

## C 8 FÖRTRAN 処理系に組込まれている初等関数の 精度検定のためのプログラムについて

大泉充郎・高橋 理・金田雄次 (東北大学)

現在いわゆる大型計算機といわれるもので、使用されている FÖRTRAN 処理系に組込まれている初等関数の精度がどの程度のものであるか、利用者にとっては、絶えず気になることであるし、コンパイラの精能標価規準の1つとしても、ライブラリー関数等の精度が挙げられているが、それに関するものが、公表されていないのが実状である。

一般利用者はこれらの関数の精度に対して、機械の演算単位に見合うだけの精度が保証されているものと早合点しがちである。実状は計算機の各メーカーによってまちまちであり、かなり精度が劣っているものも多々ある。

本稿では、FÖRTRAN 処理系のライブラリー関数(平方根、正弦関数、余弦関数、逆正弦関数、対数関数、指数関数等)の精度検定をするために、JIS7000 レベルの FÖRTRAN の範囲内でプログラムを組むことに主眼をおいて、高精度のプログラムを作ったのでこれを報告する。

高精度に初等関数を計算するプログラムを用意し、これと test されるライブラリー関数による値とを比較するプログラムであって、この計算方式は、冪級数展開式を採用して、倍精度で計算するものである。

ここで、冪級数を多項式で近似させるために適用する級数の変数の領域を縮小限定し、打ち切り誤差を、対象とした機械の演算単位に見合うように  $10^{-21}$  にとどめて、誤差の累積をも考慮し、項数を減少させる。

級数の各項の加減算による桁落ちに対処する意図で高次の項から計算するようにプログラムを組んでいる。

### § 1. 計算方式

#### 1.1 平方根 (SQRT, DSQRT)

$$f(y) = y^2 - x \quad (x > 0) \quad (1)$$

$$y_2 = \frac{1}{2} \left( y_1 + \frac{x}{y_1} \right) \quad (2)$$

ここで  $y_1 \approx y_2$  とすれば、 $y_1$  の相対誤差を  $\delta_1$  とすると

$$\delta_2 \approx \frac{\delta_1^2}{2} \quad (3)$$

となる。従って  $\sqrt{x}$  を計算するのに、DSQRT(x) の値を  $y_1$  とすれば(2)より、 $y_2$  は

少なくとも DSQRT( $x$ ) の精度よりも劣ることはない。

## 1.2 正弦関数と余弦関数 (SIN, DSIN, COS, DCOS) / ANTHETIC

正弦関数, 余弦関数の冪級数展開の式は

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \quad (4)$$

$$\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots \quad (5)$$

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \quad (6)$$

級数に適用する変数を  $\pi/4$  で抑えたのは, 項数の減少と, 誤差の見積りを考慮したためである。そのために 2通りの級数を使いわけている。

級数を打ち切る際に,  $10^{-21}$  の誤差にとどめてあるし, 誤差の累積も 2桁以下とみられるから, DSIN, DCOS に劣ることはなからう。

## 1.3 逆正接関数 (ATAN, DATAN)

逆正接関数の冪級数展開式は

$$\arctan(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots \quad (7)$$

$$0 \leq x \leq b, \quad \tan\left(\frac{\pi}{16}\right) = b, \quad b = \frac{-1 + \sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}{-1 + \sqrt{2}} \quad (8)$$

(8) は級数の項数を減少させるためである。  $x$  を (8) のように変域を縮小するためには, 正接の加法公式を使う。

そのためにまず

$$\tan(\pi/8) = -1 + \sqrt{2} = a \quad \text{とおくと,}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{8} + \gamma_0\right) = x_0, \quad \tan\left(\frac{\pi}{16} + \gamma_1\right) = x_1$$

から,

$$\tan \gamma_0 = \frac{x_0 - a}{1 + ax_0} \quad \tan \gamma_1 = \frac{x_1 - b}{1 + bx_1}$$

となる。

$a > b$  であるから, 次の 3通の場合に分けて,  $x$  を定めればよい。

i)  $x < b$  なら  $x$  をそのまま (7) 式に代入する。

ii)  $b < x < a$  なら  $x$  を  $\frac{x-b}{1+bx}$  にして, その値を (7) 式に代入する。

iii)  $x > a$  なら  $x$  を  $-\frac{x-a}{1+ax}$  にして, その値が i), ii) のいずれに適合してい

るかを調べてみればよい。

#### 1.4 対数関数 (ALOG, DLOG)

$$x = \alpha \cdot 2^\beta \quad (9)$$

$$\frac{1}{2} \leq \alpha < 1, \quad \beta : \text{整数} \quad (10)$$

(9)より

$$\log x = \log \alpha + \beta \cdot \log 2 \quad (11)$$

$$\frac{\log x}{\log 2} = \frac{\log \alpha}{\log 2} + \beta \quad (12)$$

(9), (10)式より,  $\beta$ の値は, 次式に示されるように,  $\left\{ \frac{\log x}{\log 2} \right\}$ の値によって, 2通りの場合を考えておく必要がある。

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \left\{ \frac{\log x}{\log 2} + 1.0 \right\}, & \left\{ \frac{\log x}{\log 2} \right\} &\geq 0 \\ &= \left\{ \frac{\log x}{\log 2} \right\}, & \left\{ \frac{\log x}{\log 2} \right\} &< 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

但し  $\{x\}$ とは,  $x$ の絶対値を越えない最大の整数を意味する。

従って(9), (13)より $\alpha$ が求まる。

$$\alpha = \frac{x}{2^\beta} \quad (14)$$

次に $\log \alpha$ を計算するには, 対数関数の冪級数展開式

$$\log \frac{1+\alpha}{1-\alpha} = 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^{2n+1}}{2n+1} \quad (15)$$

を採用する。この級数の項数等を減少させるために $\alpha$ を $2^m$ で除算して,  $\beta$ を $\beta+m$ にとり,  $m$ の値を適切に定めればよい。プログラムでは $m$ を1にしてある。

$\log 2$ については, (15)式を使って, 予めプログラムの頭初で求めておく。

これまで論じてきた手法では, 次のような $x$ が1に接近している領域で, 誤差が大きくなる恐れがあるので, この場合には, 以下の対数関数の冪級数を採用した。

$$\left. \begin{aligned} | < x \leq 1.001 \\ | < x \leq 1.075 \end{aligned} \right\} \rightarrow \log x = \log(1+\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\alpha^n}{n}$$

$$0.925 \leq x < 1 \rightarrow \log x = \log(1-\alpha) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^n}{n}$$

#### 1.5 指数関数 (EXP, DEXP)

$$e^x = \alpha \cdot 2^\beta \quad (16)$$

$$\frac{1}{2} \leq \alpha < 1, \quad \beta : \text{整数} \quad (17)$$

(16) より

$$x = \log \alpha + \beta \cdot \log 2 \quad (18)$$

$$\frac{x}{\log 2} = \frac{\log \alpha}{\log 2} + \beta \quad (19)$$

$$= r + \beta, \quad r = \frac{\log \alpha}{\log 2} \quad (20)$$

(20) の後半の式より

$$\log \alpha = r \cdot \log 2 \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \left[ \frac{x}{\log 2} + 1.0 \right], & \left[ \frac{x}{\log 2} \right] &\geq 0 \\ &= \left[ \frac{x}{\log 2} \right], & \left[ \frac{x}{\log 2} \right] &< 0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

(20) の前半の式より

$$r = \frac{x}{\log 2} - \beta \quad (23)$$

従って(21)式より $\alpha$ は

$$\alpha = \exp(\log \alpha) = \exp(r \cdot \log 2) \quad (24)$$

ここで、指数関数の冪級数展開式

$$e^x = \exp(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad (25)$$

を使用して、 $\alpha$ を求める。

## § 2. 検定法とその結果

NEAC2200 モデル500の演算単位(指数部12ビット, 仮数部36ビット, それぞれ符号ビット含)を対象にしたので, 級数を打ち切る際に, 誤差を $10^{-21}$ にとどめた. 作成したプログラムに対する検定法は, 以下の手法で行ない, 相対誤差と絶対誤差とを調べてみた.

付録1にはプログラムの全体を, 付録2にはFORTRAN-L(500)のライブラリー関数を例にして, その精度を絶対誤差及び相対誤差でもって, 表にして示してある. この表で“STANDARD”と印刷されている部分が, 作成したプログラムによる計算結果である.

