

## 2. モンテカルロ法による捩り応力の計算

石井 威望, 岡村 弘之(東京大学工学部)

新谷 尚義(日立中研83研)

多田 敬子(日立龜有事務管理課)

まえがき

楕円型の偏微分方程式の数値解法としては, Richardson法, Liebmann法, 加速Liebmann法, Peaceman-Rachford法などが用いられている。ここでは新たに開発されたモンテカルロ法を用いて, 実際の計算を試みた。

この方法の特徴としては次の点があげられる。

- (1) 境界の形状により, あまり制約をうけない。したがって複雑な形状でも計算できる。
- (2) 領域内の全格子点についてメモリーを用意する必要はなく, 境界点についてのみ用意すればよい。したがってメモリー数が比較的少くてすむ。
- (3) 領域全体についてではなく, 特に特殊な点のみについて解を得たい場合, 適当である。
- (4) 計算の積み重ねが可能である。計算は途中でいつ打切つてもよく。しかも前の結果を無駄にすることなく積み重ねて新しい結果とすることができ, 精度は計算を続ける程よくなる。

### 1. 問題

機械工学においては, いろいろな形状の弾性体の応力を求めることが要求される。

この計算においては、図1のような断面を持つて、 $x$ 軸のまわりを回転する中空段付棒の形状をした弾性体を考え、この棒が図1の矢印の方向に捩りをうける場合の棒内の任意の点 $(x, y)$ の応力関数 $u(x, y)$ の値を求めることが目的である。

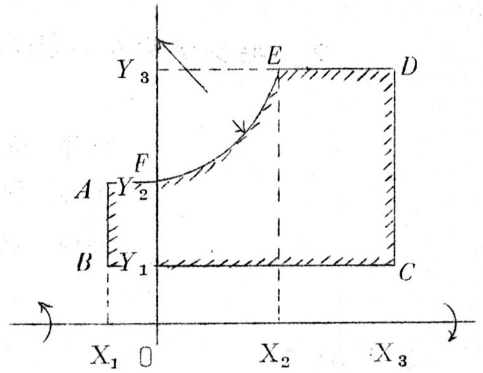


図 1

ここで $u(x, y)$ は次の偏微分方程式をみたす。(この式の導び方は[1]参照)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{3}{y} \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

境界条件

$$\left. \begin{aligned} \overline{AFED} & ; u=0 \\ \overline{BC} & ; u=1 \\ AB & ; u = \frac{Y_2^4 - y^4}{Y_2^4 - Y_1^4} \\ CD & ; u = \frac{Y_3^4 - y^4}{Y_3^4 - Y_1^4} \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

このとき、 $x$ 軸まわりの回転角を $\theta$ とすれば、応力成分は $\tau_{y\theta} = -\frac{1}{y^2} \frac{\partial u}{\partial x}$ 、 $\tau_{\theta x} = \frac{1}{y^2} \frac{\partial u}{\partial y}$ 、 $\sigma_y = \sigma_\theta = \sigma_x = \tau_{yx} = 0$ である。

## 2. モンテカルロ法の用い方

### 2.1 差分方程式

与えられた領域 $ABCDEF$ を $G$ で、その境界を $\Gamma$ で表わすと、 $\Gamma$ は図1に示すように、 $\widehat{EF}$ が $x^2 + (y - \overline{Y_2 + R})^2$ を満足する円周の他は、

$x$  軸,  $y$  軸に平行な線分よりなる。

この領域を, 直線群 
$$\begin{cases} x = n_1 h \\ y = Y_1 + n_2 h \end{cases} \quad n_1, n_2 \text{ は整数, } h \text{ は格子間隔}$$

によつて正方形の網目でおおい, 直線群と  $\Gamma$  との交点の集合を  $\Gamma_h$  とおき,  $\Gamma$  内の格子点の集合を  $G_h$  とおく。  $G_h \cup \Gamma_h$  で領域をおきかえ, 差分方程式を考える。

境界が曲線になる場合の境界点のとり方としては, 曲線に最も近い格子点を選ぶ方法もあるが, ここでは,  $\Gamma_h$  の作り方から境界点がすべて  $\Gamma$  の上にのるように選んである。

それに伴い, 曲線(ここでは円)の近くでは格子間隔が  $h$  に等しくなくなるので, 差分方程式も補正する必要がある。従つて差分方程式は, 領域の大半では等分網目に対するものを, 一部では不等分網目のものを用いた。

$G_h$  上の点  $(x, y)$  を  $P$  で示し,  $\Gamma_h$  上の点  $(x, y)$  を  $Q$  で示す。

$G_h$  内の任意の1点  $P_0$  の最も近い4隣格子点に図のように, 反時計回りに番号をつける。

$$D = \{ (x, y) \mid R^2 < x^2 + (y - Y_2 + R)^2 < (R + h)^2 \}$$

$D \cap G_h = D_h$  とおく。

(1) 等分網目のとき,  $P \in (G_h - D_h)$

$$P_0 = (x, y)$$

$$P_1 = (x + h, y)$$

$$P_2 = (x, y + h)$$

$$P_3 = (x - h, y)$$

$$P_4 = (x, y - h)$$

点  $P_0$  における偏微分係数を次のように差分によつて近似する。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u(P_1) + u(P_3) - 2u(P_0)}{h^2}$$

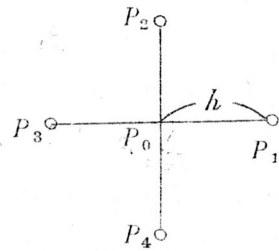


図 2

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u(P_2) + u(P_4) - 2u(P_0)}{h_2^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u(P_2) - u(P_4)}{2h}$$

