E}{2}\left\{1-\frac{R_a}{R_s}\right\}$$

すなわち，

$$\text{実際の電圧} = \{1+\text{S形反射係数}\}\cdot E/2 \qquad (32)$$

を得る。

上の式における"実際の電圧"は電圧複素S行列の中の透過係数で関係づけた方が(2)わかりやすい。ここで注意したいことは定常状態でのS形反射係数は常に実際の電圧あるいは電流に関係をもっていて，しかもそのポートから負荷側をすべて負荷とする負荷全体で消費する有効電力の最大値にも関係していることである。また伝送回路が損失をもつ場合には伝送回路と負荷とを負荷回路として，そこへ本来の意味における電源の最大有効電力を送り出していても，実際の負荷で取り出し得る最大の消費電力をその実際の負荷で取り出しているとは限らない。したがって，伝送回路が無損失の場合には最大有効電力は大きな意味を持っているのに対し，伝送回路が損失をもつ場合には，受電端でS形反射係数を求めるためにテブナンの定理を用いて等価電源の電圧および内部インピーダンスを求めることが極めて重要となる。

次章の5.では定常状態の伝送線路上の反射係数を最大有効電力の観点から検討する。

5. 定常状態の伝送線路上の反射係数

伝送線路上の定常状態の反射係数として，式(8)の電圧反射係数 γ^V と式(11)のS形反射係数 γ^P とがあるので，その違いを無損失回路で明らかにする。また有損失伝送線路でのインピーダンス整合についてもう一度検討する。

5.1 無損失伝送線路上の反射係数

無損失伝送線路上の反射係数として，γ^V と γ^P とがあり，その違いを知るために図7に示す一段の¼波長インピーダンス変成器を考える。実際の回路は例えば50Ω を100Ω に変換するものとすれば，次のようになる。

$$R_S = 50,\quad Z_0 = 50\sqrt{2},\quad R_R = 100$$
$$Z_g = 100 \qquad (33)$$

この回路の受電端における反射係数は，

$$\gamma_2^V = \frac{R_R - Z_0}{R_R + Z_0} \qquad (34.1)$$

$$\gamma_2^P = \frac{R_R - Z_g^*}{R_R + Z_g} \qquad (34.2)$$

式(34)に式(33)を代入すると，$\gamma_2^P = 0$ となるが，γ_2^V は零とは異なることに注意しよう。

式(33)とは R_S が異なる値の場合で，次のような場合を考える。

$$R_S = Z_0 = 50\sqrt{2},\quad R_R = 100$$
$$Z_g = 50\sqrt{2} \qquad (35)$$

この場合，$\gamma_2^V = \gamma_2^P$ となる。式(35)を各素子が満足すれば，送電端で整合しているから，電源の最大有効電力となる電圧および電流が線路に励振されると考えられ，負荷に向って進行する波すなわち入射波は電源の最大有効電力の波となっている。

その波が負荷 R_R のところに到達すると Z_0 と R_R とが異なれば反射が生じ，その瞬時の反射係数 Γ_2^V も式(34.1)で与えられる。この反射波が左に向って進行するときのインピーダンスは Z_0 であり，それが送電端に到達すると，電源の内部抵抗も Z_0 であるから整合して電源に吸収される。すなわち線路上の波は電源から最大有効電力で表される入射波と，負荷で反射され電源で吸収される反射波との2つの瞬時の波のみが存在する。従って，Z_0 と R_S とが等しいときは式(34.1)の γ_2^V に対する入射波も最大有効電力に関係する。