### 2.1 平方根

高精度のプログラムで計算した値の2乗と, 付与した値とを比較する. その差の絶対値の最大値を $x$ の区間別に調べたので, その結果を表1に示す.

$$\delta = |x - (\sqrt{x})^2|$$

表 1

$x$	$\max(\delta)$
0(0.000001)0.001	$5 \cdot 10^{-23}$
0(0.001)1.6	$5 \cdot 10^{-21}$
1.6(0.01)5.0	$1 \cdot 10^{-20}$
5.0(0.1)10.0	$6.8 \cdot 10^{-21}$
10.0(1)100.0	$1.0 \cdot 10^{-20}$

## 2.2 正弦関数, 余弦関数

$$i) \delta = \sin^2 x - (1 - \cos^2 x), \quad \delta = \cos^2 x - (1 - \sin^2 x)$$

$$0 \leq x \leq 70.0$$

この結果を fig. 1~fig. 4 に示す。これにより  $0 \leq x \leq 10$  範囲内で,  $|\delta| < 10^{-2}$  である。

$$ii) x_i \in X, y_i \in Y$$

$$\delta = \text{Max}[|\sin(x_i \pm y_i) - (\sin x_i \cos y_i \pm \cos x_i \sin y_i)|]$$

$$\delta = \text{Max}[|\cos(x_i \pm y_i) - (\cos x_i \cos y_i \mp \sin x_i \sin y_i)|]$$

を求め, そのときの  $x_i, y_i, \sin x_i, \sin y_i, \cos x_i, \cos y_i$  を求めた。その結果が表 2 である。

## 2.3 逆正接関数

$$i) y = \arctan(x)$$

$$\delta = x - \tan y = x - \frac{\sin y}{\cos y}$$

$$0 \leq x \leq 70.0$$

絶対誤差  $\delta$  について fig. 5 及び fig. 6 に示す。これより  $0 \leq x \leq 20$  の範囲で,  $|\delta| < 10^{-18}$  である。  $\arctan x, \sin y, \cos y$  等のそれぞれの誤差の累積を 2 桁以下と見なしても,  $\arctan x$  だけの誤差は  $10^{-19}$  以下にとどまるであろう。

$$ii) x_i \in X, y_i \in Y$$

$$\delta = \text{Max}[|\arctan(x_i) \pm \arctan(y_i) - \arctan\left(\frac{x_i \pm y_i}{1 \mp x_i \cdot y_i}\right)|]$$

を求め, そのときの  $x_i, y_i$  及び  $f(x_i), f(y_i), f\left(\frac{x_i \pm y_i}{1 \mp x_i \cdot y_i}\right)$  を求めた。その結果が表 3 である。

表 2

$x_i \in X$ $y_i \in Y$	$\max(\delta)$	$x_i$	$y_i$	$f(x_i)$	$f(y_i)$	$f(x_i + y_i)$
0(0.00001)0.001	$8 \cdot 10^{-24}$	0.00048	0.00098	$0.479999 \cdot 10^{-3}$	$0.97999 \cdot 10^{-3}$	$0.145999 \cdot 10^{-2}$
0(0.001)1.6	$6 \cdot 10^{-21}$	0.387	1.187	0.3774...	0.927...	0.999.....9
1.6(0.01)5.0	$1 \cdot 10^{-20}$	2.19	3.89	0.814 ...	-0.68047...	-0.20179...
5.0(0.1)10.0	$3 \cdot 10^{-20}$	5.5	8.0	-0.70554...	0.98935...	0.80378...
10.0(1)100.0	$3 \cdot 10^{-19}$	45.0	90.0	0.8509...	0.89399...	0.883686...
0(0.00001)0.001	$4 \cdot 10^{-21}$	0.00044	0.00094	0.999999...	0.999999...	0.999999...
0(0.001)1.6	$8 \cdot 10^{-21}$	0.785	1.585	0.707388269	-0.014203195	-0.716801057
1.6(0.01)5.0	$3 \cdot 10^{-20}$	3.17	4.87	-0.999596538	0.156959287	-0.184947426
5.0(0.1)10.0	$5 \cdot 10^{-20}$	5.6	8.1	0.775565878	-0.243544153	0.423374544
10.0(1)100.0	$4 \cdot 10^{-19}$	41.0	86.0	-0.987339277	-0.383698444	0.232359102

表 3

$x_i \in X$ $y_i \in Y$	$\max(\delta)$	$x_i$	$y_i$	$f(x_i)$	$f(y_i)$	$f(\frac{x_i - y_i}{1 + x_i y_i})$
0(0.00001)0.001	$3 \cdot 10^{-34}$	0.00041	0.00091	0.0004099999	0.0009099997	-0.4999997717
0(0.001)1.6	$2 \cdot 10^{-20}$	0.687	1.487	0.601947744	0.978769600	-0.376821855
1.6(0.01)5.0	$1 \cdot 10^{-20}$	1.62	3.32	1.01776488	1.27823456	-0.260469677
5.0(0.1)10.0	$3 \cdot 10^{-20}$	5.0	7.5	1.37340076	1.43824479	-0.064844027
10.0(1)100.0	$3 \cdot 10^{-20}$	35.0	80.0	1.54223266	1.55829697	-0.016064308

## 2.4 対数関数

$$i) \delta = x - \exp[\log x]$$

この結果を fig. 7 及び fig. 8 に示す。これより  $0 < x \leq 20$  の範囲で  $|\delta| < 10^{-17}$  である。log, exp のそれぞれの誤差の累積を 2 桁以下と見積っても、log 自身に関する誤差は  $10^{-19}$  以下になる。

$$ii) x_i \in X, y_i \in Y$$

$$\delta = \text{Max}[|\log x_i y_i - (\log x_i + \log y_i)|]$$

を求め、そのときの  $x_i, y_i, f(x_i), f(y_i)$  及び  $f(x_i \cdot y_i)$  を求めた。その結果を表 4 に示す。

## 2.5 指数関数

$$i) \delta = x \sim \log[\exp(x)]$$

この結果を fig. 9 及び fig. 10 に示す。これより  $0 \leq x \leq 10$  の範囲で  $|\delta| \leq 10^{-18}$  である。exp, log のそれぞれの誤差の累積を 2 桁以下と見積っても指数関数自身の精度は 19 桁保証され得る。

$$ii) x_i \in X, y_i \in Y$$

$$\delta = \text{Max}[|\exp(x_i + y_i) - \exp(x_i) \cdot \exp(y_i)|]$$

を求め、そのときの  $x_i, y_i, f(x_i), f(y_i)$  及び  $f(x_i + y_i)$  を求めた。その結果を表 5 に示す。

表 4

$x_i \in \bar{X}$ $y_i \in Y$	$\max(\delta)$	$x_i$	$y_i$	$f(x_i)$	$f(y_i)$	$f(x_i, y_i)$
0(0.00001)0.001	$7 \cdot 10^{-21}$	0.1	0.1	0.0002599662	0.00075971134	0.00101967755
0(0.001)1.6	$3 \cdot 10^{-18}$	0.5	1.2995	-0.693147180	0.261979575	-0.4311676054
1.6(0.01)5.0	$3 \cdot 10^{-18}$	3.24	4.94	1.175573329	1.597365331	2.772938661
5.0(0.1)10.0	$3 \cdot 10^{-18}$	5.5	8.0	1.704748092	2.079441541	3.784189633
10.0(1.0)100.0	$3 \cdot 10^{-18}$	19.0	64.0	2.944438879	4.158883083	7.1033220625

表 5

$x_i \in \bar{X}$ $y_i \in Y$	$\max(\delta)$	$x_i$	$y_i$	$f(x_i)$	$f(y_i)$	$f(x_i + y_i)$
0(0.00001)0.001	$3 \cdot 10^{-19}$	0.00005	0.00055	1.000050000	1.000055015	1.000600180
0(0.001)1.6	$3 \cdot 10^{-18}$	0.796	1.596	2.216656545	4.933259866	1.093534277
1.6(0.01)5.0	$9 \cdot 10^{-16}$	3.28	4.98	2.657577269	1.45.4743816	3866.094100
5.0(0.1)10.0	$8 \cdot 10^{-12}$	7.4	9.9	1635.98	19930.37	$0.32605 \dots 10^8$
10.0(1.0)100.0	$6 \cdot 10^{50}$	55.0	100.0	$0.76 \dots 10^{24}$	$0.26 \dots 10^{44}$	$0.26 \dots 10^{68}$
0(0.00001)-0.001	$2 \cdot 10^{-19}$	-0.00005	0.0	0.9995001249	0.9999999999...	0.9995001249
0(0.001)-1.6	$1 \cdot 10^{-18}$	-1.093	-0.29	0.3352093556	0.7460221406	0.25007360111
-1.6(0.01)-5.0	$2 \cdot 10^{-20}$	-3.46	-1.76	0.0314297620	0.1720448638	0.0054073291
-5(0.1)-10.0	$8 \cdot 10^{-24}$	-7.6	-5.1	0.00050045143	0.0060967465	0.00000305112
-10.0(1.0)-100.0	$2 \cdot 10^{-47}$	-55.0	-10.0	$0.12998 \dots 10^{-23}$	$0.453999 \dots 10^{-4}$	$0.59000 \dots 10^{-28}$