これらを(1)式へ代入し，次の差分方程式を得る。

$$u(P_0) = \sum_{i=1}^4 \beta_i u(P_i) \quad (3)$$

$$\text{ただし, } \beta_1 = \beta_3 = \frac{1}{4}$$

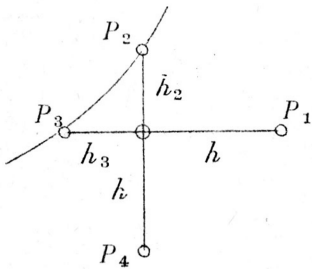
$$\beta_2 = \frac{1}{4} - \frac{3h}{8y}$$

$$\beta_4 = \frac{1}{4} + \frac{3h}{8y}$$

$$\sum_{i=1}^4 \beta_i = 1 \quad \beta_i \text{ はすべて正とする。} \left( y > \frac{3}{2}h \text{ でなければ} \right.$$

ならない。)

(2) 不等分網目のとき,  $P \in D_h$



$$P_0 = (x, y)$$

$$P_1 = (x+h, y)$$

$$P_2 = (x, y+h_2)$$

$$P_3 = (x-h_3, y)$$

$$P_4 = (x, y-h) \quad h_2, h_3 \leq h$$

図 3

(1)と同様にして次式が得られる。

$$u(P_0) = \sum_{i=1}^4 \beta'_i u(P_i) \quad (4)$$

$$\text{ただし} \quad \beta'_1 = \frac{2h_2 h_3}{(h+h_3) \cdot w}$$

$$\beta'_2 = \frac{h_3 h (2 - \frac{3}{y} h)}{(h + h_2) \cdot w}$$

$$\beta'_3 = \frac{2 h_2 h}{(h + h_3) \cdot w}$$

$$\beta'_4 = \frac{h_2 h_3 (2 + \frac{3}{y} h_2)}{(h + h_2) \cdot w}$$

$$w = 2(h_2 + h_3) - \frac{3}{y} h_3 (h - h_2)$$

$\sum_{i=1}^4 \beta'_i = 1$   $\beta'_i$  はすべて正とする。(  $y > \frac{3}{2} h$  でなければなら  
ない。 )

## 2.2 ランダム歩行

境界  $\Gamma$  の時計回りの方向に、点  $A$  からはじめて順次、境界点  $Q$  に番号をつける。

$$Q_j \quad j=1, 2, \dots, m$$

ここで用いる方法は、この  $m$  個の点を終着点とするランダム歩行 (random walk) をもとにしている。歩行は、任意の格子点  $P_0$  を出発し、領域  $G_h \cup \Gamma_h$  上を次の規則のもとで行なわれるものとする。すなわち  $P=P_0$  から 4 隣点  $P_1, P_2, P_3, P_4$  のいずれか 1 つへステップする確率が、それぞれ  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$  であるとし ( $P \in D_h$  のときは  $\beta'_i$  を用いる)、さらにステップを続け、格子点から格子点へ確率  $\beta_i$  で動き、境界点  $Q_j$  に到達したとき歩行は終るものとする。歩行が終つたとき、各  $Q_j$  について到達した試行の回数を貯えておくと、 $w$  の値が計算できる。それを以下に示す。

$P_0$  から丁度  $n$  ステップで、他の境界点にふれずに初めて  $Q_j$  に達する確率を  $P_r(n/P_0, Q_j)$  とおく。

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n P_r(r/P_0, Q_j)$  が存在するならば (存在証明は [2] 参照)

$$V(P_0, Q_j) = \sum_{n=1}^{\infty} P_r(n/P_0, Q_j)$$

と定義すると、これは  $P_0$  から  $Q_j$  へ到達する確率である。

いま、 $P_0$  から1ステップ後には、 $P_i$  のいずれか1点へ確率  $\beta_i$  で移るから

$$V(P_0, Q_j) = \sum_{i=1}^4 \beta_i V(P_i, Q_j) \quad (5)$$

が成り立つ。

$$\begin{aligned} \sum_{Q_j \in \Gamma_h} V(P_0, Q_j) &= \sum_{Q_j \in \Gamma_h} \sum_{n=1}^{\infty} P_r(n/P_0, Q_j) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{Q_j \in \Gamma_h} P_r(n/P_0, Q_j) = \sum_{n=1}^{\infty} P_r(n/P_0) = 1 \end{aligned}$$

ここに  $P_r(n/P_0)$  は  $P_0$  から丁度  $n$  ステップで境界へ到達する確率である。

点  $Q$  における  $u$  を  $f(Q)$  で表わし、

$$\phi(P_0) = \sum_{Q_j \in \Gamma_h} f(Q_j) V(P_0, Q_j) \quad (6)$$

なる境界値の期待値を考えると、(5)より

$$\phi(P_0) = \sum_{i=1}^4 \beta_i \phi(P_i) \quad (7)$$

なる関係が導かれる。

すなわち、方程式(3)を満足している。(  $\beta_i$  を  $\beta'_i$  でおきかえると(4)式を満す )

また明らかに、 $P_0 \in \Gamma_h$  ならば

$$V(P_0, Q_j) = \begin{cases} 1 & P_0 = Q_j \\ 0 & P_0 \neq Q_j \end{cases}$$

であるから

$$\phi(P_0) = \sum_{Q_j \in \Gamma_h} f(Q_j) V(P_0, Q_j) = f(P_0) V(P_0, P_0) = f(P_0)$$

となり境界条件をも満足する。

従つて、(6)における境界値の期待値  $\phi(P_0)$  は、求める解  $u(P_0)$  で

ある。

$L_j$  を全体で  $N$  回のランダム歩行のうち、 $Q_j \in \Gamma_h$  で終つた回数とし、

$$V(P_0, Q_j) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{L_j}{N} \quad \text{と仮定すると、}$$