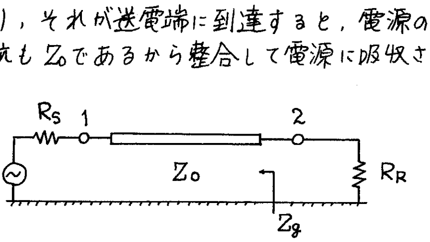


図7 ¼波長インピーダンス変成器

それに対して，R_S が Z_0 に等しくない式(33)の場合には送電端で反射が生じ，負荷に向って進行する入射波は電源の最大有効電力から反射波の電力だけ少ないものとなっている。その波が負荷に到達すると，Z_0 と R_R との違いにより瞬時的に反射が生じその反射係数 Γ_2^V も式(34.1)で与えられる。そこで生じた反射波が送電端に到達すると Z_0 と R_S との違いによりまた反射を生じ，その瞬時の反射係数は

$$\frac{R_S - Z_0}{R_S + Z_0} \qquad (36)$$

で与えられ，その反射波は入射波となって負荷に向って進行する。

このように考えれば，γ^V における入射波は送電端で整合していない限り最大有効電力の波になっていないのに対し，γ_2^P における入射波は反射を繰り返えすたびに負荷に向う波も入射波に付け加えていると考えられる。

すなわち，γ_2^P を求めるときは電源側はテブナンの定理を用いているため，受電端を開放し受電端に到達した波はすべて反射させて送電端に戻し，送電端ではインピーダンス不整合のためまた反射波を生じさせてそれを受電端に向って進行させるということを繰り返えしている。このことはテブナンの定理を用いた等価電源の電圧が次のように表されることよりわかる。

$$E_g = E_0 \frac{Z_0}{Z_S \sinh\gamma l + Z_0 \cosh\gamma l} = \frac{E_0 \cdot 2Z_0 e^{-\gamma l}}{Z_S + Z_0} \cdot \frac{1}{1 - \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0} e^{-2\gamma l}} \qquad (37)$$

¼波長インピーダンス変成器では電源の内部抵抗 R_S と負荷抵抗 R_R とが異なる値であっても，負荷抵抗で電源の最大有効電力を取り出していることが示されるから，瞬時的には反射を繰り返えしていても，入射波にそれらの反射波が加え合されて，定常状態では電源の最大有効電力を負荷で取り出せるようになり，そのような入射波を γ_2^P に用いていることになる。

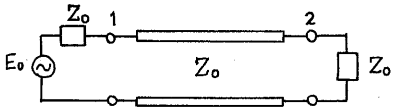
5.2 有損失伝送線路上の反射係数

伝送回路の解析・合成は最大有効電力を考えて行うためにS行列が有用である[6]。特に伝送回路が無損失なら，任意の点でのS形反射係数の絶対値が送電端での反射係数の絶対値に等しいので，最大有効電力がより重要となる。

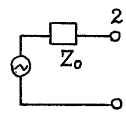
伝送回路が損失をもつ場合には受電端におけるS形反射係数が最も重要であり，それは送電端での反射係数とは直接関係しないで，テブナンの定理による等価電源における（等価）最大有効電力が関係し，複素S行列に関係する。

ここでは定常状態の反射係数としてS形反射係数γ^Pを考えることにし，それが瞬時的な反射係数である式(7)のΓ^Vとどのようにかかわっているかを検討する。

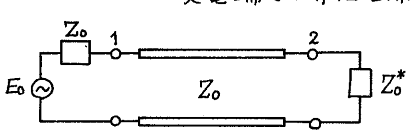
伝送線路に関して，送電端でも受電端でも反射が生じないとして知られている完全整合回路を図8(a)に示す。図8(a)に示す回路の受電端での等価電源回路をテブナンの定理を用いて求めれば図8(b)が求まる。従って受電端でのS形



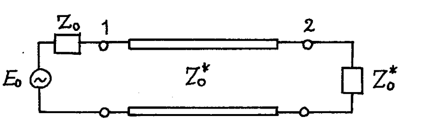
(a) 完全整合回路



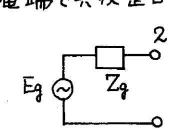
(b) 受電端での等価電源



(C) 受電端で共役整合する回路



(d) 送電端で共役整合する回路



(e) (d)の等価電源

図8 伝送線路の定常状態での整合

反射係数を求めると，

$$\gamma_2^P = \frac{Z_0 - Z_0^*}{2Z_0} \qquad (38)$$

となり，γ_2^Pは零ではないから，図8(a)に示す回路では負荷で消費できる最大の有効電力を取り出していない。

図8(a)に示す回路では，送電端から負荷側を見込んだインピーダンスもZ_0であるから，送電端でのS形反射係数も零ではない。すなわち送電端から右側すべてを負荷回路として，その負荷回路で電源の最大有効電力を取り出してはいない。