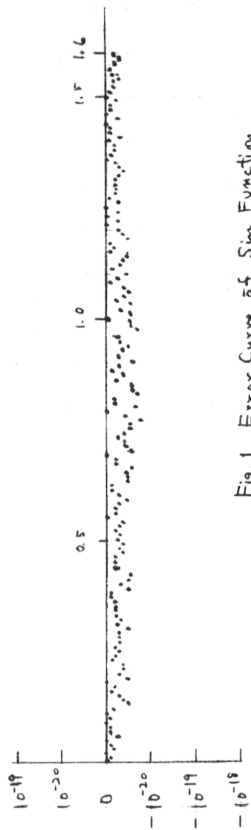


Fig.1 Error Curve of Sin Function

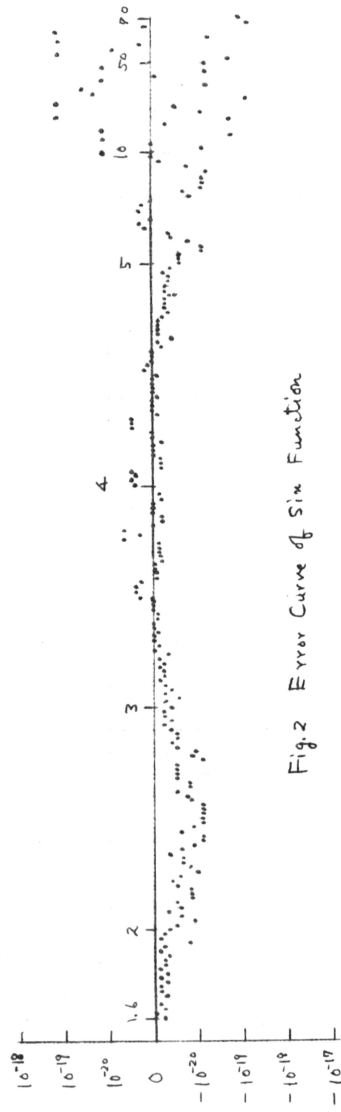


Fig.2 Error Curve of Sin Function

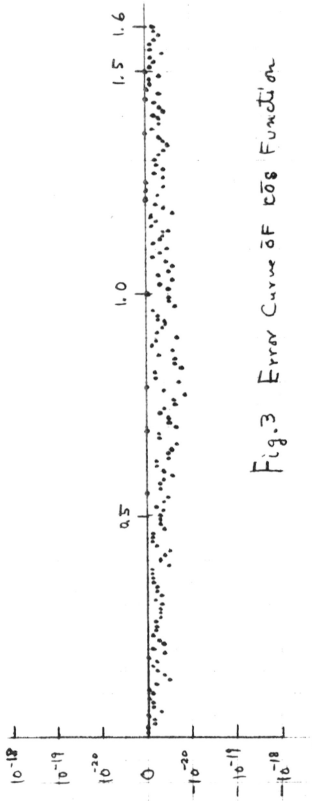


Fig. 3 Error Curve of  $\cos$  Function

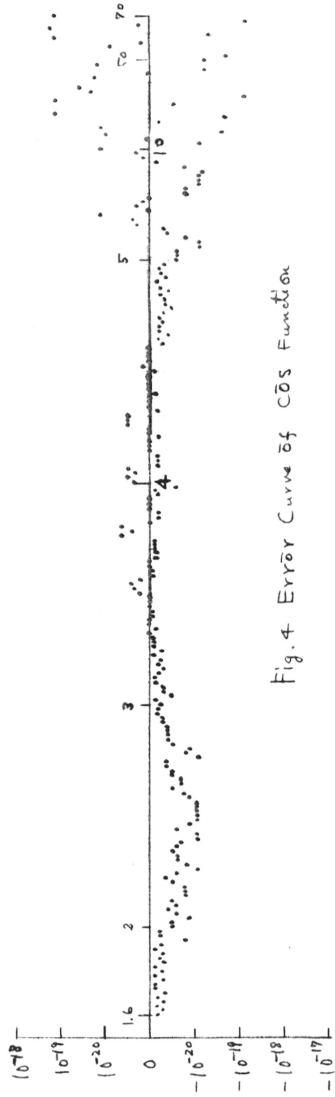


Fig. 4 Error Curve of  $\cos$  Function

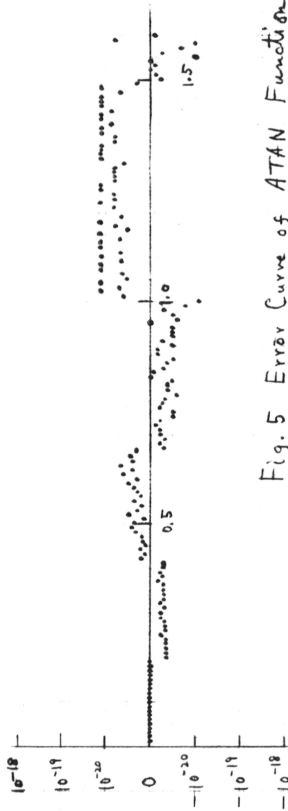


Fig. 5 Error Curve of ATAN Function

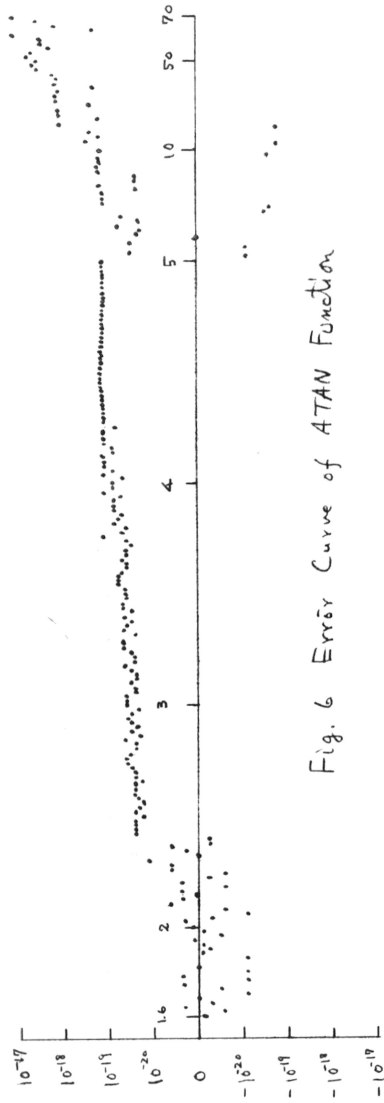


Fig. 6 Error Curve of ATAN Function

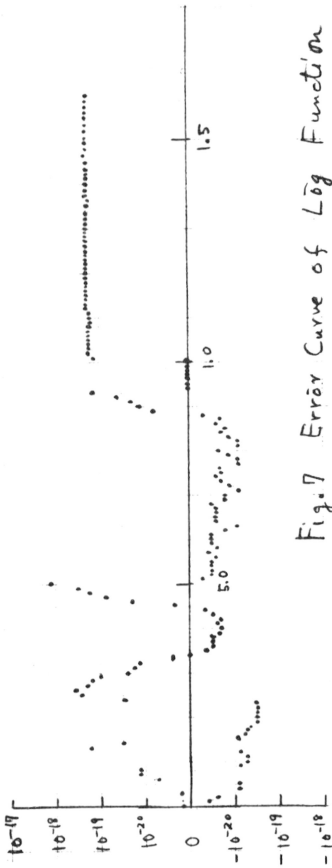


Fig. 7 Error Curve of Log Function

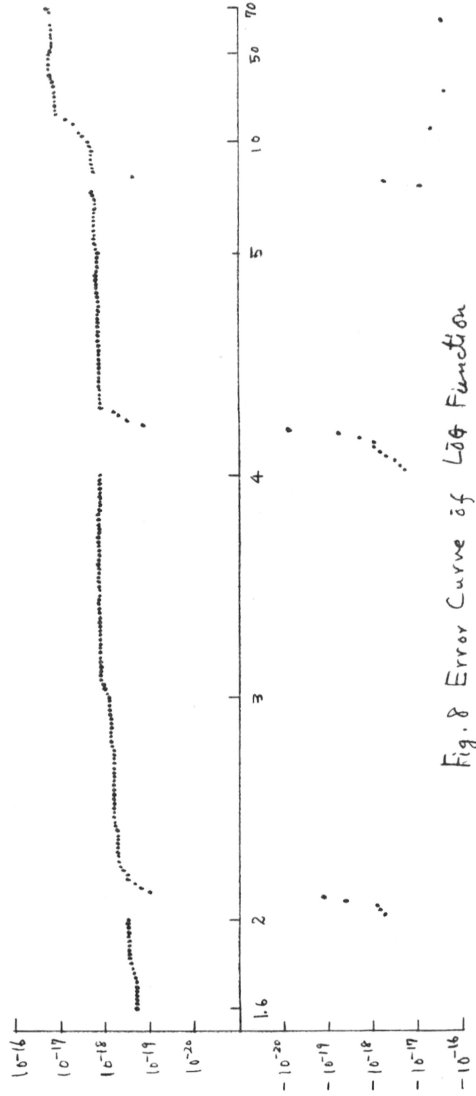


Fig. 8 Error Curve of Log Function

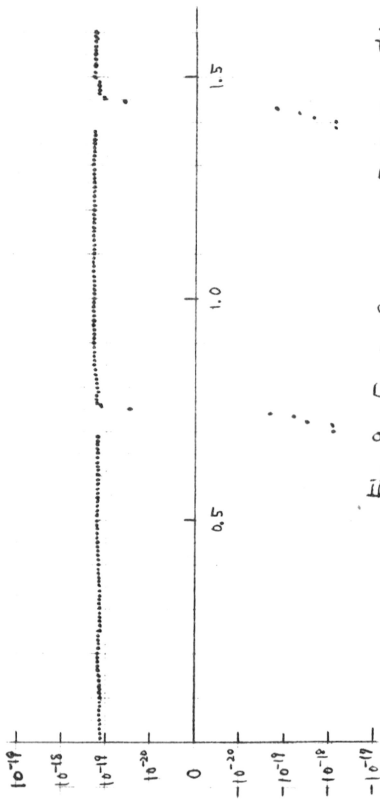


Fig. 9 Error Curve of EXP Function

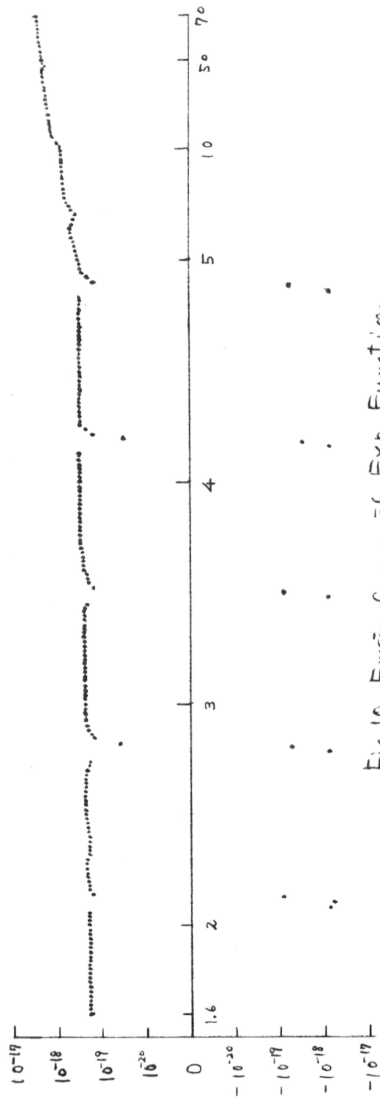


Fig.10 Error Curve of Exp Function

Fig. 1'~Fig. 10' は

高精度の初等関数のプログラム (STANDARD と呼ぶことにする) についての精度検定における相対誤差を示す。

図 番	関 数 名	相対誤差を求める計算式
fig. 1' ~ fig. 2'	正 弦 関 数	$\delta =  (\sin^2 x - (1 - \cos^2 x)) / \sin^2 x $
fig. 3' ~ fig. 4'	余 弦 関 数	$\delta =  (\cos^2 x - (1 - \sin^2 x)) / \cos^2 x $
fig. 5' ~ fig. 6'	逆正接関数	$y = \tan^{-1} x$ とすると, $\delta =  (x - \sin y / \cos y) / x $
fig. 7' ~ fig. 8'	対 数 関 数	$\delta =  (x - \exp(\log x)) / x $
fig. 9' ~ fig. 10'	指 数 関 数	$\delta =  (x - \log(\exp(x))) / x $