十分大きい  $N$  に対して

$$\begin{aligned} u(P_0) &= \sum_{j=1}^m f(Q_j) V(P_0, Q_j) \sim \sum_{j=1}^m f(Q_j) \frac{L_j}{N} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^m f(Q_j) L_j \end{aligned}$$

である。すなわち、最後の式は境界値の平均にすぎないから、その結果の正確さの尺度として、標準偏差、分散を使用する。

従つて近似値  $\bar{f}$  の誤差をどの範囲でおさえるかによつて、ランダム歩行数  $N$  がきまる。

$f(Q_j)$  を  $f_j$  で表わすと、

$$\bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^m f_j L_j$$

$$E(f) = u(P_0)$$

$$\sigma^2(f_j) = E\{(f_j - f)^2\}$$

$$\sigma^2(\bar{f}) = \frac{1}{N} \sigma^2(f_j)$$

$N$  回の歩行の後、小数以下  $l$  桁まで正しい確率が  $P_N$  であるとする、十分大きい  $N$  に対して、

$$P_N = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

故に  $N = 4 \cdot 10^{2l} \cdot t^2 \sigma^2(f_j)$  となる。 ([2])

### 3. 計算手順

この計算例においては、 $P_0$  のまわりの 4 点  $P_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ )

においての  $w(P_i)$  も同時に求めるようにした。即ち  $P_0$  からランダム歩行を開始すると同時に、 $P_i$  についても通過したか否か標示しておき、通過した場合、新たに  $P_i$  から歩行が始まったものと考え、最後に  $Q_j$  に到達したとき、標示のある  $P_i$  についても  $w(P_i)$  を求める。これは  $w(P_0)$  のチェックにもなる。

## 記号の説明

$L_{ij}$  ;  $P_i$  から  $Q_j$  に到達したランダム歩行数  
 $i=0, 1, \dots, 4$   
 $j=1, \dots, m$

$N_i$  ;  $P_i$  から出発したランダム歩行の総数

$N_{\max}$  ;  $N_0$  の最大値

$n_{N_i}$  ; 歩行  $N_i$  におけるランダム・ステップ数

$I_i$  ;  $P_i$  を通過した場合は  $I_i = -1$ , しない場合は  $I_i = 1$  と標示する。

$r$  ; 乱数

$(x_D, y_D)$   $D_h$

## (1) 定数の読み込み

入力データ、 $(x_D, y_D)$  のすべて、および境界の一部  $\widehat{A}E$  間の境界点を讀込む。

(2) 境界値  $f_j$  と  $f_j^2$ , および各  $(x_D, y_D)$  に対する格子間隔  $h_2, h_3$  を計算し貯える。(3)  $N_i, \sum n_{N_i}, L_{ij}$  などカウンターをすべて 0 にはらう。(4)  $P$  を出発点  $P_0$  にセットする。 $n_{N_i}$  ( $i=0, \dots, 4$ ) を 0 にする。 $I_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) を 1 にセットする。(5)  $n_{N_0}$  に 1 を加える。 $I_i = -1$  ( $i=1, \dots, 4$ ) のときは  $n_{N_i}$  にも 1 を加える。(6)  $P$  が  $D_h$  内に入ったか否か判定し、

(a)  $P \notin D_h$  のときはそのまま (7) へいく。



- (b)  $P \in D_h$  のときは  $h_2, h_3, y$  から確率  $\beta'_i$  を計算する。
- (7) 乱数を発生する。
- (8) 上の乱数を用いて、確率  $\beta_i$  ( (6)の(b)を通つたときは  $\beta'_i$ ) で  $P$  は次の点へ移る。
- (9)  $I_i = 1$  のとき新しく移つた点  $P$  が  $P_i$  に等しいときは  $I_i = -1$  にセットする。
- (10)  $P$  が境界に到達したか否かを判定し
- (a) 境界上になければ、(5)へ戻る。
- (b) 境界上にあれば  $P$  に対応する  $j$  を探し、 $L_{0j}$  に 1 を加える。 $N_0$  にも 1 を加える。(11)へすすむ。
- (11)  $\sum n_{N_i}$  に  $n_{N_i}$  を加える。(  $i = 0, \dots, 4$  )  
 $I_i = -1$  のときは、 $L_{ij}$  に 1 を加え、 $N_i$  にも 1 を加える。(  $i = 1, \dots, 4$  )
- (12)  $N$  が  $N_{\max}$  より小さいか否かを判定し
- (a)  $N_{\max}$  に達していないときは、(4)へ戻り、新たに歩行を開始する。
- (b)  $N_{\max}$  に達していれば、各  $P_i$  につき

$$u(P_i) = \frac{1}{N_i} \sum_j L_{ij} f_j,$$

$$\sigma^2(f_j) = \frac{1}{N_i} \sum_j L_{ij} f_j^2 - u(P_i)^2$$

$$\bar{n}_{N_i} = \frac{1}{N_i} \sum_{N_i} n_{N_i}$$

を計算し、

$L_{ij}, N_i, u(P_i), \sigma_j^2(f_j), \bar{n}_{N_i}$  をプリントする。

計算は終了する。

#### 4. フローチャート

フローチャートを図 4 (次頁折込) に示す。ただし図中の番号は、3

の計算手順の番号に対応している。

## 5. 計 算 例

### (1) 乱数の作成方法

次の方法による擬似乱数を用いた。

$$r_i = 5^{13} r_{i-1} \pmod{2^{39}}$$

$$r_0 = 5^{13}$$

$1 \leq r_i \leq 2^{39} - 1$  であり、 $r'_i = 2^{-39} r_i$  は  $(0, 1)$  の間に一様に分布する乱数である。