以上から，定常状態の電圧反射係数γ^Vは電力については何も考慮しないで，電圧の大きさのみに関係している。どうしてγ^Vはそうなっているかについては次章で改めて述べる。

図8(a)の回路に戻り，受電端で共役整合するためには受電端から見込んだインピーダンスがZ_0^*になるときであり，そのような回路として図8(C)に示す回路はなる。

図8(C)では瞬時的に受電端で反射を生じさせ，電圧と電流の位相差を修正し，負荷で消費電力が大きくなるようにしている。このとき送電端から負荷側を見込んだインピーダンスはZ_0^*とは異なるから，伝送線路に最大有効電力が送り出されているわけではない。

電源から伝送線路に最大有効電力を励振し，負荷で瞬時的反射を生じない回路は図8(d)に示すものである。このとき，受電端でテブナンの定理を用いて得られる等価電源は図8(e)に示すもので，電圧E_g，内部インピーダンスZ_gは次のように表される。

$$E_g = E_0 \frac{Z_0^*}{Z_0 \sinh\gamma l + Z_0^* \cosh\gamma l} \qquad (39.1)$$

$$Z_g = Z_0^* \frac{Z_0 \cosh\gamma l + Z_0^* \sinh\gamma l}{Z_0 \sinh\gamma l + Z_0^* \cosh\gamma l} \qquad (39.2)$$

すなわち，Z_gはZ_0に等しくないために，負荷のインピーダンスをZ_g^*とした方が負荷で消費する電力は大きくなる。これは送電端で瞬時的に反射が生じているからと考えられる。

以上の結果から，送電端と受電端の両方でγ^Pを零にすることが，複素数の特性インピーダンスをもつ一様伝送線路ではできないことが示された。このことが複素S行列の使用をパワートランジスタなど電力に直接関係するものに限定

していて，複素S行列における波の物理的意味がよく理解されない理由と考えられる。そこで，6.において瞬時的にも共役整合が成り立つような回路を作れることを提案し，それを用いれば複素S行列および電圧複素S行列の波の定義が明らかとなり，また電圧反射係数Γ^Vが電圧の大きさのみに関係し，電力とは全く関係ないものとなることが示される。

6. 擬似伝送線路

ここでは瞬時的に共役整合を満足する回路を提案し，その回路を用いて電圧複素S行列を検討し，電圧複素S行列の物理的意味を明らかにすることによって複素S行列を求める正規化の値などを明らかにする。

6.1 擬似伝送線路

ここでは瞬時的であっても共役整合しているとき反射波が生じない回路を無ひずみ線路とリアクタンスとを用いて構成できることを示し，その回路を（共役整合形）擬似伝送線路と名付ける。

長さlの無ひずみ線路の縦続行列は次のように与えられる。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\gamma l & R_0 \sinh\gamma l \\ R_0^{-1}\sinh\gamma l & \cosh\gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \qquad (40)$$

ここに　R_0は全周波数で一定の実の特性インピーダンスであり，γは伝搬定数で，

$$e^{\gamma l} = e^{\alpha} e^{sT}$$

，sは複素周波数，Tはサンプリング周期

この無ひずみ線路の左右にリアクタンスを接続した図9に示す回路の縦続行列は

$$\frac{1}{2R_0} \begin{bmatrix} Z_0^* e^{\gamma l} + Z_0 e^{-\gamma l} & 2 Z_0 Z_0^* \sinh\gamma l \\ 2\sinh\gamma l & Z_0 e^{\gamma l} + Z_0^* e^{-\gamma l} \end{bmatrix} \qquad (41)$$