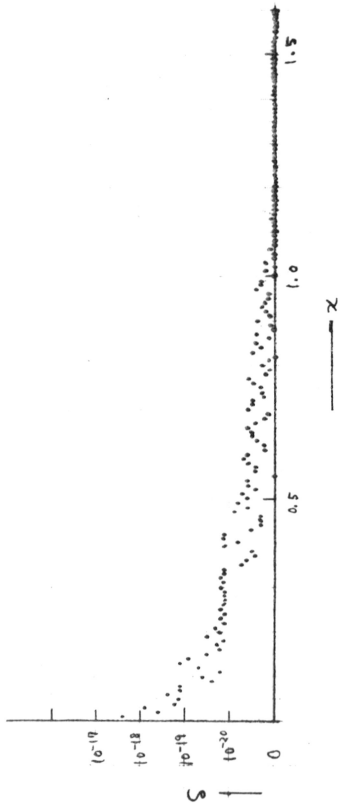


Fig. 1 | Relative Error of Sin Function

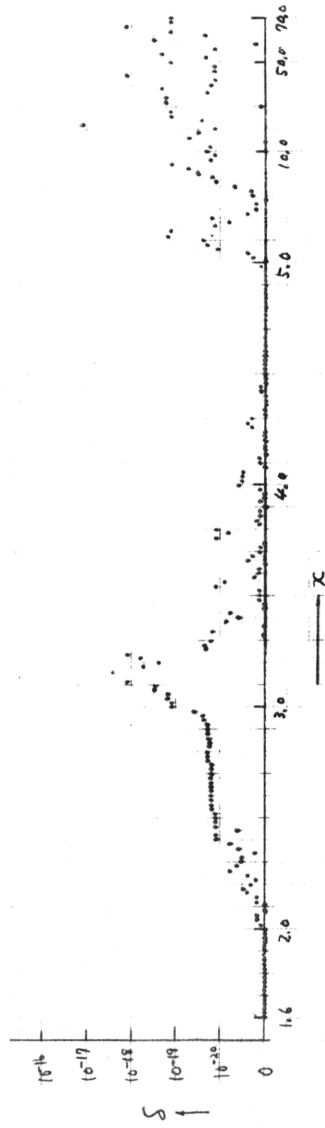


Fig. 2 | Relative Error of SIN Function

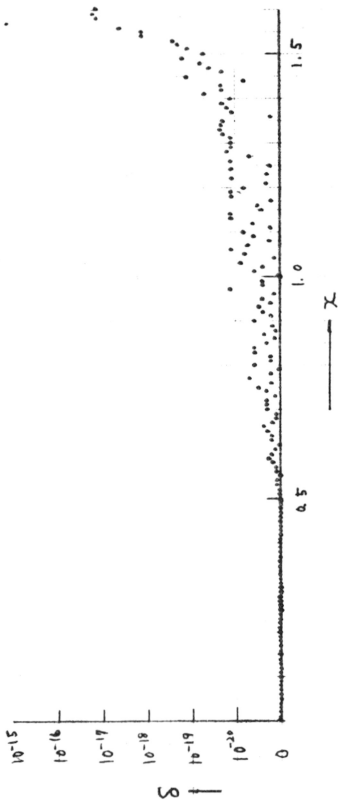


Fig. 3 | Relative Error of COS Function

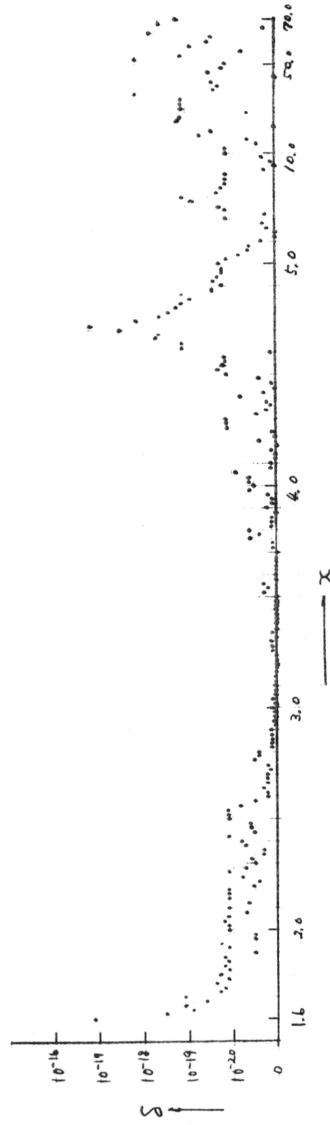


Fig. 4 | Relative Error of COS Function



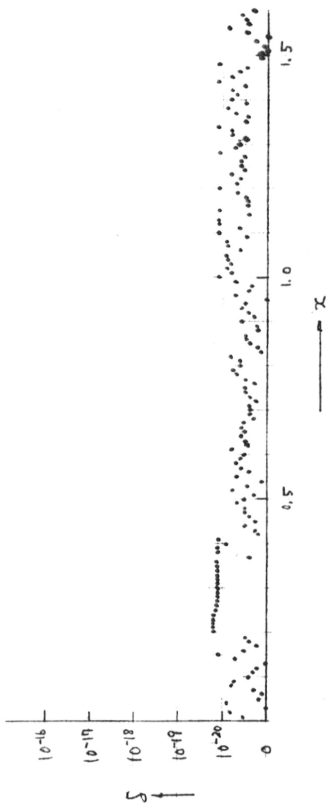


Fig. 5' | Relative Error | of ATAN Function

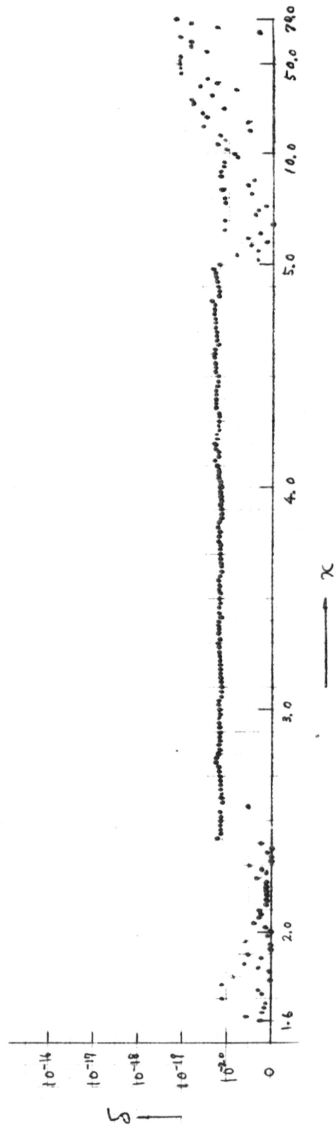


Fig. 6' | Relative Error | of ATAN Function

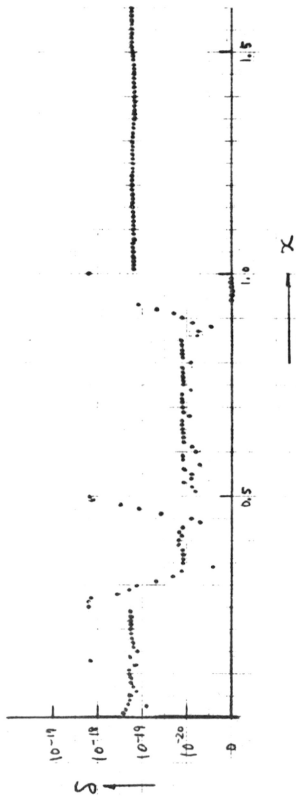


Fig. 7 | Relative Error of Log Function

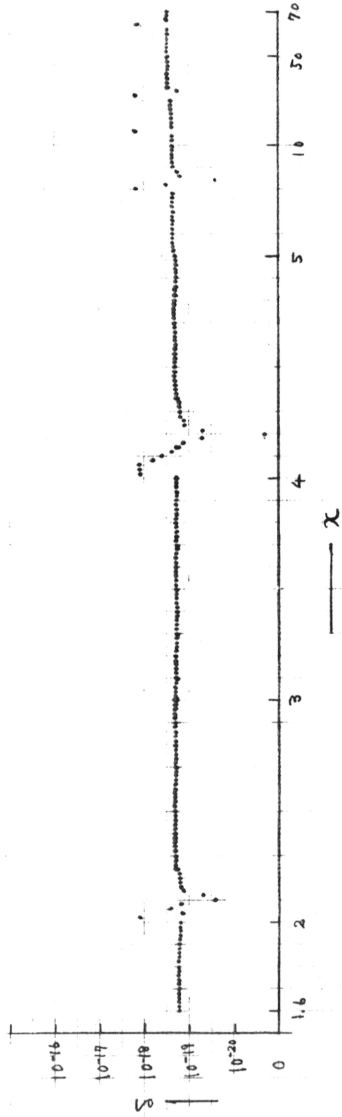


Fig. 8 | Relative Error of Log Function

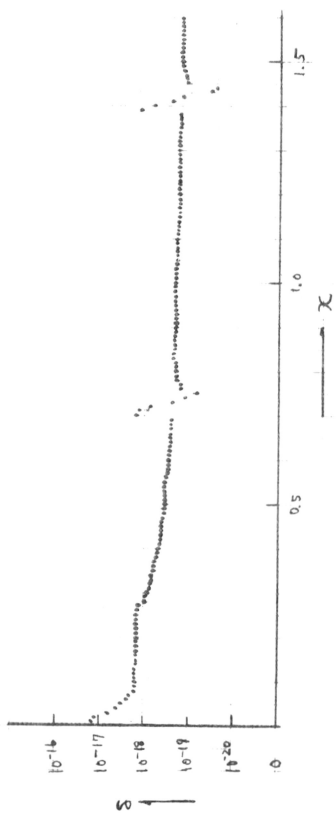


Fig. 9 | Relative Error of EXP Function

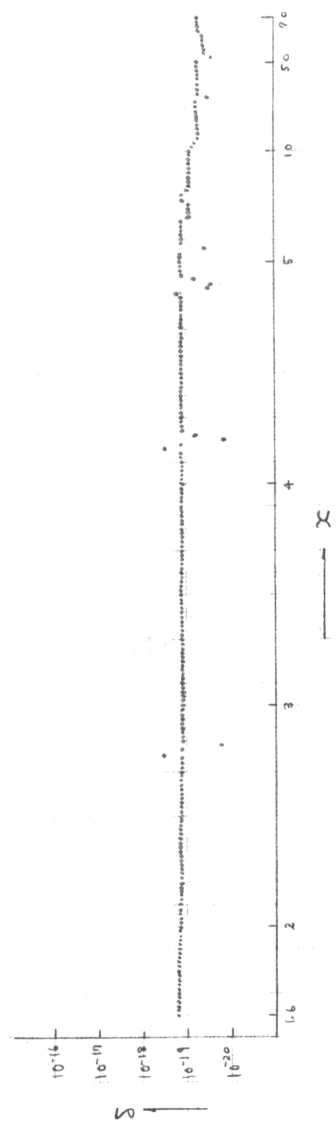


Fig. 10 | Relative Error of EXP Function

C ON PRECISION CHECK OF INTRINSIC FUNCTIONS  
INTEGER BASLIB

DOUBLE PRECISION FABMAX,FRLMAX

```

DOUBLE PRECISION X
DOUBLE PRECISION DSTART,DEND,DH