与えられた乱数  $r'_i$  により点  $P$  は次のようにして新しい点へ移る。

$$\begin{array}{lll} 0 & \leq r'_i < \beta_1 & \text{のとき } P_1 \text{ へ} \\ \beta_1 & \leq r'_i < \beta_1 + \beta_3 & \text{のとき } P_3 \text{ へ} \\ \beta_1 + \beta_3 & \leq r'_i < \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 & \text{のとき } P_2 \text{ へ} \\ \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 & \leq r'_i < 1 & \text{のとき } P_4 \text{ へ} \end{array}$$

ただし、 $P = D_h$  のときは  $\beta'$  を用いる。

この乱数の周期は  $2^{37} \sim 1.37 \times 10^{11}$  である。(ランダムネスの検定は[3]参照)

### (2) 入力データ

$$x_0 = 3.5, y_0 = 16.5, h = 0.5$$

$$X_1 = -2, X_2 = 2.6, X_3 = 9$$

$$Y_1 = 11, Y_2 = 16, Y_3 = 20$$

$$R = 5$$

$$N_{\max} = 500,$$

$$(x_D, y_D); 12 \text{ 点}$$

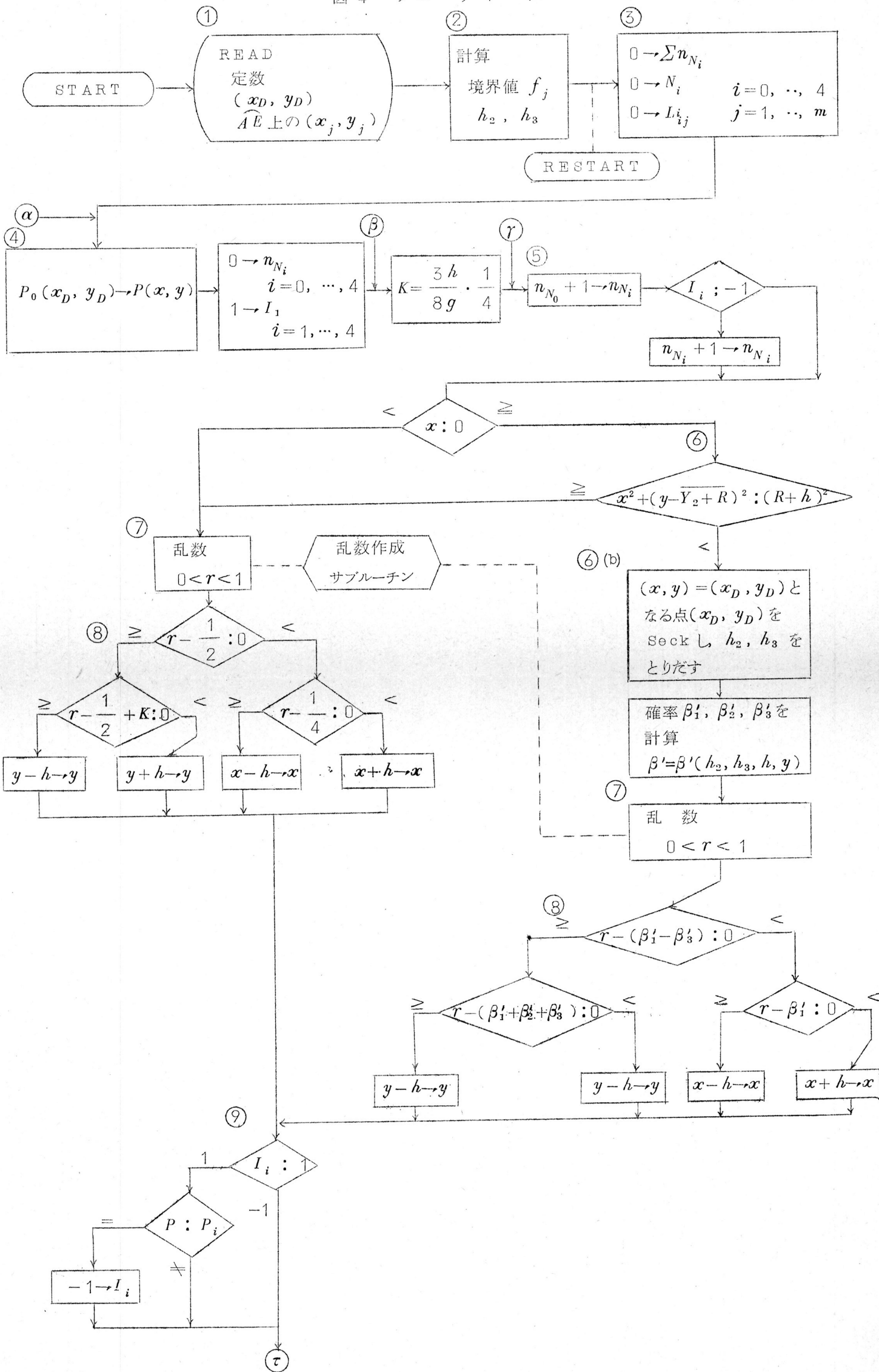
$$Q_j(x_j, y_j); j = 1, \dots, 18$$

### (3) 計算結果

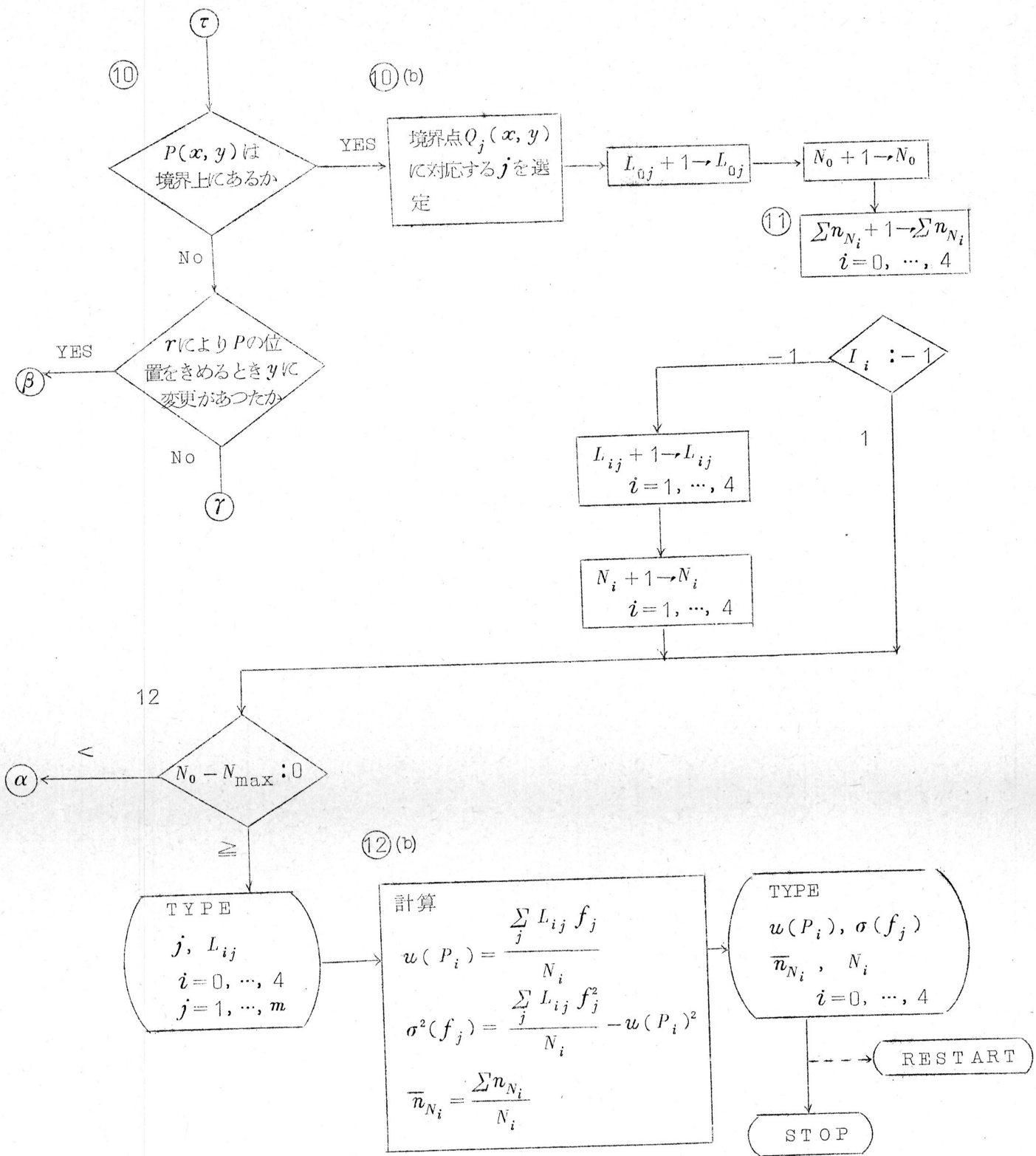
$N_0 = 500$  を単位とする演算を  $k$  で数え、合計  $k = 20$  回まで得たので、 $P_0$  からランダム歩行数は、全体を通して 10,000 回である。