ここに　$Z_0 = R_0 + jX_0$

図9に示す回路でリアクタンスの部分を虚数抵抗[5]に変えるならば，単一周波数だけでなく全周波数で上式を満たし，ディジタルフィルタに変換できるようになる[7]。

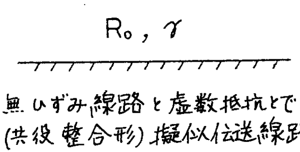


図9　無ひずみ線路と虚数抵抗とで構成される(共役整合形)擬似伝送線路

式(41)は式(5)とは異なり，特性インピーダンスZ_0とその共役複素数Z_0^*を含んでいる。式(5)の縦続行列は積分定数A，Bを含む式(4)から導びかれるのであるから，式(41)も積分定数を含む式から導びかれるはずであり，その式を求めると次式となる。

$$V(x) = A e^{-\gamma x} + B e^{\gamma x} \qquad (42.1)$$

$$I(x) = Z_0^{*-1} A e^{-\gamma x} - Z_0^{-1} B e^{\gamma x} \qquad (42.2)$$

上式はAが入射波の電圧，Bが反射波の電圧であることを示しているのは式(4.1)と同一であるが，電流を表わす式(42.2)は式(4.2)とは違っていて，式(42.2)の電流は次のように説明される。すなわち，式(42.2)の右辺第1項は入射電流を表わしているから，その入射波の特性インピーダンスはZ_0^*となっている。また第2項は反射波であるから，反射波の特性インピーダンスはZ_0になっていることを示している。

このように式(41)を満たす回路は伝送線路とは異なるが，式(42)を用いて線路の特性インピーダンスが定められることになるから伝送線路に似た回路である。そこで式(41)を満たす回路を（共役整合形）擬似伝送線路と呼ぶことにする。

式(41)の擬似伝送線路を伝送回路とし，電源の内部インピーダンスがZ_0，負荷インピーダンスZ_0^*を接続した図10の回路を考えてみよう。この回路では送電端から負荷側を見込んだインピーダンスがZ_0^*となり，受電端から電源側を見込んだインピーダンスがZ_0となるから，送電端でも受電端でも共役整合している。またこの回路では擬似伝送線路上の任意の点で共役整合をしていることも示される。

無損失回路では4.1で示したようにS形反射係数の絶対値がどこのポートでも等しいから，線路上の任意の点で共役整合させることができる。それに対して有損失の場合は4.2に示したように各ポートでS形反射係数が異なり，擬似伝送線路がもつこの性質は特殊なものである。

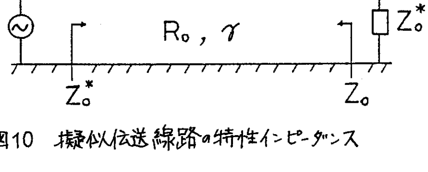


図10　擬似伝送線路の特性インピーダンス

この性質は定抵抗回路を拡張したものである。すなわち，無ひずみ線路を無ひずみ条件を満足するように用いている場合の定抵抗回路の条件を拡張したものと考えられるから，擬似伝送線路のこの性質を"定インピーダンス回路の条件"を満足するということにする。

6.2 擬似伝送線路の反射係数

擬似伝送線路の縦続行列（式(41)）と電圧および電流の伝搬を表わす式(42)とが与えられているので，電圧および電流の反射係数を求めることを考え，まず瞬時的なものから求めよう。そのために，図11に示すように6.1で求めた擬似伝送線路にインピーダンスZ_lなる負荷を接続し，受電端における反射係数を考える。なお電源の内部インピーダンスは定常状態のことも考えて，図11に示すようにZ_0としておく。

受電端での反射係数を求める一つの方法は，式(42)を用いるのであるが，負荷インピーダンスがZ_lであるから，

$$V(l)\,/\,I(l) = Z_l \qquad (43)$$

として，これを式(42)に代入し，電圧反射係数は$Be^{\gamma l}/Ae^{-\gamma l}$として求まる[1]。すなわち

$$\frac{Be^{\gamma l}}{Ae^{-\gamma l}} = \frac{Z_0}{Z_0^*}\,\frac{Z_l - Z_0^*}{Z_l + Z_0} \qquad (44)$$

したがって，この電圧反射係数はZ_0/Z_0^*なる係数を除けば，S形反射係数と同一になっている。ところで，上式のZ_0/Z_0^*を左辺に移行した次式を求めると，

$$\frac{Z_0^{-1}Be^{\gamma l}}{Z_0^{*-1}Ae^{-\gamma l}} = \frac{Z_l - Z_0^*}{Z_l + Z_0} \qquad (45)$$