DOUBLE PRECISION FSTAND,TEST,FTEST,ABSERO,RLEROR,FMAX,STAND
550 CONTINUE
FABMAX=0.DO
FRLMAX=0.DO
READ(5,500) BASLIB,KDH,DSTART,DEND
500 FORMAT( I5,I5, 2D20.10 )
X=DSTART
ERRMAX=0.DO
GO TO (10,20,30,40,50) ,KDH
10 DH=1.D+0/10.D+0/10.D+0/10.D+0/10.D+0 /10.D+0
GO TO 777
20 DH=1.D+0/10.D+0/10.D+0/10.D+0
GO TO 777
30 DH=1.D+0/10.D+0/10.D+0
GO TO 777
40 DH=1.D+0/10.D+0
GO TO 777
50 DH=1.D+0
777 CONTINUE
KLIB=BASLIB-10
IF( KLIB .GT. 0 ) GO TO 101
GO TO ( 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000 ). BASLIB
101 GO TO ( 1100, 2100, 3100, 4100, 5100, 6100 ). KLIB
1000 WRITE(6,610)
610 FORMAT(1H1, 49X, 27HTHE TABLE OF SQRT FUNCTION / )
GO TO 999
2000 WRITE(6,620)
620 FORMAT(1H1, 49X, 27HTHE TABLE OF SIN FUNCTION / )
GO TO 999
3000 WRITE(6,630)
630 FORMAT(1H1, 49X, 27HTHE TABLE OF COS FUNCTION / )
GO TO 999
4000 WRITE(6,640)
640 FORMAT(1H1, 49X, 27HTHE TABLE OF ATAN FUNCTION / )
GO TO 999
5000 WRITE(6,650)
650 FORMAT(1H1, 49X, 27HTHE TABLE OF ALOG FUNCTION / )
GO TO 999