(a) 各  $P_i$  についての値を表 1-1 ~ 1-5 に示す。

図4 フローチャート









(b)  $P_0$  から各  $Q_j$  へ到達した歩行の相対度数  $\frac{\sum_i^m L_{0j}}{N_0}$  を表 2 に示す。

(c)  $P_0$  からのランダム歩行のはじめの数例の動きを図 5 に示す。

表 1-1  $P_0$  における値

$$x_0 = 3.5, \quad y_0 = 16.5, \quad h = 0.5$$

$$\sigma_0(f_j) = 0.380371$$

$k$	$N$	$w(P_0)$	歩行1回当り平均ステップ数 $\bar{n}_N$	小数以下2桁が正しい確率 $P_N$
1	500	0.211536	35.88	0.231
2	1000	0.200248	35.31	0.323
3	1500	0.198669	34.21	0.389
4	2000	0.197479	33.55	0.443
5	2500	0.200462	33.66	0.489
6	3000	0.206806	34.55	0.528
7	3500	0.206270	34.21	0.563
8	4000	0.207465	34.21	0.594
9	4500	0.206509	34.03	0.622
10	5000	0.203133	33.85	0.647
11	5500	0.200825	33.69	0.670
12	6000	0.201605	33.99	0.691
13	6500	0.199996	33.81	0.711
14	7000	0.200145	33.66	0.729
15	7500	0.200008	33.65	0.745
16	8000	0.200054	33.58	0.760
17	8500	0.198674	33.62	0.774
18	9000	0.198636	33.59	0.788
19	9500	0.199804	33.63	0.800
20	10000	0.199722	33.72	0.811