右辺はS形反射係数であり，左辺の$Z_0^{-1}Be^{\gamma l}/Z_0^{*-1}Ae^{-\gamma l}$は式(42.2)の関係から，電流反射係数になっている。

反射係数を求める方法として，入射波，反射波および透過法の電圧，電流を定義して行う方法もあるので，その方法で求めても電流反射係数がS形反射係数になるかどうかを確かめる。

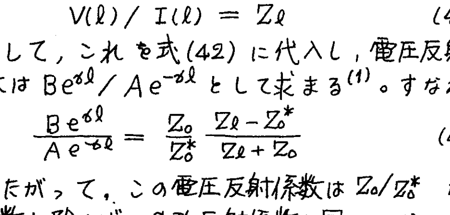


図11 擬似伝送線路に対する入射波，反射波および透過波

瞬時的な入射波の電圧，電流を図11に示すようにV_i, I_iとすれば，式(42)の関係より，

$$V_i\,/\,I_i = Z_0^* \qquad (46,1)$$

瞬時的な反射波の電圧V_r，電流I_rは

$$V_r\,/\,I_r = Z_0 \qquad (46,2)$$

また透過波の電圧V_t，電流I_tは次式を満足する。

$$\frac{V_t}{I_t} = \frac{V_i + V_r}{I_i - I_r} = Z_l \qquad (46,3)$$

上の式(46)を解いて電圧反射係数を求めると

$$\frac{V_r}{V_i} = \frac{Z_0}{Z_0^*}\,\frac{Z_l - Z_0^*}{Z_l + Z_0} \qquad (47)$$

となり，式(44)と一致する。

電流反射係数を求めると，

$$\frac{I_r}{I_i} = \frac{Z_l - Z_0^*}{Z_l + Z_0} \qquad (48)$$

となり，式(45)と一致し，電流反射係数がS形反射係数に等しい。

以上の考察より，擬似伝送線路の瞬時的な反射係数は伝送線路の瞬時的な反射係数（式(7)のΓ^V）と異なり，共役整合に関係するS形反射係数と一致するものがあることが確められたが，S形反射係数に一致するのは電流反射係数であり，電圧反射係数ではない。このことは瞬時的なものに対してのみ生じるのかを知るために，定常状態における電圧反射係数を電圧複素S行列から求めておこう。

図11に示す回路では受電端から電源側を見込んだインピーダンスはZ_0であるから，受電端での定常状態の電圧反射係数は電圧複素S行列のS_{11}^Vとして求められるから，

$$S_{11}^V = \frac{\beta g}{\alpha g} = \frac{Z_l - Z_0^*}{Z_l + Z_0} \qquad (49)$$

となる。

式(17)のαg, βgは確かに電圧として定義されるものであり，式(49)は定常状態の電圧反射係数であり，しかもS形反射係数である。それに対して，瞬時的な反射係数では電圧反射係数はS形反射係数とZ_0/Z_0^*だけ異なり，電流反射係数がS形反射係数に一致する。このことは擬似伝送線路特有の性質のために，瞬時的なものと定常状態の反射係数とで異なってくるのであるのかという疑問が生じる。

次節の6.3において，電圧複素S行列の入射波および反射波の定義について検討する。

6.3 電圧複素S行列の入射電圧波および反射電圧波

ここまでの議論では，伝送線路の瞬時的解析には複素S行列を用いることができないため，複素S行列は定常状態のみに用いていた。しかしS行列は伝送線路の解析から考え出されたものであり，抵抗と無損失線路のみで構成される回路は瞬時的でも定常状態でもS行列で解析できる。

6.2で導入された擬似伝送線路は伝送線路とは異なり共役整合に関係しており，瞬時的な反射係数であってもS形反射係数に一致するものがあり，それが電圧反射係数か電流反射係数かを確かめることが問題になっているだけである。そこで，複素S行列および電圧複素S行列について改めて検討する。なぜならば，今まではそれらを定義のまま用いていて，それらの入射波，反射波について深くは考察されていない。そのためには実際の電圧および電流と直接関係する電圧複素S行列で検討するのがよいと考えられるので，式(15)〜(17)を取り上げる。