```

```

6000 WRITE(6,660)
  660 FORMAT(1H1, 49X, 27HTHE TABLE OF EXP FUNCTION / )
      GO TO 999
1100 WRITE(6,611)
  611 FORMAT(1H1, 49X, 27HTHE TABLE OF DSQRT FUNCTION / )
      GO TO 999
2100 WRITE(6,621)
  621 FORMAT(1H1, 49X, 27HTHE TABLE OF DSIN FUNCTION / )
      GO TO 999
3100 WRITE(6,631)
  631 FORMAT(1H1, 49X, 27HTHE TABLE OF DCOS FUNCTION / )
      GO TO 999
4100 WRITE(6,641)
  641 FORMAT(1H1, 49X, 27HTHE TABLE OF DATAN FUNCTION / )
      GO TO 999
5100 WRITE(6,651)
  651 FORMAT(1H1, 49X, 27HTHE TABLE OF DLOG FUNCTION / )
      GO TO 999
6100 WRITE(6,661)
  661 FORMAT(1H1, 49X, 27HTHE TABLE OF DEXP FUNCTION / )
  999 CONTINUE
      NUMBER=55
      WRITE(6,679)
  679 FORMAT(1H ,40X,45H( ON PRECISION CHECK OF INTRINSIC FUNCTIONS ) //
  11H ,12X,1HX,17X,8HSTANDARD,20X,4HTEST,23X,14HABSOLUTE ERROR,12X,8H
  2RELATIVE,6H ERROR, /)
100 FSTAND=STAND(BASLIB,X)
    FTEST=TEST(BASLIB,X)
    ABSERO=FSTAND-FTEST
    RLEROR=ABSERO/FSTAND
    WRITE(6,601) X,FSTAND,FTEST,ABSERO,RLEROR
  601 FORMAT(1H ,F16.5, 3X, 3(1X,D28.21),1X,D20.13 )
    IF(DABS(ABSERO).GT.FABMAX ) FABMAX=DABS(ABSERO)
    IF(DABS(RLEROR).GT.FRLMAX) FRLMAX=DABS(RLEROR)
    X=X+DH
    IF(X.GT.DEND) GO TO 200
    NUMBER=NUMBER+1
    IF(NUMBER.EQ.0) GO TO 777
    GO TO 100
200 WRITE(6,602) FABMAX,FRLMAX
  602 FORMAT(1H1, 12X, 32HMAXIMUM VALUE OF ABSOLUTE ERROR= , D27.20 /
  11H0,12X,32HMAXIMUM VALUE OF RELATIVE ERROR= , D27.20 )
      GO TO 550
      |
      STOP
      END

```

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION STAND(BASLIB,X)
C   PRECISION CHECK PROGRAM OF LIBRARY FUNCTIONS
INTEGER BASLIB
DOUBLE PRECISION Y1
DOUBLE PRECISION XEXP
DOUBLE PRECISION FDSQRT
DOUBLE PRECISION FMANT1
DOUBLE PRECISION EXPONT
DOUBLE PRECISION FSTAND,TEST,FTEST,ABSERO,RLFROR
DOUBLE PRECISION AX,AY,SLOG2,FMIA,EX,FMANT,FMAT21,S1,FMI
DOUBLE PRECISION XLOG2,DXLOG2,ALPH,SS,FI
DOUBLE PRECISION X,XX
DOUBLE PRECISION PI,PI2,PI21,PI41,PI81,PI161
DOUBLE PRECISION Y,S,FJJ,Z
DOUBLE PRECISION FMIPW
DOUBLE PRECISION STASIN
DOUBLE PRECISION AA,BB
COMMON /PIDATA / PI,PI2,PI21,PI41,PI81,PI161
DATA MARK/0/
IF(MARK.NE.0) GO TO 1111
PI=3.14159265358979323846D0
PI2=2.D+0*PI
PI21=.5D+0*PI
PI41=.25D+0*PI
PI81=.125D+0*PI
PI161=.625D-1*PI
MARK=1
AA=-1.D0+FDSQRT(2.D0)
BB=(-1.D0+FDSQRT(1.D0+AA*AA))/AA
C   CALCULATE LOG(2)
AX=1.D+0/3.D+0
AY=AX*AX
SLOG2=1.D0/43.D0
DO 111 I=1,41,2
FMIA=42-I
SLOG2=SLOG2*AY+1.D0/FMIA
111 CONTINUE
SLOG2=2.D0*AX*SLOG2
1111 CONTINUE
XX=X
KLIB=BASLIB-10
IF( KLIB.GT. 0 ) GO TO 105
GO TO ( 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000 ), BASLIB
105 GO TO ( 1000,2000,3000,4000,5000,6000 ) , KLIB
1000 CONTINUE
C   CALCULATE SQRT FUNCTION
STAND=FDSQRT(XX)
RETURN
2000 CONTINUE

```

```

C      CALCULATE SIN FUNCTION
      STAND=STASIN(XX)
      RETURN
3000  CONTINUE
C      CALCULATE COS FUNCTION
      XX=XX+PI21
      STAND=STASIN(XX)
      RETURN
4000  CONTINUE
C      AA=-1+SQRT(2)
C      BB=(-1+SQRT(1+AA*AA))/AA
      ISGN=1
      IF(XX.LT.0.D0 ) ISGN=0
      XX=DABS(XX)
      M=0
      IF(XX.EQ.1.D0 ) GO TO 100
      IF(XX.GT.1.D0 ) GO TO 3
1      IF(XX.GT.AA ) GO TO 4
      N=0
2      IF(XX.GT.BB ) GO TO 5
      L=0
      GO TO 8
3      M=1
C      XX.GT. 1
      XX=1.D0/XX
      GO TO 1
4      N=1
      XX=( XX-AA )/(1.D0+ AA*XX )
      GO TO 2
5      L=1
      XX=(XX-BB)/(1.D0+BB*XX )
8      CONTINUE
      Y=-XX*XX
      S=1.D0/35.D0
      DO 220 IPW=3,35,2
      FMIPW=36-IPW
      S=S*Y+1.D0/FMIPW
220   CONTINUE
      S=S*XX
      IF(L.NE.0) S=S+PI161
      IF(N.NE.0) S=S+PI81
      IF(M.EQ.1) S=PI21-S
      GO TO 12
100   S=PI41
12    STAND=S
      IF(ISGN.NE.1) STAND=-S
      RETURN
5000  CONTINUE
C      CALCULATE LOG FUNCTION
      IF(XX.EQ.1.D0) GO TO 4002

```

```

XEXP=XX-1.D+0
IF(XEXP.GT.0.0D0.AND.XEXP.LE.0.001D0 ) GO TO 4001
IF(XEXP.GE.0.001D0.AND.XEXP.LE.0.075D0 ) GO TO 4004
XEXP=-XEXP
IF(XEXP.GE.0.001D0.AND.XEXP.LE.0.07D0 ) GO TO 4003
ISGN=1
IF(XX.EQ.1.D0) GO TO 200
IF(XX.LT.1.D0) GO TO 300
400 CONTINUE
C CALCULATE EXPONENT AND MANTISSA
IXE=DLOG(XX)/DLOG(2.D0)
Y1=1.D0
IF(XX.GE.1.D0) GO TO 209
IF(IXE.EQ.0) GO TO 39
IF(IXE.LT.0) GO TO 19
209 CONTINUE
IXE=IXE+1
DO 29 J=1,IXE
29 Y1=Y1*2.D0
GO TO 39
19 CONTINUE
IXEP=-IXE
DO 49 J=1,IXEP
49 Y1=Y1*(1.D0/2.D0)
39 CONTINUE
FMANT=XX/Y1
EX=IXE+1
FMAT21=.5D+0*FMANT
C CALCULATE  $2 * \log((1+X)/(1-X))$ 
FMAT21=(FMAT21-1.D+0)/(FMAT21+1.D+0)
Y=FMAT21*FMAT21
S1=1.D+0/71.D+0
DO 112 I=1,69,2
FMI=70-I
S1=S1*Y+1.D0/FMI
112 CONTINUE
S1=S1*2.D+0*FMAT21
S1=S1+EX*SLOG2
IF(ISGN.NE.1) S1=-DABS(S1)
410 STAND=S1
RETURN
300 ISGN=0
XX=1.D+0/XX
GO TO 400
200 S1=0.0
GO TO 410
4001 CONTINUE
S=1.D0/7.D0
DO 320 IPW=1,6
FMIPW=7-IPW

```