表1-2.  $P_1$  における値

$$x_1 = 4.0, \quad y_1 = 16.5, \quad h = 0.5$$

$$\sigma_1(f_j) = 0.409386$$

$k$	$N$	$u(P_1)$	歩行1回当り平均ステップ数 $\bar{n}_N$	小数以下2桁まで正しい確率 $P_N$
1	209	0.276465	44.67	
2	434	0.264907	44.91	0.201
3	653	0.267233	44.22	
4	869	0.254176	42.55	0.281
5	1082	0.263064	43.14	
6	1311	0.267552	44.00	0.342
7	1521	0.270016	44.45	
8	1749	0.271611	44.21	0.391
9	1961	0.268523	44.12	
10	2176	0.267681	44.03	0.431
11	2407	0.263308	43.97	
12	2624	0.263917	44.66	0.468
13	2838	0.260242	44.36	
14	3041	0.259540	44.26	0.499
15	3237	0.258214	44.28	
16	3435	0.258306	44.21	0.526
17	3663	0.256611	44.29	
18	3857	0.255594	44.17	0.552
19	4063	0.258181	44.28	
20	4258	0.256142	44.10	0.575



表 1-3  $P_2$  における値

$$x_2 = 3.5, \quad y_2 = 17.0, \quad h = 0.5$$

$$\sigma_2(f_j) = 0.275039$$

$k$	$N$	$w(P_2)$	歩行1回当り平均 均ステップ数 $\bar{n}_N$	小数以下2桁が 正しい確率 $P_N$
1	418	0.098536	15.56	
2	415	0.097572	17.49	0.289
3	626	0.094689	17.08	
4	840	0.090422	16.58	0.402
5	1025	0.094828	16.84	
6	1204	0.098062	17.14	0.470
7	1411	0.097306	17.10	
8	1631	0.097850	17.25	0.537
9	1846	0.096988	17.42	
10	2053	0.096946	17.43	0.589
11	2244	0.094440	17.27	
12	2453	0.094527	17.51	0.632
13	2652	0.096229	17.75	
14	2843	0.093702	17.44	0.667
15	3055	0.093559	17.42	
16	3270	0.095067	17.46	0.702
17	3502	0.093648	17.52	
18	3714	0.094390	17.64	0.732
19	3930	0.094100	17.49	
20	4160	0.093870	17.56	0.759

表 1-4  $P_3$  における値

$$x_3 = 2.5, \quad y_3 = 16.5, \quad h = 0.5$$

$$\sigma_3(f_j) = 0.318089$$

$k$	$N$	$w(P_3)$	歩行1回当り平均ステップ数 $\bar{n}_N$	小数以下2桁の正しい確率 $P_N$
1	207	0.167977	25.48	
2	428	0.130700	23.74	0.255
3	642	0.124382	21.77	
4	863	0.127677	21.34	0.356
5	1104	0.127867	21.56	
6	1300	0.127205	21.59	0.429
7	1518	0.128591	21.89	
8	1721	0.127836	21.93	0.486
9	1913	0.129365	21.66	
10	2114	0.127014	21.49	0.530
11	2329	0.123410	21.32	
12	2553	0.125541	21.69	0.570
13	2744	0.124295	21.58	
14	2940	0.125335	21.44	0.606
15	3126	0.126227	21.46	
16	3318	0.126012	21.21	0.635
17	3489	0.124440	21.04	
18	3682	0.125212	21.22	0.659
19	3852	0.126580	21.18	
20	4016	0.126241	21.51	0.681

表 1-5  $P_4$  における値

$$x_4 = 3.5, \quad y_4 = 16.0, \quad h = 0.5$$

$$\sigma_4(f_j) = 0.440450$$

$k$	$N$	$u(P_4)$	歩行1回当り平均ステップ数 $\bar{n}_N$	小数以下2桁の正しい確率 $P_N$
1	212	0.335266	53.34	
2	430	0.303738	50.27	0.186
3	661	0.295843	46.65	
4	893	0.302159	46.13	0.265
5	1112	0.307591	46.56	
6	1355	0.313238	47.58	0.323
7	1573	0.317268	47.23	
8	1795	0.321363	47.53	0.369
9	2027	0.318437	47.39	
10	2254	0.315466	47.22	0.409
11	2471	0.312074	46.71	
12	2698	0.312654	47.03	0.445
13	2908	0.309650	46.73	
14	3089	0.311409	46.76	0.472
15	3234	0.311608	46.67	
16	3408	0.311370	46.81	0.493
17	3568	0.307120	46.64	
18	3714	0.308566	46.54	0.510
19	3832	0.309455	46.59	
20	3936	0.311356	46.66	0.524

表2  $P_0$  から  $Q_j$  へ到達した歩行の相対度数

$Q$	$j$	$\frac{L_j}{N_0}$	$Q$	$j$	$\frac{L_j}{N_0}$	$Q$	$j$	$\frac{L_j}{N_0}$
A	1	0	C	31	0.00337	B	61	0.00853
	2	0.00074		32	0.00379		62	0.00579
F	3	0.00126		33	0.00368		63	0.00411
	4	0.00347		34	0.00632		64	0.00421
	5	0.00368		35	0.00547		65	0.00295
	6	0.00811		36	0.00653		66	0.00147
	7	0.01410		37	0.00558		67	0.00105
	8	0.02105		38	0.00726		68	0
	9	0.03337		39	0.00516		69	0.00126
	10	0.04800		40	0.00453		70	0.00116
	11	0.09242		41	0.00526		71	0.00168
	12	0.25726		42	0.00421		72	0.00295
	13	0.15084		43	0.00368		73	0.00263
	14	0.04421		44	0.00274		74	0.00168
	15	0.04759		45	0.00168		75	0.00168
	16	0.01389		46	0		76	0.00074
17	0.00505	47		0.00126	77		0.00095	
18	0.00716	48		0.00242				
19	0.00305	49		0.00358				
20	0.00011	50		0.00558				
21	0.00316	51		0.00737				
22	0.00347	52		0.00863				
23	0.00263	53		0.00947				
24	0.00221	54		0.01253				
25	0.00189	55		0.01063				
26	0.00137	56		0.01168				
27	0.00063	57		0.01159				
D	28	0	58	0.01179				
	29	0.00105	59	0.00989				
	30	0.00179	60	0.00758				