式(15,2)を取り上げ，もし式(15,2)のβgが零であれば，すなわち

$$V_1 = Z_g^* I_1 \qquad (50,1)$$

ならば，反射波がなく入射波のみであるから，入射波の電圧α_g^Vは式(50,1)を式(15,1)に代入して次のように求まる。

$$\alpha_g^V = \frac{1}{2}(Z_g^* I_1 + Z_g I_1) = R_g I_1 \qquad (50,2)$$

この場合I_1は入射波の電流のみであるから，

$$I_1 = I_i \qquad (50,3)$$

$$\therefore \quad \alpha_g^V = R_g I_i \qquad (50,4)$$

となり，α_g^Vは式(46,1)におけるV_iと異なる。すなわち，電圧複素S行列における入射波の電流はインピーダンスZ_g^*に流れている電流であるが，電圧はZ_g^*の電位差ではなく，Z_g^*の実数部すなわち抵抗R_gの電圧になっている。

同様に式(15,1)を取り上げ，もしαgが零であれば

$$V_1 = -Z_g I_1 \qquad (51,1)$$

入射波がないから反射波のみとなり，反射波の電圧β_g^Vは式(51,1)を式(15,2)に代入して次のように求まる。

$$\beta_g^V = \frac{1}{2}(-Z_g I_1 - Z_g^* I_1) = -R_g I_1 \qquad (51,2)$$

この場合，$-I_1$は反射波の電流I_rであるから，

$$\beta_g^V = R_g I_r \qquad (51,3)$$

すなわち，反射波も入射波と同様に，電圧複素S行列の反射電圧はZ_gの電位差ではなく，Z_gの実数部すなわち抵抗R_gの電圧を表わす。

透過波についても実際の電圧，電流が電圧複素S行列でどのように表されるかを文献(2)で考察しており，透過波の電流は実際の電流を示し，透過波の電圧は負荷インピーダンスの実数部である抵抗と電流との積となっている。

このように，電圧複素S行列の入射波，反射波，透過波の電流は実際の電流そのものであるが，電圧は実際の電圧ではなく，電力に関係するものとなるよう抵抗分における電圧になっている。したがって，電圧複素S行列における電圧反射係数は$R_g I_r / R_g I_i$と表わされるためにI_r/I_iとなり，電流反射係数と等しくなることが理解された。

複素S行列はエネルギーあるいは電力の流れを表すものであり，それは電圧複素S行列を正規化して得られる。一方，電圧複素S行列の波は実は電流が基になっており，反射係数は電流反射係数に等しくなっている。そこで電流を基とする入射波および反射波の有効電力について考えてみよう。入射波の電流はI_iであり，入射波の有効電力は$Re\{Z_g^* I_i \cdot I_i^*\} = R_g |I_i|^2$と考えられる。また反射波の有効電力は$Re\{Z_g I_r \cdot I_r^*\} = R_g |I_r|^2$と考えられる。これらの有効電力は電圧複素S行列のそれぞれ入射電圧，反射電圧に入射電流，反射電流の共役数を乗じたものと同一である。

ところで，正規化された複素S行列の入射波a_gおよび反射波b_gは有効電力に関係していて，$a_g a_g^*$および$b_g b_g^*$が入射電力および反射電力であり，それらは$R_g |I_i|^2$および$R_g |I_r|^2$に等しい。従って

$$a_g = \sqrt{R_g}\, I_i = \alpha_g^V / \sqrt{R_g} \qquad (52,1)$$

$$b_g = \sqrt{R_g}\, I_r = \beta_g^V / \sqrt{R_g} \qquad (52,2)$$

と表わすのが妥当と考えられるから，電圧複素S行列を正規化するものは文献(3)に示す通りの$\sqrt{R_g}$であり，式(12)〜(14)が複素S行列として妥当な表現となる。