```

320 S=S*(-XEXP)+1.D0/FMIPW
    STAND=S*XEXP
    RETURN
4002 STAND=0.D0
    RETURN
4003 CONTINUE
    S=1.D0/18.D0
    DO 340 IPW=1,17
    FMIPW=18-IPW
340 S=S*XEXP+1.D0/FMIPW
    STAND=-S*XEXP
    RETURN
4004 CONTINUE
    S=1.D0/18.D0
    DO 330 IPW=1,17
    FMIPW=18-IPW
330 S=S*(-XEXP)+1.D0/FMIPW
    STAND=S*XEXP
    RETURN
6000 CONTINUE
C   CALCULATE EXP FUNCTION
    XLOG2=XX/SLOG2
    IXLOG2=XLOG2+1.D+0
    DXLOG2=XLOG2-DFLOAT(IXLOG2)
    ALPH=DXLOG2*SLOG2
    SS=ALPH/21.D0
    DO 119 I=1,20
    FI=21-I
    SS=(SS+1.D0)*ALPH/FI
119 CONTINUE
    SS=SS+1.D+0
    EXPONT=2.D0**IXLOG2
    STAND=SS*EXPONT
    RETURN
    END

```

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION STASIN(X)
DOUBLE PRECISION X,XX,Y,S,FJJ,Z,SGN
DOUBLE PRECISION PI,PI2,PI21,PI41,PI81,PI161
COMMON /PIDATA / PI,PI2,PI21,PI41,PI81,PI161
XX=X
SGN=.1D+1
IF(XX.LT.0.0) SGN=-.1D+1
XX=DABS(XX)
XX=DMOD(XX,PI2)
IF(XX.GT.PI) GO TO 1
3 IF(XX.GT.PI21) XX=PI-XX
IF(XX.GT.PI41) GO TO 2
CONTINUE
Y=-XX*XX
C POWER SERIES OF SIN FUNCTION
S=Y/(.21D+2*.20D+2)
DO 100 IS=3,19,2
J=22-IS
FJJ=J*(J-1)
Z=Y/FJJ
S=(S+.1D+1)*Z
100 CONTINUE
S=(S+.1D+1)*XX
4 STASIN=S*SGN
RETURN
1 SGN=-SGN
XX=XX-PI
GO TO 3
2 XX=PI21-XX
C POWER SERIES OF COS FUNCTION
Y=-XX*XX
S=Y/(.22D+2*.21D+2)
DO 200 IS=4,22,2
J=24-IS
FJJ=J*(J-1)
Z=Y/FJJ
S=(S+.1D+1)*Z
200 CONTINUE
S=S+.1D+1
GO TO 4
END

DOUBLE PRECISION FUNCTION FDSQRT(XX)
DOUBLE PRECISION XX,XDSQRT
XDSQRT=DSQRT(XX)
IF(XX.EQ.0.D0) GO TO 1
FDSQRT=0.5D0*(XDSQRT+XX/XDSQRT )
RETURN
1 FDSQRT=0.D0
RETURN
END

```

```
DOUBLE PRECISION FUNCTION TEST(BASLIB,X )
INTEGER BASLIB
DOUBLE PRECISION X,XX
XX=X
XSGL=SNGL(X)
KLIB=BASLIB-10
IF( KLIB .GT. 0 ) GO TO 101
GO TO ( 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000 ). BASLIB
101 GO TO ( 1100, 2100, 3100, 4100, 5100, 6100 ). KLIB
1000 CONTINUE
TEST=SQRT(XSGL )
RETURN
2000 CONTINUE
TEST=SIN(XSGL )
RETURN
3000 CONTINUE
TEST=COS(XSGL )
RETURN
4000 CONTINUE
TEST=ATAN(XSGL)
RETURN
5000 CONTINUE
TEST=ALOG(XSGL)
RETURN
6000 CONTINUE
TEST=EXP(XSGL )
RETURN
1100 CONTINUE
TEST=DSQRT(XX )
RETURN
2100 CONTINUE
TEST=DSIN( XX )
RETURN
3100 CONTINUE
TEST=DCOS( XX )
RETURN
4100 CONTINUE
TEST=DATAN(XX)
RETURN
5100 CONTINUE
TEST=DLOG( XX)
RETURN
6100 CONTINUE
TEST=DEXP( XX)
RETURN
END
```

THE TABLE OF DLOG FUNCTION  
( ON PRECISION CHECK OF INTRINSIC FUNCTIONS )

X	STANDARD	TEST	ABSOLUTE ERROR	RELATIVE ERROR
0.5500	--290042209374966613340D+01	--290042209374966613357D+01	1.69406589450860067814D-18	--58407564132111D-19
0.5600	--288240358824698781872D+01	--288240358824698781885D+01	1.21972744404619248826D-18	--42316333103080D-19
0.5700	--286470401147558690780D+01	--286470401147558690780D+01	6.77626357803440271257D-19	--2365432342878D-19
0.5800	--2847312268435717715880D+01	--2847312268435717715880D+01	0.0000000000000000D+00	0.000000000000D+00
0.5900	--283021783076417601680D+01	--283021783076417601680D+01	1.3891340334831925655607D-18	4.908223021849D-19
0.6000	--28134107167600366374D+01	--28134107167600366374D+01	--4.201283437376874757431D-18	1.49303611814D-19
0.6100	--279688141480882580338D+01	--279688141480882580338D+01	--9.9512437376874757431D-18	3.343453779690D-19
0.6200	--278062089393704549867D+01	--278062089393704549867D+01	5.75982404132924230568D-17	6.860044195717D-18
0.6300	--27644205259060436422D+01	--27644205259060436422D+01	5.42101086542752217006D-19	--208340491821D-19
0.6400	--27482719562246519595D+01	--27482719562246519595D+01	2.7105094321376108503D-19	--9916357483527D-20
0.6500	--273218003695571150718D+01	--273218003695571150718D+01	3.3881378901720135628D-19	--1246507162981D-20
0.6600	--2716030626595917099238D+01	--2716030626595917099238D+01	3.3881378901720135628D-19	--1253444823479D-20
0.6700	--26999475738060303529D+01	--26999475738060303529D+01	1.3525271560680854251D-19	5.043984413870D-20
0.6800	--2683847338487766986D+01	--2683847338487766986D+01	3.3881378901720135628D-19	1.267231440972D-19
0.6900	--26677364877438487766986D+01	--26677364877438487766986D+01	--4.743845046408198860D-19	1.78372349430D-19
0.7000	--265162954019082143073D+01	--265162954019082143073D+01	1.3525271560680854251D-19	1.8692066297D-20
0.7100	--263550754019082143073D+01	--263550754019082143073D+01	3.3881378901720135628D-19	3.76091407201D-19
0.7200	--2619391089174103D+01	--2619391089174103D+01	--1.3525271560680854251D-19	2.684519170913D-19
0.7300	--26032749583757452298D+01	--26032749583757452298D+01	3.3881378901720135628D-19	2.252460911704D-19
0.7400	--258716544582661147D+01	--258716544582661147D+01	--1.3525271560680854251D-19	2.252460911704D-19
0.7500	--2571021938692597323D+01	--2571021938692597323D+01	6.80916232540344927157D-19	2.252460911704D-19
0.7600	--25549489128432021D+01	--25549489128432021D+01	--1.3525271560680854251D-19	3.33570253834D-19
0.7700	--253882426301852790D+01	--253882426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	4.11718716129D-19
0.7800	--252270426301852790D+01	--252270426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	--5365789071051D-20
0.7900	--250658426301852790D+01	--250658426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	--5365789071051D-20
0.8000	--249046426301852790D+01	--249046426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	2.696158280287D-20
0.8100	--247434426301852790D+01	--247434426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	1.083753051471D-19
0.8200	--245822426301852790D+01	--245822426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	1.361288849410D-19
0.8300	--244210426301852790D+01	--244210426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	1.92421715303D-19
0.8400	--242598426301852790D+01	--242598426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	1.5046578666073D-19
0.8500	--240986426301852790D+01	--240986426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	1.92421715303D-19
0.8600	--239374426301852790D+01	--239374426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	7.871642765228D-19
0.8700	--237762426301852790D+01	--237762426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	7.631405086424D-19
0.8800	--236150426301852790D+01	--236150426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	--6970264253874D-19
0.8900	--234538426301852790D+01	--234538426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	7.631405086424D-19
0.9000	--232926426301852790D+01	--232926426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	6.442596174122D-19
0.9100	--231314426301852790D+01	--231314426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	5.768899350684D-19
0.9200	--229702426301852790D+01	--229702426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	5.680099032830D-19
0.9300	--228090426301852790D+01	--228090426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	5.712844625520D-19
0.9400	--226478426301852790D+01	--226478426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	5.278006476105D-19
0.9500	--224866426301852790D+01	--224866426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	5.7317629985643D-19
0.9600	--223254426301852790D+01	--223254426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	5.36867628789D-19
0.9700	--221642426301852790D+01	--221642426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	4.792380025301D-19
0.9800	--220030426301852790D+01	--220030426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	4.375946595290D-19
0.9900	--218418426301852790D+01	--218418426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	3.809135905863D-19
1.0000	--216806426301852790D+01	--216806426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	3.82576204381D-19
1.0100	--215194426301852790D+01	--215194426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	3.59901658421D-19
1.0200	--213582426301852790D+01	--213582426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	3.343453779690D-19
1.0300	--211970426301852790D+01	--211970426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	3.06809742981D-19
1.0400	--210358426301852790D+01	--210358426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	2.8696112242345D-19
1.0500	--208746426301852790D+01	--208746426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	2.684519170913D-19
1.0600	--207134426301852790D+01	--207134426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	3.02315685083D-19
1.0700	--205522426301852790D+01	--205522426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	2.723878549188D-19
1.0800	--203910426301852790D+01	--203910426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	2.7460191999246D-19
1.0900	--202298426301852790D+01	--202298426301852790D+01	1.3525271560680854251D-19	2.2445854886773D-19