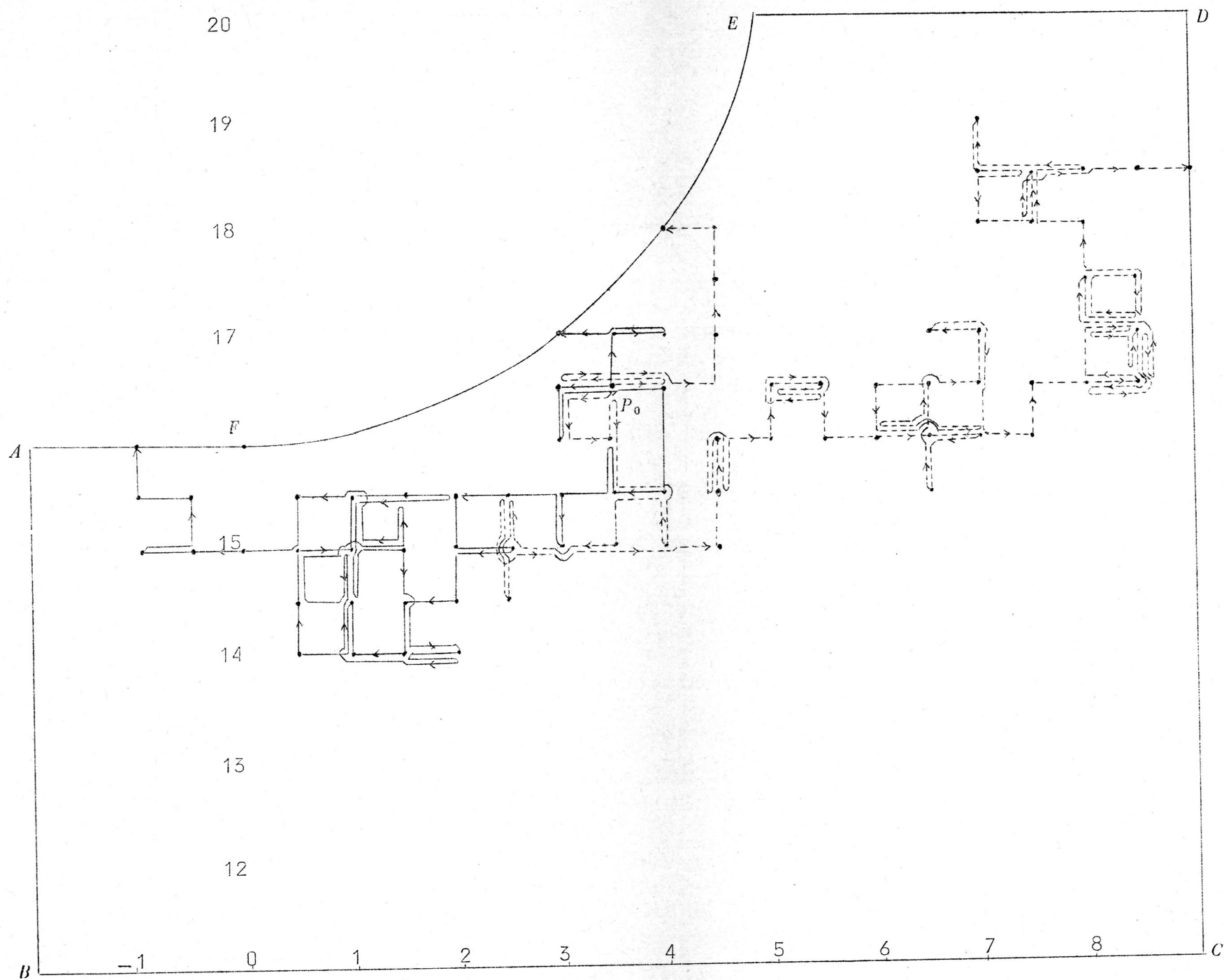
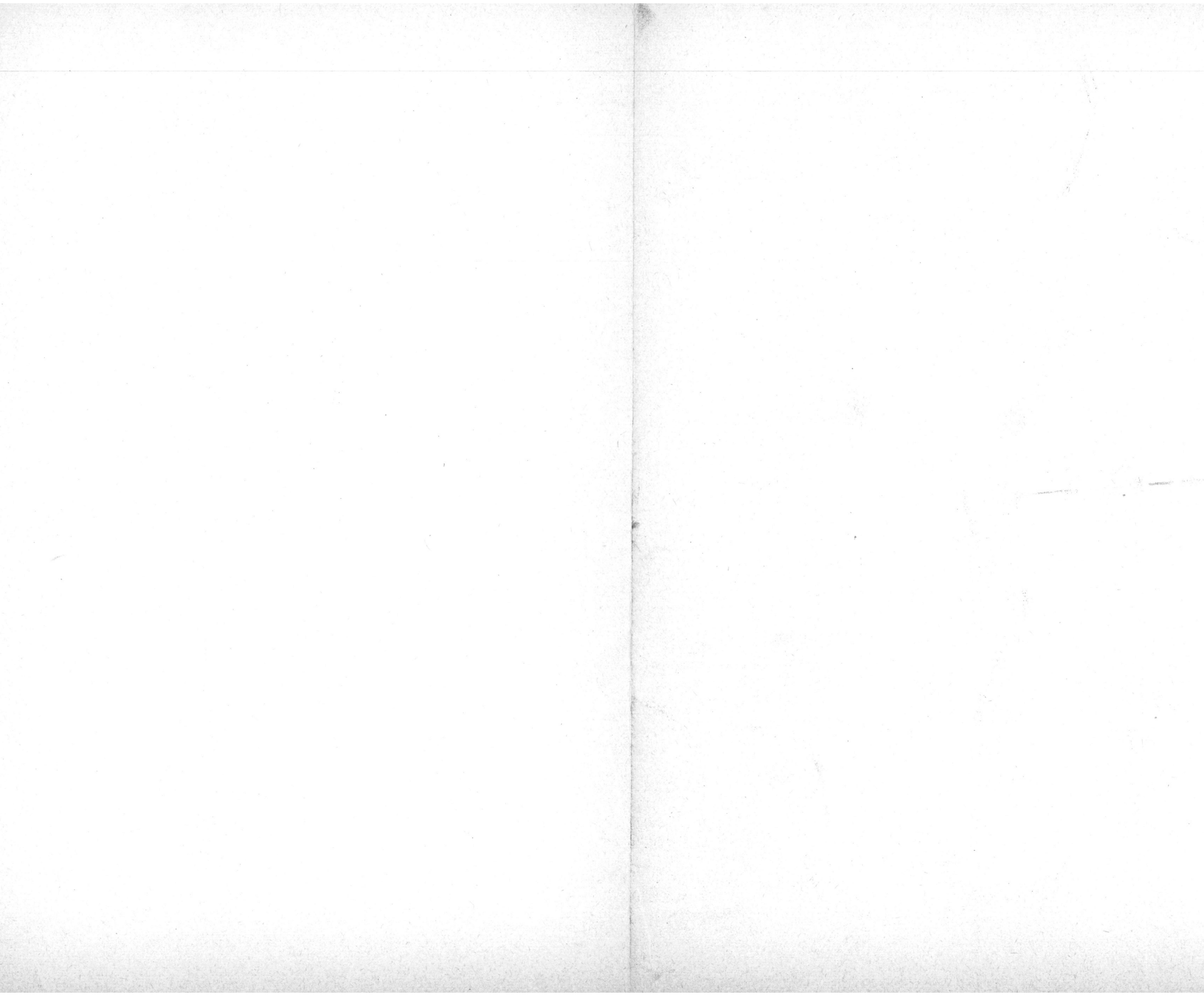