7. 検討とまとめ

伝送線路が与えられていて，その特性インピーダンスが複素数であっても，その解析は公知とされている。その解析を実際に用いてみると，

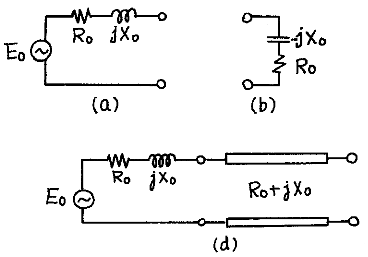


図12　単一周波数の電源に対する負荷

少し検討を要すると思われる問題もある。例えば，図12(a)に示す電源を考える。すなわち，単一周波数f_0の電圧源でその電圧はE_0とし，内部インピーダンスを等価的に表わすと抵抗R_0とリアクタンスjX_0とする。

この電源に定常状態で整合する負荷インピーダンスを求めよという問題には，大部分の方々は図12(b)の共役整合するインピーダンスを選ぶのではないだろうか？図12(C)のように電源の内部インピーダンスに等しい負荷を選ぶのは少数派と考えられる。

この電源の内部インピーダンスに等しい特性インピーダンスの伝送線路が電源に接続された図12(d)の回路に対しては，その伝送線路がいかに短かくとも負荷は図12(C)のとき完全整合しているといわれる。

過渡状態は別にして定常状態であれば，伝送線路が短かければその伝送線路がないことで近似できるはずであるから，図12(b)を選ぶことになり，このギャップをどう埋めたらよいだろう。

この例題を考えると，入射波，反射波および透過波の定義から見なおす必要があるように思われ，反射係数，インピーダンス整合などを検討してみた。

その結果，公知の電圧反射係数である式(7)のΓ_c^Vおよび式(8)のγ_c^Vは電力とは全く無関係で電圧のみに関係していて図12(a)の電源が与えられたとき，図12(C)の負荷を接続したときの電圧反射係数が零になり，波の電圧はインピーダンスに電流が流れた結果インピーダンスに生じた電圧そのものを表している。従って負荷の選び方によっては電圧反射係数は本文3.4の例題1に示したように，その絶対値は1以上になる。

図12(a)の電源に対して図12(b)の負荷で反射係数が零になる複素S行列がある。複素S行列はマイクロ波トランジスタの解析に欠かせない手法であるが，その他の分野で余り用いられないのは，電圧，電流が測定できるところでは無理に入射波，反射波を用いる必要がないからであろう。そこで複素S行列ではなく，直接電圧および電流が関係する電圧複素S行列を考えることにした。それは複素S行列を正規化しないものであり，電圧複素S行列で考察することにより，正規化の値も明らかにできた。

電圧複素S行列の入射電圧，反射電圧は6.3で示したようにインピーダンス全体の電圧ではなく，インピーダンスの実数部すなわち抵抗の電圧であることが示された。従って電圧複素S行列では有効電力のみが関係し，無効電力を考慮しないことに相当する。よって，図12(a)の電源を電圧複素S行列で扱うときは電圧E_0と内部抵抗R_0のみの回路となり，リアクタンスjX_0は負荷の一部と一緒になって消されるときに整合することが示された。また本文3.4の例題1では負荷の抵抗が零のため負荷で取り出せる有効電力は零となり，すべて反射することを示す値（絶対値が1）となった。

定常状態では伝送線路であっても電圧複素S行列を用いて有効電力に関する解析ができる。しかし瞬時的には用いることができないので，瞬時的にも電圧複素S行列を使える回路を6.1で求め，それを擬似伝送線路と名付け，その特徴の一部を6.1に述べた。

文献

(1) "電気工学ハンドブック" 電気学会（昭53）
(2) 永井信夫："損失をもつ伝送線路のスキャタリング行列に関する一検討"，信学技報 CAS 86-66 (1986-07)
(3) H.J.Carlin and A.B.Giordano："Network theory"，Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1964) 本文の引用はすべて pp. 326－338
(4) 岸源也："通信伝送"，コロナ社（昭36）
(5) V. Belevitch："Classical network theory"，Holden-Day, San Francisco (1968)
(6) 渡部和："伝送回路網の理論と設計"，オーム社（昭43）
(7) 永井，鈴木："複素等長分布定数回路の基本性質について"，信学技報 CAS85-104 (1985-11)