THE TABLE OF DEXP FUNCTION  
( ON PRECISION CHECK OF INTRINSIC FUNCTIONS )

X	STANDARD	TEST	ABSOLUTE ERROR	RELATIVE ERROR
0.5600	1.056540614675494286574D+01	1.05654061467549428674D+01	--172794721239877269170D-18	--1.635476372983D-18
0.5600	1.05759768373661125138D+01	1.0575976837366112515D+01	--172794721239877269170D-18	--1.633844714076D-18
0.5700	1.0585728103955008694D+01	1.058572810395500871D+01	--172794721239877269170D-18	--1.63206869010D-18
0.5800	1.059557927102673522D+01	1.05955792710267354D+01	--172794721239877269170D-18	--1.630577246154D-18
0.5900	1.060543026454539218D+01	1.060543026454539218D+01	--172794721239877269170D-18	--1.629494523874D-18
0.6000	1.061528165458359218D+01	1.061528165458359218D+01	--172794721239877269170D-18	--1.628421845326D-18
0.6100	1.06251281087187152640D+01	1.06251281087187152640D+01	--172794721239877269170D-18	--1.62735333695D-18
0.6200	1.063496234472803366825D+01	1.063496234472803366825D+01	--172794721239877269170D-18	--1.62628225315646D-18
0.6300	1.0644796283923130566025D+01	1.064479628392313056619D+01	--172794721239877269170D-18	--1.625215115646D-18
0.6400	1.065462399876150554333D+01	1.065462399876150554351D+01	--172794721239877269170D-18	--1.62414803969737D-18
0.6500	1.0664451002398419126238D+01	1.0664451002398419126238D+01	--172794721239877269170D-18	--1.62308094930511D-18
0.6600	1.06742767116599332117D+01	1.06742767116599332134D+01	--172794721239877269170D-18	--1.6220126043693D-18
0.6700	1.0684092578174600203D+01	1.0684092578174600203D+01	--172794721239877269170D-18	--1.6209443229293D-18
0.6800	1.069390947877436540D+01	1.069390947877436540D+01	--172794721239877269170D-18	--1.619876298804875D-18
0.6900	1.070372620914834620476D+01	1.070372620914834620476D+01	--172794721239877269170D-18	--1.61880816897155D-18
0.7000	1.071354250812542164787D+01	1.0713542508125421647894D+01	--172794721239877269170D-18	--1.61774005534538668492D-18
0.7100	1.07233581258482136286D+01	1.07233581258482136285D+01	--172794721239877269170D-18	--1.6166723191273D-18
0.7200	1.07331745344038136205D+01	1.07331745344038136202D+01	--172794721239877269170D-18	--1.6156044460924D-18
0.7300	1.07429905369147034785D+01	1.0742990536914703476D+01	--172794721239877269170D-18	--1.6145365016544D-18
0.7400	1.07528068054962198905D+01	1.075280680549621989074D+01	--172794721239877269170D-18	--1.61346863354169D-18
0.7500	1.07626188415088463153541D+01	1.0762618841508846315358D+01	--172794721239877269170D-18	--1.6124009171023D-18
0.7600	1.07724325741572838885D+01	1.07724325741572838873D+01	--172794721239877269170D-18	--1.6113325915989D-18
0.7700	1.0782246207639260031255D+01	1.0782246207639260031273D+01	--172794721239877269170D-18	--1.610264656802D-18
0.7800	1.07920532207031471639D+01	1.07920532207031471657D+01	--172794721239877269170D-18	--1.609196702414D-18
0.8000	1.082206767495885415D+01	1.082206767495855432D+01	--172794721239877269170D-18	--1.6081284606802D-18
0.8200	1.08437089565676034078D+01	1.08437089565676034095D+01	--172794721239877269170D-18	--1.607060317459D-18
0.8400	1.085458098295490582D+01	1.085458098295490585D+01	--172794721239877269170D-18	--1.606002018423D-18
0.8600	1.0865418054823806026D+01	1.086541805482380604D+01	--172794721239877269170D-18	--1.6050095954162D-18
0.8800	1.087628938688261555D+01	1.087628938688261567D+01	--172794721239877269170D-18	--1.60400334682D-18
0.9000	1.0887170669898695948D+01	1.0887170669898695948D+01	--172794721239877269170D-18	--1.603000000000000D-18
0.9200	1.08980632830512866011D+01	1.08980632830512866011D+01	--172794721239877269170D-18	--1.602000000000000D-18
0.9400	1.090895626781585994D+01	1.090895626781585994D+01	--172794721239877269170D-18	--1.601000000000000D-18
0.9600	1.0919849238762105758D+01	1.0919849238762105758D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
0.9800	1.093074238762105758D+01	1.093074238762105758D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
0.9900	1.0941635238762105758D+01	1.0941635238762105758D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
0.9920	1.0952526905258465408D+01	1.0952526905258465408D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
0.9940	1.09634208081697506D+01	1.09634208081697506D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
0.9960	1.097431522680819379D+01	1.097431522680819379D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
0.9980	1.09852094591717373575D+01	1.09852094591717373575D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
0.9990	1.099610369397891167D+01	1.099610369397891167D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
0.9992	1.1007007326101060571D+01	1.1007007326101060571D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
0.9994	1.101791075895888190128D+01	1.101791075895888190145D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
0.9996	1.10288141807584674251D+01	1.10288141807584674251D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
0.9998	1.10397172933307058D+01	1.10397172933307058D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
1.0000	1.105062047423423207D+01	1.1050620474234232114D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
1.0100	1.106152347172933307058D+01	1.106152347172933307058D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
1.0200	1.107242647172933307058D+01	1.107242647172933307058D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
1.0300	1.108332947172933307058D+01	1.108332947172933307058D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
1.0400	1.109423247172933307058D+01	1.109423247172933307058D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
1.0500	1.110513547172933307058D+01	1.110513547172933307058D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
1.0600	1.111603847172933307058D+01	1.111603847172933307058D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
1.0700	1.112694147172933307058D+01	1.112694147172933307058D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
1.0800	1.113784447172933307058D+01	1.113784447172933307058D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
1.0900	1.114874747172933307058D+01	1.114874747172933307058D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18
1.0980	1.115965047172933307058D+01	1.115965047172933307058D+01	--172794721239877269170D-18	--1.600000000000000D-18

本 PDF ファイルは 1970 年発行の「第 11 回プログラミング・シンポジウム報告集」をスキャンし、項目ごとに整理して、情報処理学会電子図書館「情報学広場」に掲載するものです。

この出版物は情報処理学会への著作権譲渡がなされていませんが、情報処理学会公式 Web サイトに、下記「過去のプログラミング・シンポジウム報告集の利用許諾について」を掲載し、権利者の検索をおこないました。そのうえで同意をいただいたもの、お申し出のなかったものを掲載しています。

[https://www.ipsj.or.jp/topics/Past\\_reports.html](https://www.ipsj.or.jp/topics/Past_reports.html)

### 過去のプログラミング・シンポジウム報告集の利用許諾について

情報処理学会発行の出版物著作権は平成 12 年から情報処理学会著作権規程に従い、学会に帰属することになっています。

プログラミング・シンポジウムの報告集は、情報処理学会と設立の事情が異なるため、この改訂がシンポジウム内部で徹底しておらず、情報処理学会の他の出版物が情報学広場 (=情報処理学会電子図書館) で公開されているにも拘らず、古い報告集には公開されていないものが少からずありました。

プログラミング・シンポジウムは昭和 59 年に情報処理学会の一部門になりましたが、それ以前の報告集も含め、この度学会の他の出版物と同様の扱いにしたいと考えます。過去のすべての報告集の論文について、著作権者 (論文を執筆された故人の相続人) を探し出して利用許諾に関する同意を頂くことは困難ですので、一定期間の権利者搜索の努力をしたうえで、著作権者が見つからない場合も論文を情報学広場に掲載させていただきたいと思えます。その後、著作権者が発見され、情報学広場への掲載の継続に同意が得られなかった場合には、当該論文については、掲載を停止致します。

この措置にご意見のある方は、プログラミング・シンポジウムの辻尚史運営委員長 ([tsuji@math.s.chiba-u.ac.jp](mailto:tsuji@math.s.chiba-u.ac.jp)) までお申し出ください。

加えて、著作権者について情報をお持ちの方は事務局まで情報をお寄せくださいますようお願い申し上げます。

期間：2020 年 12 月 18 日 ~ 2021 年 3 月 19 日

掲載日：2020 年 12 月 18 日

プログラミング・シンポジウム委員会

情報処理学会著作権規程

<https://www.ipsj.or.jp/copyright/ronbun/copyright.html>