図5 ランダム歩行



## 参 考 文 献

- [ 1 ] 岡村弘之 ; M C B 研究会資料 6008, ( 1960 )
- [ 2 ] J. H. Curtiss ; Sampling Methods Applied to Differential and Difference Equations, Proceedings of IBM Seminar on Scientific Computation, November 1949.
- [ 3 ] M. L. Juncosa ; Random Number Generation on the BRL High-Speed Computing Machines, Ballistic Research Laboratories Report 855. ( 1953 )
- [ 4 ] L. W. Ehrlich ; Monte Carlo Solutions of Boundary Value Problems Involving the Difference Analogue. J. A. C. M. Vol. 6, No. 2, ( 1959 )
- [ 5 ] Anthony Ralrton, Herbert S. Wilf ; Mathematical Method for Digital Computer.
- [ 6 ] Herbert A Meyer, Symposium on Monte Carlo Methods

本 PDF ファイルは 1962 年発行の「第 3 回プログラミング・シンポジウム報告集」をスキャンし、項目ごとに整理して、情報処理学会電子図書館「情報学広場」に掲載するものです。

この出版物は情報処理学会への著作権譲渡がなされていませんが、情報処理学会公式 Web サイトに、下記「過去のプログラミング・シンポジウム報告集の利用許諾について」を掲載し、権利者の検索をおこないました。そのうえで同意をいただいたもの、お申し出のなかったものを掲載しています。

[https://www.ipsj.or.jp/topics/Past\\_reports.html](https://www.ipsj.or.jp/topics/Past_reports.html)

#### 過去のプログラミング・シンポジウム報告集の利用許諾について

情報処理学会発行の出版物著作権は平成 12 年から情報処理学会著作権規程に従い、学会に帰属することになっています。

プログラミング・シンポジウムの報告集は、情報処理学会と設立の事情が異なるため、この改訂がシンポジウム内部で徹底しておらず、情報処理学会の他の出版物が情報学広場 (=情報処理学会電子図書館) で公開されているにも拘らず、古い報告集には公開されていないものが少からずありました。

プログラミング・シンポジウムは昭和 59 年に情報処理学会の一部門になりましたが、それ以前の報告集も含め、この度学会の他の出版物と同様の扱いにしたいと考えます。過去のすべての報告集の論文について、著作権者 (論文を執筆された故人の相続人) を探し出して利用許諾に関する同意を頂くことは困難ですので、一定期間の権利者搜索の努力をしたうえで、著作権者が見つからない場合も論文を情報学広場に掲載させていただきたいと思います。その後、著作権者が発見され、情報学広場への掲載の継続に同意が得られなかった場合には、当該論文については、掲載を停止致します。

この措置にご意見のある方は、プログラミング・シンポジウムの辻尚史運営委員長 ([tsuji@math.s.chiba-u.ac.jp](mailto:tsuji@math.s.chiba-u.ac.jp)) までお申し出ください。

加えて、著作権者について情報をお持ちの方は事務局まで情報をお寄せくださいますようお願い申し上げます。

期間：2020 年 12 月 18 日 ~ 2021 年 3 月 19 日

掲載日：2020 年 12 月 18 日

プログラミング・シンポジウム委員会

情報処理学会著作権規程

<https://www.ipsj.or.jp/copyright/ronbun/copyright.html>